



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-5-62-70>

Оригинальная статья
Original paper

УДК 621.396

ОЦЕНИВАНИЕ ОРБИТАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ НАНОСПУТНИКА ПРИ ИЗМЕРЕНИИ ПОЛНОГО ЭЛЕКТРОННОГО СОДЕРЖАНИЯ В ИОНОСФЕРЕ НА ОСНОВЕ РЕТРАНСЛЯЦИИ НАВИГАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ GPS

Е. А. КАПЛЯРЧУК¹, С. В. КОЗЛОВ¹, А. С. ШАПКИН²

¹Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
(г. Минск, Республика Беларусь)

²Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси
(г. Минск, Республика Беларусь)

Поступила в редакцию 03.06.2024

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2024
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2024

Аннотация. Обоснован способ оценивания орбитальных параметров наноспутника-ретранслятора, реализуемый при измерении полного электронного содержания в ионосфере на основе ретрансляции навигационных сигналов GPS на частоты 150/400 МГц. Способ предусматривает оценку декартовых координат наноспутника-ретранслятора по результатам измерений суммарных дальностей «навигационный спутник – наноспутник-ретранслятор – наземный приемный пункт», получение оценок угла наклона плоскости орбиты и долготы восходящего узла методом наименьших квадратов и оценку оставшихся орбитальных параметров методом максимального правдоподобия. Приведены результаты моделирования и характеристики точности предлагаемого метода. Показано, что при типовом отношении сигнал/шум в аппаратуре приемного пункта и времени наблюдения наноспутника-ретранслятора 600–800 с средние квадратические ошибки оценивания орбитальных параметров наноспутника-ретранслятора составляют: для угловых величин – доли угловых секунд, большой полуоси эллипса – 4–5 м, эксцентриситета – 2–3 ppm.

Ключевые слова: наноспутник-ретранслятор, глобальная навигационная спутниковая система GPS, навигационный сигнал, полное электронное содержание, орбитальные параметры, метод наименьших квадратов.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Каплярчук, Е. А. Оценивание орбитальных параметров наноспутника при измерении полного электронного содержания в ионосфере на основе ретрансляции навигационных сигналов GPS / Е. А. Каплярчук, С. В. Козлов, А. С. Шапкин // Доклады БГУИР. 2024. Т. 22, № 5. С. 62–70. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-5-62-70>.

ESTIMATING THE ORBITAL PARAMETERS OF A NANOSATELLITE WHEN MEASURING THE TOTAL ELECTRON CONTENT IN THE IONOSPHERE BASED ON THE RETRANSMISSION OF GPS NAVIGATION SIGNALS

EVGENIY A. KAPLARCHUK¹, SERGEY V. KOZLOV¹, ALIAKSANDR S. SHAPKIN²

¹Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (Minsk, Republic of Belarus)

²United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus
(Minsk, Republic of Belarus)

Submitted 03.06.2024

Abstract. A method for estimating the orbital parameters of a nanosatellite-relay, implemented by measuring the total electron content in the ionosphere based on relaying GPS navigation signals at frequencies of 150/400 MHz, is substantiated. The method involves estimating the Cartesian coordinates of the nanosatellite-relay based on the results of measurements of the total ranges “navigation satellite – nanosatellite relay – ground receiving point”, obtaining estimates of the orbital plane inclination angle and the longitude of the ascending node using the least squares method, and estimating the remaining orbital parameters using the maximum likelihood method. Simulation results and accuracy characteristics of the proposed method are presented. It is shown that for a typical signal-to-noise ratio in the equipment of the receiving point and an observation time of the nanosatellite-relay of 600–800 s, the mean square errors in estimating the orbital parameters of the nanosatellite-relay are: for angular quantities – fractions of arc seconds, the semi-major axis of the ellipse – 4–5 m, eccentricity – 2–3 ppm.

Keywords: repeater nanosatellite, global navigation satellite system GPS, navigation signal, total electron content, orbital parameters, least squares method.

Conflict of interests. The authors declare no conflict of interests.

For citation. Kaplarchuk E. A., Kozlov S. V., Shapkin A. S. (2024) Estimating the Orbital Parameters of a Nanosatellite When Measuring the Total Electron Content in the Ionosphere Based on the Retransmission of GPS Navigation Signals. *Doklady BGUIR*. 22 (5), 62–70. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-5-62-70> (in Russian).

Введение

Задача оценивания полного электронного содержания (ПЭС) и последующего восстановления пространственного распределения электронной концентрации в ионосфере имеет важное значение для теории и практики [1–3]. В [4] обоснован способ оценивания ПЭС на основе ретрансляции навигационных сигналов глобальной навигационной спутниковой системы (ГНСС) GPS с использованием наноспутника-ретранслятора (НР) (наноспутник – космический аппарат с массой 1–10 кг). Наиболее экономичный вариант способа предусматривает прием и частотную фильтрацию навигационных сигналов GPS на частоте $f_1 = 1575,42$ МГц бортовой аппаратурой НР, перенос сигналов на частоты $f_{p1} = 150$ и $f_{p2} = 400$ МГц, усиление и излучение ретранслируемых сигналов в сторону Земли. Прием ретранслированных сигналов осуществляется одним или несколькими наземными приемными пунктами (ПП), в качестве которых предложено использовать приемные станции спутниковой системой точного позиционирования (ССТП) Республики Беларусь с модернизированной аппаратурой. При этом на основе измерения суммарных дальностей $\hat{d}_{f_1, f_{p1(2)}}$ и образования их разностей в обоснованных в [4] комбинациях реализуется измерение полного электронного содержания $\overline{TEC}^{(II)}$ на трассе НР–ПП. В [5] обоснованы алгоритмы цифровой обработки принимаемого сигнала с измерением суммарной дальности навигационный спутник (НС)–НР–ПП и оценкой ПЭС.

При практической реализации способа [4] оценивания ПЭС необходимы орбитальные параметры (ОП) НР, которые используются для прогнозирования моментов входа НР в зону прямой видимости с ПП и определения опорных параметров обработки принимаемого ПП сигнала: дальностей между НС–НР и НР–ПП и производных указанных дальностей. Хотя получение ОП принципиально возможно и из других источников (например, из TLE-файлов системы NORAD), однако определение координат и параметров движения НР желательно осуществлять без привлечения внешних источников, что вызывает необходимость использования для этих целей ретранслированного навигационного сигнала. Кроме того, проблема точного определения координат и параметров движения объектов на околоземных орбитах существенно усложняется как резким

возрастанием их количества, так и засорением наиболее используемых орбит космическим мусором [6]. В этих условиях применение внешних источников информации может оказаться, во-первых, ненадежным, во вторых – экономически не оправданным.

Цель исследований авторов – обоснование способа оценки координат и параметров движения наноспутника-ретранслятора на основе ретрансляции сигналов GPS при оценивании ПЭС.

Структура способа оценивания орбитальных параметров

Структура предлагаемого способа оценивания ОП приведена на рис. 1.



Рис. 1. Последовательность оценивания орбитальных параметров

Fig. 1. Sequence of orbital parameters estimation

Примем, что для единичных оценок координат НР доступны признаки видимости $V_{n,k} = \overline{0;1}$ n -го навигационного спутника GPS одновременно с НР и k -го ПП и оценки $\overline{d_{f_1, f_{p1(2)}}^{(n,k)}}$ суммарных дальностей « n -й навигационный спутник GPS – наноспутник-ретранслятор – k -й приемный пункт», измеренные по ретранслированным на частоты $f_{p1(2)}$ навигационным сигналам GPS. Индексы навигационных спутников $n = \overline{1, N}$, где N – общее число НС в ГНСС GPS, индексы приемных пунктов $k = \overline{1, K}$. Число видимых НС для k -го ПП (видимых с учетом кривизны Земли и диаграммы направленности приемной антенны бортового ретранслятора) составляет $N_{GPS_k} = \sum_{n=1}^N V_{n,k}$,

так что общее число единичных измерений суммарных дальностей $L = \sum_{k=1}^K N_{GPS_k}$. Орбиту НР полагаем достаточно высокой (800–1000 км), при этом величиной ПЭС на трассах НС–НР можно пренебречь. При использовании более низких (500–600 км) типовых орбит НР с учетом расположения максимума электронной концентрации в ионосфере на высотах 250–400 км и быстрого убывания электронной концентрации по высоте существенная ошибка измерения суммарной дальности может наблюдаться только для НС, находящихся под малыми (до 5°) углами места относительно НР. Поэтому такие НС при определении ОП могут быть исключены из обработки.

Ввиду движения НС и НР по заданным орбитам и ПП в соответствии с вращением Земли, наиболее удобно использовать неподвижную декартовую геоцентрическую систему координат. Ось Oz этой системы координат направлена на географический северный полюс, Ox лежит в экваториальной плоскости и направлена на фиксированную точку на небесной сфере, причем угол между Гринвичским меридианом и осью Ox неподвижной системы координат известен, ось Oy дополняет систему координат до правой.

В соответствии с [4] скорректируем измеренные суммарные дальности с учетом результатов измерения ПЭС на трассах n -й НР– k -й ПП

$$\tilde{d}_{n,k} = \overline{d_{f_1, f_{p1}}^{(n,k)}} - \frac{A \cdot \overline{TEC_k^{(II)}}}{f_{p1}^2}, \quad (1)$$

где $\overline{TEC_k^{(II)}}$ – результаты измерения ПЭС на трассах НР– k -й ПП с учетом усреднения по всем видимым с этого ПП навигационным спутникам; $A = 40,308 \text{ м}^3/\text{с}^2$.

Отметим, что измерения $\overline{d_{f_1, f_{p2}}^{(n,k)}}$ на второй частоте ретрансляции использованы при оценке $\overline{TEC_k^{(II)}}$ [4].

Оценивание декартовых координат наноспутника

Полагая ошибки оценивания скорректированных суммарных дальностей $\tilde{d}_{n,k}$ гауссовскими с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями $\sigma_{n,k}^2$, запишем логарифм функции правдоподобия в виде

$$\Lambda(x_{\text{нр}}, y_{\text{нр}}, z_{\text{нр}}) = - \sum_{k=1}^K \sum_{\substack{n=1 \\ V_{n,k}=1}}^N \frac{[\tilde{d}_{n,k} - d_{n,k}(x_{\text{нр}}, y_{\text{нр}}, z_{\text{нр}})]^2}{\sigma_{n,k}^2}, \quad (2)$$

где $d_{n,k}(x_{\text{нр}}, y_{\text{нр}}, z_{\text{нр}})$ – истинная суммарная дальность n -й НС–НР– k -й ПП на момент измерения:

$$d_{n,k}(x_{\text{нр}}, y_{\text{нр}}, z_{\text{нр}}) = \sqrt{(x_n - x_{\text{нр}})^2 + (y_n - y_{\text{нр}})^2 + (z_n - z_{\text{нр}})^2} + \sqrt{(x_{\text{пп}_k} - x_{\text{нр}})^2 + (y_{\text{пп}_k} - y_{\text{нр}})^2 + (z_{\text{пп}_k} - z_{\text{нр}})^2}; \quad (3)$$

(x_n, y_n, z_n) – декартовы координаты n -го НС; $(x_{\text{пп}_k}, y_{\text{пп}_k}, z_{\text{пп}_k})$ – декартовы координаты ПП.

Максимально правдоподобная оценка вектора координат НР по всем измерениям

$$(\hat{x}_{\text{нр}}, \hat{y}_{\text{нр}}, \hat{z}_{\text{нр}})^T = \arg \max_{x_{\text{нр}}, y_{\text{нр}}, z_{\text{нр}}} \Lambda(x_{\text{нр}}, y_{\text{нр}}, z_{\text{нр}}). \quad (4)$$

При малых ошибках измерений суммарных дальностей корреляционная матрица ошибок оценивания в декартовых координатах определяется выражением вида [7, 8]

$$\mathbf{R} = (\mathbf{H}^T \mathbf{\Phi}^{-1} \mathbf{H})^{-1} \quad (5)$$

где $\mathbf{\Phi}$ – диагональная матрица дисперсий измерений всех суммарных дальностей размером $L \times L$ с элементами на главной диагонали $\sigma_{n(\ell),k(\ell)}^2$, $\ell = 1, L$, в соответствии с порядком индексации и признаками видимости; $n(\ell), k(\ell)$ – индексы НС и ПП, соответствующие ℓ -й измеренной дальности; \mathbf{H} – матрица статического пересчета изменений декартовых координат в изменения суммарных дальностей вида [7]:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \frac{\partial d_{n(\ell),k(\ell)}(x_{\text{нр}}, y_{\text{нр}}, z_{\text{нр}})}{\partial x_{\text{нр}}} & \frac{\partial d_{n(\ell),k(\ell)}(x_{\text{нр}}, y_{\text{нр}}, z_{\text{нр}})}{\partial y_{\text{нр}}} & \frac{\partial d_{n(\ell),k(\ell)}(x_{\text{нр}}, y_{\text{нр}}, z_{\text{нр}})}{\partial z_{\text{нр}}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial d_{n(L),k(L)}(x_{\text{нр}}, y_{\text{нр}}, z_{\text{нр}})}{\partial x_{\text{нр}}} & \frac{\partial d_{n(L),k(L)}(x_{\text{нр}}, y_{\text{нр}}, z_{\text{нр}})}{\partial y_{\text{нр}}} & \frac{\partial d_{n(L),k(L)}(x_{\text{нр}}, y_{\text{нр}}, z_{\text{нр}})}{\partial z_{\text{нр}}} \end{pmatrix}.$$

Оценивание орбитальных параметров наноспутника-ретранслятора

В рамках рассматриваемого способа предполагается, что НР движется по эллиптической орбите с произвольным значением эксцентриситета. Центр Земли совпадает с одним из фокусов эллипса. Как известно [9], такая орбита полностью описывается шестью орбитальными параметрами: углом наклона орбиты γ , долготой восходящего узла Ω , большой полуосью a , эксцентриситетом e , аргументом перицентра ω и временем прохождения перицентра t_0 . Иллюстрация указанных параметров, за исключением t_0 , показана на рис. 2. Система координат $Oxyz$ – неподвижная геоцентрическая, плоскость xOy совпадает с экватором, ось Oz направлена на северный полюс, Ox – в направлении Гринвичского меридиана, например, в момент начала текущих суток (UTC = 0), ось Oy дополняет систему до правой.

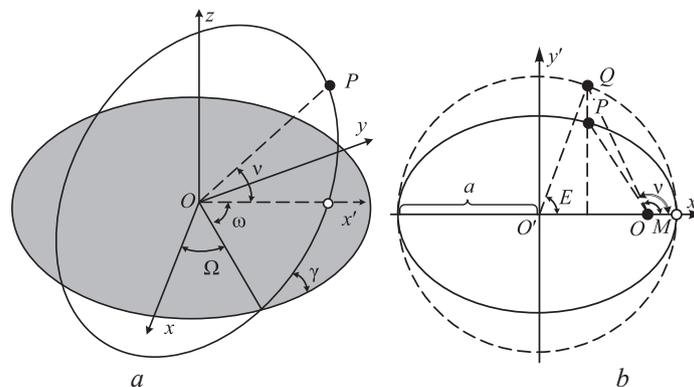


Рис. 2. Иллюстрации орбитальных параметров (а), эксцентрической и истинной аномалий (б)
Fig. 2. Illustrations of orbital parameters (a), eccentric and true anomalies (b)

На рис. 2, *b* показана иллюстрация эксцентрической E и истинной v аномалий, а также среднего движения M , используемых в расчетных соотношениях ниже. Система координат $O'x'y'$ – вспомогательная и лежит в орбитальной плоскости, точка O' расположена посередине между фокусами эллипса, ось $O'x'$ ориентирована на перицентр. Будем полагать, что доступными для определения ОП являются $m = 1, M$ результатов измерения декартовых координат НР, полученных в моменты времени t_m на одном из интервалов видимости НР с ПП. Возмущающие факторы, влияющие на ОП НР в пределах интервала видимости (Луна, аномалии гравитационного поля Земли, влияние атмосферы и т. д.), считаем фиксированными.

Оценивание ОП можно проводить последовательно. Сначала оценивается пара параметров (γ, Ω) . Уравнение орбитальной плоскости в неподвижной геоцентрической системе координат запишется в виде

$$Ax + By + Cz = 0, \quad \text{или} \quad \mathbf{w}^T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0, \quad (6)$$

где $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \gamma \sin \Omega \\ -\sin \gamma \cos \Omega \\ \cos \gamma \end{pmatrix}$ – нормальный вектор орбитальной плоскости.

Для m -го измерения $\boldsymbol{\psi}_m = (\hat{x}_m, \hat{y}_m, \hat{z}_m)^T$ координат НР расстояние $\xi_m = \sin \gamma \sin \Omega \cdot \hat{x}_m - \sin \gamma \cos \Omega \cdot \hat{y}_m + \cos \gamma \cdot \hat{z}_m = \mathbf{w}^T \boldsymbol{\psi}_m$; $\boldsymbol{\psi}_m = (\hat{x}_m, \hat{y}_m, \hat{z}_m)^T$ между измерениями и орбитальной плоскостью – гауссовская случайная величина с дисперсией $\sigma_{\xi_m}^2 = \mathbf{w}^T \mathbf{R}_m \mathbf{w}$. Так как все точки орбиты должны принадлежать искомой плоскости, то максимально правдоподобные оценки угла наклона плоскости орбиты и долготы восходящего узла

$$(\hat{\gamma}, \hat{\Omega}) = \arg \min_{\gamma, \Omega} \sum_{m=1}^M \frac{|\mathbf{w}^T(\gamma, \Omega) \hat{\boldsymbol{\psi}}_m|^2}{\mathbf{w}^T(\gamma, \Omega) \mathbf{R}_m \mathbf{w}(\gamma, \Omega)}. \quad (7)$$

При примерно равноточных измерениях выражение (7) можно упростить за счет отказа от вычисления дисперсии в знаменателе и сформулировать оптимизационную задачу в виде нахождения уравнения проходящей через центр Земли плоскости, для которой сумма квадратов расстояний результатов измерений декартовых координат от указанной плоскости минимальна:

$$(\hat{\gamma}, \hat{\Omega}) = \arg \min_{\gamma, \Omega} \sum_{m=1}^M (\sin \gamma \sin \Omega \cdot \hat{x}_m - \sin \gamma \cos \Omega \cdot \hat{y}_m + \cos \gamma \cdot \hat{z}_m)^2. \quad (8)$$

После определения нормального вектора орбитальной плоскости находим другие ОП: большую полуось a , эксцентриситет e и аргумент перицентра ω , а также время прохождения перицентра t_0 . Выражение для радиус-вектора орбиты имеет вид [9]

$$r_m = \frac{p}{1 + e \cos(v_m - \omega)} = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(v_m - \omega)}. \quad (9)$$

Взаимосвязи ОП в (9) описываются как:

$$p = a(1 - e^2); \quad v_m = 2 \arctg \frac{E_m}{2} \cdot \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}; \\ E_m - e \sin E_m = M_m; \quad M_m = n(t_m - t_0); \quad n = \sqrt{\frac{K}{a^3}} = \frac{2\pi}{T}, \quad (10)$$

где p – фокальный параметр; E – эксцентрическая аномалия; n – среднее движение; M – средняя аномалия, соответствующая истинной аномалии v в момент времени t_m ; K – гравитационная постоянная Земли; T – период обращения НР; $E_m - e \sin E_m = M_m$ – решается методом последовательных приближений.

Декартовы координаты НР для момента времени t_m запишем в виде

$$\boldsymbol{\zeta}_{\text{ср}m}(a, e, \omega, t_0) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \mathbf{M}_z(\hat{\Omega}) \mathbf{M}_x(\hat{\gamma}) \begin{pmatrix} r_m \cos v_m \\ r_m \sin v_m \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где $\mathbf{M}_z(\widehat{\Omega})$, $\mathbf{M}_x(\widehat{\gamma})$ – матрицы вращения относительно осей Oz и Ox :

$$\mathbf{M}_z(\Omega) = \begin{pmatrix} \cos \Omega & -\sin \Omega & 0 \\ \sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{M}_x(\gamma) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix}.$$

Тогда оценки максимального правдоподобия орбитальных параметров

$$(\widehat{a}, \widehat{e}, \widehat{\omega}, \widehat{t}_0) = \arg \min_{a, e, \omega, t_0} \sum_{m=1}^M (\widehat{\Psi}_m - \zeta_m)^T \mathbf{R}_m^{-1} (\widehat{\Psi}_m - \zeta_m). \quad (12)$$

Оптимизационная задача (12) оказывается достаточно сложной. Для ее упрощения используем следующий прием. Вычислим оценки истинных аномалий по единичным измерениям декартовых координат

$$\widehat{v}_m = \arccos \frac{\widehat{\Psi}_m \cdot \widehat{\mathbf{f}}}{|\widehat{\Psi}_m| \cdot |\widehat{\mathbf{f}}|}, \quad (13)$$

где $\widehat{\mathbf{f}} = (\cos \widehat{\Omega}, \sin \widehat{\Omega}, 0)^T$.

За счет (13) можно отказаться от оптимизации по \widehat{t}_0 в (12) и для примерно равноточных измерений сформулировать оптимизационную задачу по оценке в виде

$$(\widehat{a}, \widehat{e}, \widehat{\omega}) = \arg \min_{a, e, \omega} \sum_{m=1}^M |\widehat{\Psi}_m - \zeta_m|^2, \quad (14)$$

где ζ_m – рассчитывается согласно (9) и (11).

Далее, используя полученные оценки пяти ОП, остается оценить \widehat{t}_0

$$\widehat{t}_0 = \arg \min_{t_0} \sum_{m=1}^M |\widehat{\Psi}_m - \zeta_m(\widehat{a}, \widehat{e}, \widehat{\omega}, \widehat{\gamma}, \widehat{\Omega}, t_0)|^2. \quad (15)$$

После оценки ОП уравнение движения НР примет вид

$$\begin{pmatrix} x_{\text{НР}}(t) \\ y_{\text{НР}}(t) \\ z_{\text{НР}}(t) \end{pmatrix} = \mathbf{M}_z(\widehat{\Omega}) \mathbf{M}_x(\widehat{\gamma}) \begin{pmatrix} r(t) \cos v(t) \\ r(t) \sin v(t) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (16)$$

где $r(t)$, $v(t)$ – определяются по (9), (11) путем подстановки в них найденных оценок ОП и соответствующего момента времени t .

Путем дифференцирования (16) могут быть найдены составляющие вектора скорости НР по осям координат. Отметим, что при задании координат НР и составляющих скорости для некоторого момента времени далее может быть выполнено интегрирование уравнений движения НР с учетом различных возмущающих, но детерминированных факторов: неравномерности гравитационного поля Земли, влияния Луны, остатков атмосферы и т. д. [9].

Особенность предлагаемого способа – последовательное решение трех оптимизационных задач для оценивания:

- 1) нормального вектора орбитальной плоскости;
- 2) большой полуоси эллипса, эксцентриситета и аргумента перицентра;
- 3) времени прохождения перицентра, а также использования оценок истинных аномалий, рассчитываемых по единичным измерениям декартовых координат после определения нормального вектора орбитальной плоскости.

Результаты моделирования и их обсуждение

Исследование эффективности предлагаемого способа определения ОП проводилось методом имитационного моделирования с использованием цифрового двойника системы низкоорбитального контроля ионосферы. Цифровой двойник воспроизводит перемещения заданного числа НР и НС по заданным орбитам, перемещение приемных пунктов ССТП при вращении Земли, определение взаимного пространственного положения и видимости НС, НР и ПП, а также имитирует распределение электронной концентрации в ионосфере и результаты оценивания ПЭС на трассах НР–ПП за заданное время наблюдения. Типовая ситуация наблюдения при пролете НР в пределах прямой видимости с ПП, расположенными на территории Беларуси, показана на рис. 3.

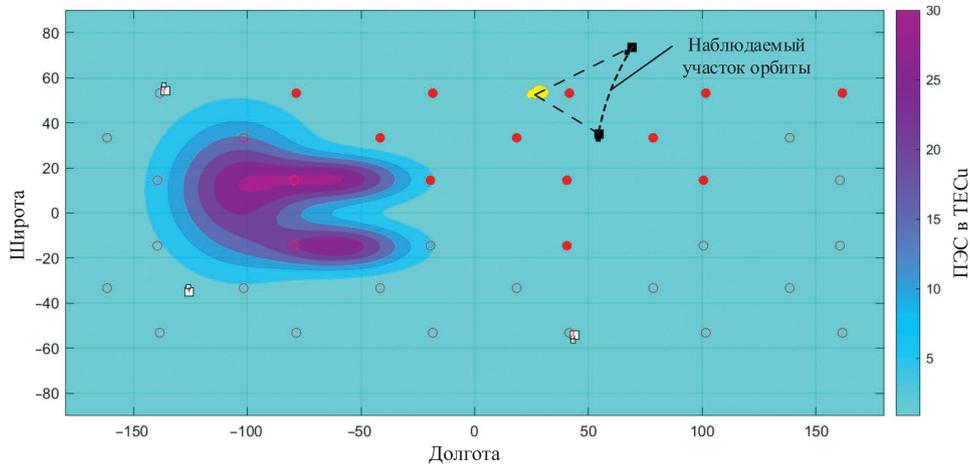


Рис. 3. Пространственная ситуация при моделировании
Fig. 3. Spatial situation during modeling

На рис. 3 справа цветом показаны значения вертикального ПЭС с вертикальной шкалой в TECu. Положение НР на орбите показано прямоугольником белого цвета, если НР находится вне зоны видимости, и черного цвета, если он в зоне видимости. Положение ПП ССТП на территории Беларуси отмечено желтыми точками. Закрашенными (видимые) и незакрашенными (вне зоны видимости) маркерами показаны подспутниковые точки НС GPS в начальный момент времени. Время видимости НР хотя бы одним ПП составляет 700 с, центральный угол наблюдаемого участка орбиты – около 40° .

Оценка проводилась методом статистического моделирования (100 реализаций) для случая наличия единственного ПП при времени когерентного накопления 20 мс и интервале времени между единичными измерениями координат НР 10 с. При указанных в [4] параметрах аппаратуры отношение сигнал/шум на выходе когерентного накопителя составило 24,0 и 15,5 дБ, для частот ретрансляции – 150 и 400 МГц, что практически гарантирует отсутствие anomalous ошибок измерения дальности. Считается, что определяющий вклад в среднеквадратическую ошибку измерения дальности вносят погрешности навигационно-временного обеспечения, эфемерид, расхождения шкал времени, фактор многолучевого распространения принимаемого сигнала и т. д. [10]. Результирующая средняя квадратическая ошибка (СКО) измерения дальности принималась равной 25 м, что существенно больше, чем флуктуационная ошибка измерения дальности при указанном отношении сигнал/шум. Время наблюдения орбиты НР принималось 700 и 90 с, что соответствует наблюдению 1/8 и 1/64 частей орбиты при дискретности измерения декартовых координат 10 с. Результаты расчета статистических параметров оценивания ОП для случая наблюдения частей орбиты в 1/8 и 1/64 от витка приведены в табл. 1.

Таблица 1. Средние квадратические ошибки оценивания орбитальных параметров
Table 1. Root mean square errors in estimating orbital parameters

Наименование параметра	Средняя квадратическая ошибка оценивания параметра при доле наблюдаемой части орбиты	
	1/8	1/64
Угол наклона плоскости орбиты σ_γ , град.	$3,4 \cdot 10^{-5}$	$2,1 \cdot 10^{-4}$
Долгота восходящего узла σ_Ω , град.	$4,6 \cdot 10^{-5}$	$7,9 \cdot 10^{-4}$
Большая полуось эллипса σ_a , м	4,1	85
Эксцентриситет σ_e	$2,8 \cdot 10^{-6}$	$4,4 \cdot 10^{-5}$
Аргумент перицентра σ_ω , град.	$4,3 \cdot 10^{-5}$	$3,3 \cdot 10^{-5}$
Время прохождения перицентра σ_{t_0} , с	0,017	0,167
Расстояние между истинным и экстраполированным на одни сутки положением спутника: математическое ожидание/среднеквадратическое отклонение, км	0,53/0,40	9,2/7,4
Составляющие скорости по осям $\sigma_{V_x}, \sigma_{V_y}, \sigma_{V_z}$, м/с	0,085/0,078/0,017	0,18/0,14/0,35

В дополнение к указанным в табл. 1 данным следует отметить, что математическое ожидание расстояния между истинным и экстраполированным на одни сутки положениями спутника составило 0,53 и 9,20 км при наблюдении соответственно 1/8 и 1/64 частей орбиты при СКО указанных величин 0,4 и 7,4 км.

Как следует из приведенных в табл. 1 результатов, достигаемая точность оценивания ОП весьма высокая даже при наличии только одного ПП. В частности, при прогнозировании координат НР на сутки при использовании всей доступной для наблюдения части орбиты (примерно 1/8 часть витка) математическое ожидание расстояния между истинным и прогнозируемым положениями НР не превышает 1 км, что полностью соответствует потребностям практики. Уменьшение наблюдаемой части орбиты до 1/64 части витка приводит к закономерному ухудшению точности оценивания, причем точность оценивания первых двух из шести параметров (угла наклона плоскости орбиты и долготы восходящего узла) ухудшается примерно пропорционально уменьшению времени наблюдения. Точность оценивания других параметров, за исключением аргумента перицентра, ухудшается значительно быстрее. При увеличении числа ПП, а также уменьшении периода измерений декартовых координат СКО оценивания ОП уменьшаются пропорционально квадратному корню из коэффициента увеличения числа независимых измерений.

Заключение

1. Представленный способ оценивания орбитальных параметров наноспутника-ретранслятора может быть модифицирован для случая ретрансляции сигнала на одну частоту с переходом к разностно-дальномерному способу оценивания декартовых координат для исключения неизвестного полного электронного содержания на трассе распространения.

2. Высокая точность определения орбитальных параметров, простота и компактность бортовой аппаратуры для реализации способа, отсутствие необходимости размещения на борту специализированной аппаратуры потребителя глобальной навигационной спутниковой системы, способной измерять координаты при высоких радиальных скоростях и ускорениях между наноспутником-ретранслятором и навигационным спутником, а также линии связи для передачи измеренных ею координат спутника на наземный пункт управления определяют возможность и целесообразность использования предлагаемого способа для нахождения орбитальных параметров микро- и наноспутников.

Список литературы

1. Куницын, В. Е. Радиотомография ионосферы / В. Е. Куницын, Е. Д. Терещенко, Е. С. Андреева. М.: Физматлит, 2007.
2. Determination of Total Electron Content in the Ionosphere Over the Territory of the Republic of Belarus Based on Global Navigation Satellite Systems Data / A. O. Naumov [et al.] // Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-Technical Series. 2024. Vol. 69, No 1. P. 53–64.
3. Methods and Software for Estimation of Total Electron Content in Ionosphere Using GNSS Observations / A. Naumov [et al.] // Engineering Applications. 2023. Vol. 2, No 3. P. 243–253.
4. Способ оценивания полного электронного содержания в ионосфере на основе ретрансляции сигналов глобальной навигационной спутниковой системы GPS / И. В. Белоконов [и др.] // Информатика. 2023. Т. 20, № 2. С. 7–27. <https://doi.org/10.37661/1816-0301-2023-20-2-7-27>.
5. Обработка ретранслированных навигационных сигналов глобальной навигационной спутниковой системы GPS в задаче оценивания полного электронного содержания в ионосфере / Е. А. Каплярчук [и др.] // Информатика. 2023. Т. 20, № 3. С. 21–36. <https://doi.org/10.37661/1816-0301-2023-20-3-21-36>.
6. Соколов, Н. Л. Метод определения орбитальных параметров космического мусора бортовыми средствами космического аппарата / Н. Л. Соколов // Труды МАИ (электронный журнал). 2014. № 77. С. 1–19.
7. Ширман, Я. Д. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех / Я. Д. Ширман, В. Н. Манжос. М.: Радио и связь, 1981.
8. Саврасов, Ю. С. Алгоритмы и программы в радиолокации / Ю. С. Саврасов. М.: Радио и связь, 1985.
9. Дубошин, Г. Н. Небесная механика. Основные задачи и методы / Г. Н. Дубошин. М.: Наука, 1975.
10. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова; 4-е изд., перераб. М.: Изд-во «ИПРЖР», 2010.

References

1. Kunitsyn V. E., Tereshchenko E. D., Andreeva E. S. (2007) *Radiotomography of the Ionosphere*. Moscow, Fizmatlit Publ. (in Russian).
2. Naumov A. O., Khmarskiy P. A., Byshnev N. I., Piatrouski M. A. (2024) Determination of Total Electron Content in the Ionosphere Over the Territory of the Republic of Belarus Based on Global Navigation Satellite Systems Data. *Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-Technical Series*. 69 (1), 53–64.
3. Naumov A., Khmarskiy P., Byshnev N., Piatrouski M. (2023) Methods and Software for Estimation of Total Electron Content in the Ionosphere Using GNSS Observations. *Engineering Applications*. 2 (3), 243–253.
4. Belokonov I. V., Krot A. M., Kozlov S. V., Kapliarchuk Y. A., Savinykh I. E., Shapkin A. S. (2023) A Method for Estimating the Total Electron Content in the Ionosphere Based on the Retransmission of Signals from the Global Navigation Satellite System GPS. *Informatics*. 20 (2), 7–27. <https://doi.org/10.37661/1816-0301-2023-20-2-7-27> (in Russian).
5. Kapliarchuk Y. A., Kozlov S. V., Savinykh I. E., Shapkin A. S. (2023) Processing of Relayed Navigation Signals of the Global Navigation Satellite System GPS in the Problem of Estimating the Total Electron Content in the Ionosphere. *Informatics*. 20 (3), 21–36. <https://doi.org/10.37661/1816-0301-2023-20-3-21-36> (in Russian).
6. Sokolov N. L. (2014) Method for Determining the Orbital Parameters of Space Debris by On-Board Means of the Spacecraft. *Proceedings of MAI (Electronic Journal)*. (77), 1–19 (in Russian).
7. Shirman Ya. D., Manzhos V. N. (1981) *Theory and Technology of Processing Radar Information Against a Background of Interference*. Moscow, Radio i Sviaz Publ. (in Russian).
8. Savrasov Yu. S. (1985) *Algorithms and Programs in Radar*. Moscow, Radio i Sviaz Publ. (in Russian).
9. Duboshin G. N. (1975) *Celestial Mechanics. Basic Tasks and Methods*. Moscow, Nauka Publ. (in Russian).
10. Perova A. I., Kharisova V. N. (ed.) (2010) *GLONASS. Principles of Construction and Operation; 4th ed., Revised*. Moscow, Publishing House “IPRZhR” (in Russian).

Вклад авторов

Каплярчук Е. А. разработал основные операции способа, математическую модель, выполнил моделирование.

Козлов С. В. предложил структуру способа определения орбитальных параметров.

Шапкин А. С. принял участие в моделировании и обобщил результаты.

Authors' contribution

Kaplarchuk E. A. developed the main operations of the method, a mathematical model, performed modeling.

Kozlov S. V. proposed the structure of a method for determining the orbital parameters.

Shapkin A. S. took part in the modeling and summarized the results.

Сведения об авторах

Каплярчук Е. А., инж.-програм., фрилансер

Козлов С. В., д-р техн. наук, проф., проф. каф. информационных радиотехнологий, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Шапкин А. С., асп., Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. П. Бровки, 6
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
Тел.: +375 17 293-89-11
E-mail: kozlov@bsuir.by
Козлов Сергей Вячеславович

Information about the authors

Kaplarchuk E. A., Software Engineer, Freelancer

Kozlov S. V., Dr. of Sci. (Tech.), Professor, Professor at the Department of Information Radiotechnologies, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

Shapkin A. S., Graduate Student, United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus

Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,
Minsk, P. Brovki St., 6
Belarusian State University
of Informatics and Radioelectronics
Tel.: +375 17 293-89-11
E-mail: kozlov@bsuir.by
Kozlov Sergei Vyacheslavovich