CC BY

http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-5-71-79

Оригинальная статья Original paper

УДК 004.021

МЕТОД ПОВЫШЕНИЯ СКОРОСТИ ВЫПОЛНЕНИЯ АЛГОРИТМА ФАЗОВОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

М. И. ПОРХУН, М. И. ВАШКЕВИЧ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники (г. Минск, Республика Беларусь)

Поступила в редакцию 21.06.2024

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2024 Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2024

Аннотация. Рассмотрены два алгоритма вычисления фазового преобразования, заключающегося в расчете выходов цепочки фазовых звеньев. В основе алгоритмов лежит идея синтеза сдвоенного фазового звена, которое позволяет за один проход вычислять выходы каскада из двух фазовых звеньев. Для синтеза сдвоенных фазовых звеньев использовано представление цифровых фильтров методом пространства состояний. Предложенные алгоритмы реализованы на языке Си, выполнено их сравнение с прямой формой реализации фазового преобразования. В процессе экспериментов при помощи встроенного в среду Visual Studio профилировщика оценивалась скорость вычисления цепочки фазовых звеньев на персональном компьютере с процессором Intel Core i7-37700. Полученные результаты показали, что оба алгоритма позволяют ускорить вычисление цепочки фазовых звеньев в 1,3 и 1,8 раза соответственно.

Ключевые слова: фазовое преобразование, цепочка фазовых звеньев, пространство состояний, сдвоенное фазовое звено.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Порхун, М. И. Метод повышения скорости выполнения алгоритма фазового преобразования / М. И. Порхун, М. И. Вашкевич // Доклады БГУИР. 2024. Т. 22, № 5. С. 71–79. http://dx.doi. org/10.35596/1729-7648-2024-22-5-71-79.

A METHOD FOR SPEED UP THE ALLPASS TRANSFORMATION ALGORITHM

MAXIM I. PORHUN, MAXIM I. VASHKEVICH

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (Minsk, Republic of Belarus)

Submitted 21.06.2024

Abstract. Two algorithms for calculating the phase transformation, which consists in calculating the outputs of a chain of phase links, are considered. The algorithms are based on the idea of synthesis of a dual phase link, which allows calculating the outputs of a cascade of two-phase links in one pass. To synthesize dual phase links, the representation of digital filters by the space state method is used. The proposed algorithms are implemented in the C language, and they are compared with the direct form of implementation of the phase transformation. During the experiments, the speed of calculating the chain of phase links on a personal computer with an Intel Core i7-37700 processor was estimated using the profiler built into the Visual Studio environment. The results showed that both algorithms allow accelerating the calculation of the chain of phase links by 1.3 and 1.8 times, respectively.

Keywords: phase transformation, allpass chain, state-space, dual allpass filter.

Conflict of interests. The authors declare no conflict of interests.

For citation. Porhun M. I., Vashkevich M. I. (2024) A Method for Speed Up the Allpass Transformation Algorithm. *Doklady BGUIR*. 22 (5), 71–79. http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-5-71-79 (in Russian).

Введение

Фазовое преобразование [1] используется во многих прикладных задачах цифровой обработки сигналов. Суть его применения сводится к получению в системе обработки звука неравномерного частотного разрешения [2], что особенно важно при моделировании частотной избирательности слуха [3]. Расчет фазового преобразования представляет собой вычисление выходов цепочки (каскада) фазовых звеньев (ФЗ). При этом выход каждого отдельного звена в каскаде является выходом фазового преобразования.

Рассмотрим несколько практических примеров использования фазового преобразования в системах цифровой обработки сигналов. В [4] фазовое преобразование применялось для реализации дискретного преобразования Фурье с неравномерным частотным разрешением, которое использовалось для выявления сигналов с множественными узкополосными компонентами. В [5] фазовое преобразование применялось для создания звуковых эквалайзеров на БИХ-фильтрах (фильтрах с бесконечной импульсной характеристикой), учитывающих разрешающую способность слуха. В [6] фазовое преобразование интегрировано в спектральный анализ методом Берга для улучшения разрешающей способности на низких частотах.

Фазовое преобразование также может быть использовано для синтеза фильтров, моделирующих работу слуховой системы человека (кохлеарные фильтры). Они широко применяются для построения моделей слухового восприятия, которые используются во многих практических приложениях обработки аудиосигналов (кодерах, системах подавления шума, симуляторах потери слуха и проч.). В качестве кохлеарных фильтров часто применяются банки гамматони гаммачирп-фильтров. Их отличительная особенность – достаточно высокая вычислительная сложность. Одним из возможных способов решения данной проблемы является замена банка фильтров на более простой с вычислительной точки зрения, но близкий по характеристикам к искомому. В [7] предложено использовать неравнополосный косинусно-модулированный банк фильтров (НКМБФ) для аппроксимации банка гамматон-фильтров. Фазовое преобразование – ключевой этап реализации НКМБФ.

При создании систем обработки звука, основанных на фазовом преобразовании, центральной проблемой становится непосредственно сама реализация цепочки фазовых звеньев (ЦФЗ) [8, 9]. На практике длина цепочки может превышать 1000 звеньев [8]. При этом обработка звука происходит на частоте дискретизации входного сигнала. Помимо того, алгоритм прямой формы реализации фазового преобразования имеет зависимость по данным, что затрудняет его распараллеливание. В статье предложен метод повышения скорости выполнения алгоритма фазового преобразования, основанный на синтезе структуры сдвоенного фазового звена, которое позволяет за один вычислительный проход получать выходы каскада, состоящего из двух фазовых звеньев.

Фазовое преобразование

Фазовое преобразование заключается в замене в линейной стационарной системе элементов задержки на фазовые звенья [1]. В статье рассматриваются ФЗ первого порядка

$$A(z) = \frac{z^{-1} - \alpha}{1 - \alpha z^{-1}}, \ |\alpha| < 1.$$
(1)

Благодаря применению фазового преобразования выполняется трансформация частотной характеристики системы [10]. В качестве примера рассмотрим применение фазового преобразования к КИХ-фильтру (фильтру с конечной импульсной характеристикой). На рис. 1 показана схема КИХ-фильтра до и после применения фазового преобразования.

Изменяя коэффициент α фазового звена (формула (1)), можно изменять частотную характеристику фильтра и, в частности, регулировать полосу частот, пропускаемых им. На рис. 2 показан пример трансформации частотной характеристики фильтра при использовании фазового преобразования. Можно заметить, что в зависимости от знака параметра α происходит либо растяжение, либо сжатие частотного диапазона.



Рис. 1. Структура КИХ-фильтра: *a* – исходная; *b* – после применения фазового преобразования **Fig. 1.** FIR-filter structure: *a* – original; *b* – after allpass transformation



a – исходного; b, c – после применения фазового преобразования с $\alpha = 0,5$ и $\alpha = -0,5$ соответственно Fig. 2. Time and frequency responses of the FIR-filter: a – original; b, c – after applying the phase transformation with $\alpha = 0.5$ and $\alpha = -0.5$, respectively

Рассмотрим вопрос реализации ЦФЗ (рис 1, *b*), которая является практическим выражением фазового преобразования. Передаточная функция (1) соответствует разностному уравнению

$$y(n) = x(n-1) - \alpha x(n) + \alpha y(n-1) = x(n-1) + \alpha (y(n-1) - x(n)).$$
(2)

Таким образом, вычислительная сложность фазового звена равна двум сложениям и одному умножению (считается, что сложение и вычитание имеют одинаковые затраты). Для реализации (2) требуется два элемента задержки (памяти) для хранения предыдущего входного и выходного отсчетов. Используя метод пространства состояния, можно получить реализацию (2), которая требует всего одного элемента памяти [11]:

$$y(n) = (1 - \alpha^{2})w(n-1) - \alpha x(n) = Bw(n-1) - \alpha x(n);$$

$$w(n) = \alpha w(n-1) + x(n),$$
(3)

где $B = 1 - \alpha^2$; w(n) – переменная внутреннего состояния.

Систему уравнений (3) можно переписать в матричном виде

$$\begin{bmatrix} w(n) \\ y(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 1 \\ B & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(n-1) \\ x(n) \end{bmatrix}.$$
 (4)

Для реализации (3) необходимы два сложения, три умножения и один элемент задержки для хранения переменной состояния w(n - 1). Однако при экономии элементов памяти увеличивается число операций умножения. Преимущество подобной реализации будет более ясным после рассмотрения задачи реализации ЦФЗ.

Проблема реализации цепочки фазовых звеньев

Как было сказано ранее, основной трудностью при построении систем обработки звука на базе фазового преобразования является непосредственно реализация ЦФЗ. На практике число элементов *N* ЦФЗ находится в пределах от нескольких десятков до нескольких сотен [8]. Структура ЦФЗ, реализованная согласно (2), показана на рис. 3.



При поступлении одного нового входного отсчета сигнала x(n) необходимо вычислить все N выходов ЦФЗ, между которыми существует зависимость по данным (выход одного звена является входом для последующего). Кроме этого, дальнейшие вычисления не могут осуществляться, пока не рассчитаны выходы всех элементов ЦФЗ. Таким образом, в системах обработки звука на основе фазового преобразования критически важным является время вычисления всех выходов ЦФЗ.

Для выполнения анализа времени вычисления выходов ЦФЗ представим алгоритм расчета выхода одного фазового звена в ярусно-параллельной форме (рис. 4).



Рис. 4. Ярусно-параллельная форма алгоритма вычисления выхода фазового звена Fig. 4. Directed computational graph of the allpass filter

Из ярусно-параллельной формы видно, что алгоритм вычисления выхода фазового звена разделен на три яруса. Нулевой ярус представляет собой входные данные. Предположим, что ЦФЗ состоит из N элементов. В таком случае общее количество ярусов алгоритма составит 3N. Число ярусов крайне важно, поскольку оно открывает возможность для параллельных вычислений. Это связано с тем, что на каждом ярусе выполняются расчеты, непосредственно связанные с результатами вычислений на предыдущем ярусе. Таким образом, реализация ЦФЗ согласно структуре, показанной на рис. 3, будет занимать 3N условных тактов.

Параллельное вычисление каскада из двух фазовых звеньев

Предлагается синтезировать структуру сдвоенного ФЗ, выполняющего в едином вычислительном процессе вычисление выходов каскада из двух фазовых звеньев. На рис. 5 показан каскад из двух ФЗ, в котором каждое звено реализовано с использованием метода пространства состояний, т. е. согласно уравнению (4).

Предположим, что вектор $\begin{bmatrix} w_2(n-1) & w_1(n-1) & x(n) \end{bmatrix}^T$ является входом данной структуры, а вектор $\begin{bmatrix} w_2(n) & w_1(n) & v_2(n) & v_1(n) \end{bmatrix}^T$ – выходом. Тогда каскад из двух фазовых звеньев может быть представлен выражением

$$\begin{vmatrix} w_{2}(n) \\ w_{1}(n) \\ v_{2}(n) \\ v_{1}(n) \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ B & 0 & -\alpha \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 1 \\ 0 & B & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{2}(n-1) \\ w_{1}(n-1) \\ x(n) \end{bmatrix},$$
(5)

где x(n) – входной сигнал; $w_1(n-1)$, $w_2(n-1)$ – внутреннее состояние первого и второго звеньев соответственно; $v_1(n)$, $v_2(n)$ – выходы первого и второго звеньев; $w_1(n)$, $w_2(n)$ – внутренние состояния первого и второго звеньев в момент времени n.

<u>,</u> п



Рис. 5. Каскад из двух фазовых звеньев, реализованных с использованием техники пространства состояний Fig. 5. Cascade of two allpass filters, implemented using state-space approach

Согласно выражению (5), можно построить ярусно-параллельную форму алгоритма (рис. 6) вычисления сдвоенного фазового звена (СФЗ).



Рис. 6. Ярусно-параллельная форма алгоритма вычисления выхода сдвоенного фазового звена, вариант 1 Fig. 6. Computational graph of the dual allpass filter, variant 1

Блок-схема СФЗ, вариант 1 (СФЗ-v1), показана на рис. 7.



Рис. 7. Блок-схема сдвоенного фазового звена, вариант 1 (СФЗ-v1) Fig. 7. Block-scheme of the dual allpass filter, variant 1 (DAF-v1)

Выражение (5) можно упростить, если выполнить умножение матриц:

$$\begin{bmatrix} w_{2}(n) \\ w_{1}(n) \\ v_{2}(n) \\ v_{1}(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & B & -\alpha \\ 0 & \alpha & 1 \\ B & C & A \\ 0 & B & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{2}(n-1) \\ w_{1}(n-1) \\ x(n) \end{bmatrix},$$
(6)

где $A = \alpha^2$; $C = -\alpha(1 - \alpha^2)$.

Проанализировав (6), можно увидеть, что во втором и третьем столбцах встречаются одинаковые элементы. Это позволяет сократить число операций, требуемых для вычисления выходных значений. Таким образом, согласно выражению (6), получаем новый вариант алгоритма вычисления СФЗ, ярусно-параллельная форма которого приведена на рис. 8.



Рис. 8. Ярусно-параллельная форма алгоритма вычисления выхода сдвоенного фазового звена, вариант 2 Fig. 8. Block-scheme of the dual allpass filter, variant 2

Блок-схема СФЗ, вариант 2 (СФЗ-v2), показана на рис. 9.



Рис. 9. Блок-схема сдвоенного фазового звена, вариант 2 (СФЗ-v2) Fig. 9. Block-scheme of the dual allpass filter, variant 2 (DAF-v2)

Расчет выхода каскада из двух фазовых звеньев (СФЗ-v1), согласно (5), соответствует четырехъярусному алгоритму, а СФЗ-v2, согласно (6), – трехъярусному. При этом число ярусов в СФЗ-v2 такое же, какое было у алгоритма вычисления выхода одного фазового звена, реализуемого по уравнению (2). Сравнение вычислительных затрат на реализацию каскада из двух ФЗ показано в табл. 1.

Таблица 1. Вычислительные затраты на реализацию каскада из двух фазовых звеньев **Table 1.** Computational costs for implementation a cascade of two allpass filters

Вариант реализации	Прямая форма	СФЗ-v1	СФЗ-v2
Число сложений	4	4	5
Число умножений	2	6	7
Число ярусов	6	4	3

С точки зрения вычислительных затрат, реализация СФЗ-v1 требует шесть умножений и четыре сложения, а СФЗ-v2 – семь умножений и пять сложений. Если реализовывать каскад из двух ФЗ согласно (2), то потребуется всего два умножения и четыре сложения (считается, что вычитание и сложение эквивалентны по сложности). Следовательно, реализации СФЗ-v1 и СФЗ-v2 имеют повышенную вычислительную сложность, но позволяют сократить время вычисления за счет распараллеливания. Таким образом, с точки зрения скорости расчета, алгоритм СФЗ-v1 в полтора, а алгоритм СФЗ-v2 в два раза эффективнее, чем прямая реализация (2) каскада из двух ФЗ.

Экспериментальные исследования

С целью оценки эффективности алгоритмов вычисления фазового преобразования согласно предложенным структурам сдвоенного фазового звена проведены вычислительные эксперименты. Для этого программным образом на языке Си описаны прямая форма реализации ЦФЗ (формула (2)), а также алгоритмы вычисления СФЗ-v1 и СФЗ-v2 по формулам (5) и (6) соответственно. Система обработки звука представляла собой ЦФЗ, состоящую из 2048 фазовых звеньев. На выход системы подавался звуковой сигнал x(n), представляющий собой синусоиду длительностью 10^6 отсчетов с частотой дискретизации 44,1 кГц. Анализ вычислительных затрат выполнялся при помощи встроенного в Visual Studio 2022 профилировщика. Эксперимент проводился на базе ПК с восьмиядерным процессором Intel Core i7-37700 (тактовая частота 3,4 ГГц). Оценка вычислительных затрат для каждой реализации выполнялась 10 раз, после чего полученные значения усреднялись. На рис. 10 показаны результаты экспериментов.



По результатам экспериментов оценка производительности прямой формы реализации ЦФЗ составила (6129,6 ± 22) единиц времени ЦП (центрального процессора), параллельной формы CФЗ-v1 – (4633,3 ± 48), а параллельной формы CФЗ-v2 – (3384,7 ± 11) единиц времени ЦП. Таким образом, процесс вычисления выходов цепочки фазовых звеньев с использованием CФЗ-v1 по сравнению с прямой формой ускоряется в 1,31 раза, а с использованием CФЗ-v2 – в 1,81 раза.

Заключение

1. Предложены две структуры сдвоенного фазового звена, основанные на технике представления фильтра методом пространства состояний. Соответствующие данным структурам алгоритмы позволяют ускорить процесс вычисления выходов цепочки фазовых звеньев. Дана оценка эффективности реализации алгоритмов.

2. Проведены вычислительные эксперименты. Для этого программным образом на языке Си выполнена реализация функции вычисления прямой формы реализации цепочки фазовых звеньев, а также параллельной формы согласно предложенным структурам.

3. Каждый из двух алгоритмов позволяет ускорить вычисление выходов цепочки фазовых звеньев в 1,31 и 1,81 раза соответственно.

Список литературы

- 1. Vary, P. Digital Filter Banks with Unequal Resolution / P. Vary // Short Communication Digest of European Signal Processing Conference (EUSIPCO). 1980. P. 41–42.
- Evangelista, G. Auditory Modeling Via Frequency Warped Wavelet Transform / G. Evangelista, S. Cavaliere // 9th European Signal Processing Conference (EUSIPCO). 1998. P. 1–4.
- 3. Нечаев, Д. И. Частотная избирательность слуха / Д. И. Нечаев, Е. В. Сысуева // Сенсорные системы. 2015. Т. 29, № 3. С. 181–200.
- 4. Kwon, O. Efficient Detection of Multi-Narrowband Using the Warped Discrete Fourier Transform / O. Kwon // Journal of Computer Science. 2018. Vol. 6, No 1. P. 26–33.
- Bank, B. Warped, Kautz, and Fixed-Pole Parallel Filters: A Review / B. Bank // Journal of the Audio Engineering Society. 2022. Vol. 70, No 6. P. 414–434.
- 6. Frequency Warped Burg's Method for AR-Modeling / K. Roth [et al.] // 2003 IEEE Workshop on Applications of Signal Processing to Audio and Acoustics. 2003. P. 5–8.
- Порхун, М. И. Оптимизационный метод проектирования фильтра-прототипа для аппроксимации частотных характеристик гамматон-фильтров при помощи неравнополосного косинусно-модулированного банка фильтров / М. И. Порхун, М. И. Вашкевич // Цифровая обработка сигналов и ее применение: докл. XXVI Междунар. конф., г. Москва, 27–29 марта 2024 г. М.: Рос. науч.-техн. общ. радиотех., электроники и связи им. А. С. Попова, 2024. С. 71–76.
- Gülzow, T. Comparison of a Discrete Wavelet Transformation and a Nonuniform Polyphase Filterbank Applied to Spectral-Subtraction Speech Enhancement / T. Gülzow, A. Engelsberg, U. Heute // Signal Processing. 1998. Vol. 64, No 1. P. 5–19.
- 9. Вашкевич, М. И. Анализ ошибок округления при реализации цепочки фазовых звеньев в арифметике с фиксированной запятой / М. И. Вашкевич // Цифровая обработка сигналов. 2021. № 2. С. 12–18.
- Вашкевич, М. И. Сравнение частотно-временных преобразований: Фурье-анализ, вейвлеты и банки фильтров на основе фазового преобразования / М. И. Вашкевич, И. С. Азаров // Цифровая обработка сигналов. 2020. № 2. С. 13–26.
- 11. Roberts, R. A. Digital Signal Processing / R. A. Roberts, C. T. Mullis. Boston: Addison-Wesley Publishing Co., Inc., 1987.

References

- 1. Vary P. (1980) Digital Filter Banks with Unequal Resolution. *Short Communication Digest of European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*. 41–42.
- 2. Evangelista G., Cavaliere S. (1998) Auditory Modeling Via Frequency Warped Wavelet Transform. 9th European Signal Processing Conference (EUSIPCO). 1–4.
- 3. Nechaev D. I., Sysueva E. V. (2015) Frequency Selectivity of Hearing. Sensory Systems. 29 (3), 181-200.
- 4. Kwon O. (2018) Efficient Detection of Multi-Narrowband Using the Warped Discrete Fourier Transform. *Journal of Computer Science*. 6 (1), 26–33.
- 5. Bank B. (2022) Warped, Kautz, and Fixed-Pole Parallel Filters: A Review. *Journal of the Audio Engineering Society*. 70 (6), 414–434.
- 6. Roth K., Kauppinen I., Esquef P. A. A., Valimaki V. (2003) Frequency Warped Burg's Method for AR-Modeling. 2003 IEEE Workshop on Applications of Signal Processing to Audio and Acoustics. 5–8.
- Porhun M. I., Vashkevich M. I. (2024) Optimization Method for Design a Prototype Filter for Approximation Frequency Characteristics of Gammaton Filters Using a Warped Cosine-Modulated Filter Bank. *Digital Signal Processing and Its Application: Reports of the XXVI International Conference, March 27–29, 2024.* Moscow, Russian Scientific and Technical Society of Radio Engineering, Electronics and Communications named after A. S. Popova. 71–76 (in Russian).
- Gülzow T., Engelsberg A., Heute U. (1998) Comparison of a Discrete Wavelet Transformation and a Nonuniform Polyphase Filterbank Applied to Spectral-Subtraction Speech Enhancement. *Signal Processing*. 64 (1), 5–19.
- 9. Vashkevich M. I. (2021) Analysis of Rounding Errors When Implementing a Chain of Phase Links in Fixed-Point Arithmetic. *Digital Signal Processing*. (2), 12–18 (in Russian).
- 10. Vashkevich M. I., Azarov I. S. (2020) Comparison of Frequency-Time Transformations: Fourier Analysis, Wavelets and Filter Banks Based on Phase Transformation. *Digital Signal Processing*. (2), 13–26 (in Russian).
- 11. Roberts R. A., Mullis C. T. (1987) Digital Signal Processing. Boston, Addison-Wesley Publishing Co., Inc.

Вклад авторов

Порхун М. И. разработал метод повышения скорости выполнения алгоритма фазового преобразования, провел экспериментальные исследования эффективности данного метода.

Вашкевич М. И. определил задачи, которые необходимо было решить в ходе проведения исследований, принимал участие в разработке метода повышения скорости выполнения алгоритма фазового преобразования, участвовал в интерпретации результатов эксперимента.

Authors' contribution

Porhun M. I. developed a method for speed up the allpass transformation algorithm and conducted experimental studies on the effectiveness of this method.

Vashkevich M. I. defined the tasks that needed to be addressed during the research, participated in the development of the method for speed up the allpass transformation algorithm, and took part in interpreting the experimental results.

Сведения об авторах

Порхун М. И., магистр техн. наук, ст. преп. каф. электронных вычислительных средств, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Вашкевич М. И., д-р техн. наук, проф. каф. электронных вычислительных средств, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь, г. Минск, ул. П. Бровки, 6 Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники Тел.: +375 17 293-84-20 E-mail: porhun@bsuir.by Порхун Максим Игоревич

Information about the authors

Porhun M. I., M. of Sci., Senior Lecturer at the Electronic Computing Facilities Department, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

Vashkevich M. I., Dr. of Sci. (Tech.), Professor at the Electronic Computing Facilities Department, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

Address for correspondence

220013, Republic of Belarus, Minsk, P. Brovki St., 6 Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics Tel.: +375 17 293-84-20 E-mail: porhun@bsuir.by Porhun Maxim Igorevich