

ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБНАРУЖЕНИЯ УСТРОЙСТВА ПУЛТ В УСЛОВИЯХ ОГРАНИЧЕННОЙ  
ВЫБОРКИ ДЛЯ ОЦЕНКИ УРОВНЯ РАДИОЛОКАЦИОННОГО ФОНА

С. Ю. СЕДЫШЕВ, ШИН ТАНТ АУНГ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
(г. Минск, Республика Беларусь)

E-mail: shinthantaung66391@gmail.com

**Аннотация.** В статье рассматриваются характеристики обнаружения устройства ПУЛТ в условиях ограниченной выборки для оценки уровня радиолокационного фона. Приводится анализ влияния ограниченного объема выборки на точность установки порога обнаружения и вероятность ложной тревоги. Показано, что использование ограниченной выборки может приводить к увеличению числа ложных срабатываний и снижению дальности обнаружения, что требует компромисса между объемом выборки и вычислительными затратами. В статье также предложены численные примеры, иллюстрирующие влияние объема выборки на характеристики обнаружения.

**Abstract.** The article examines the detection characteristics of the CFAR device in conditions of limited sampling for assessing radar background noise levels. The study analyzes the impact of limited sample sizes on threshold accuracy and false alarm probability. It is shown that limited sampling can lead to an increase in false alarms and a decrease in detection range, requiring a trade-off between sample size and computational costs. Numerical examples are provided to illustrate the impact of sample size on detection characteristics.

## Введение

Дальность обнаружения РЛС является статистической категорией [4, 14, 15]. Это обусловлено следующими причинами:

- обнаружение целей происходит на фоне помех;
- решение о наличии или отсутствии цели принимается за ограниченное время;
- отраженный сигнал флуктуирует по амплитуде и фазе от импульса к импульсу.

Качество принятия решения характеризуется вероятностной оценкой, поэтому о дальности обнаружения можно говорить только с вероятностями правильного обнаружения  $D$  и ложной тревоги (ЛТ)  $F$  [4, 14]:

$$r_{\text{обн}} = 4 \sqrt{\frac{P_0 T_0 G_a^2 \lambda^2 \sigma_{\text{ц}}}{(4\pi)^3 N_0 \gamma(D; F)}}, \quad (1)$$

где  $\gamma(D; F)$  – требуемое отношение сигнал/шум для обнаружения на дальности  $r_{\text{обн}}$  при заданных  $D$  и  $F$ ;

$P_0$  – импульсная мощность РЛС;

$T_0$  – длительность зондирующего импульса;

$G_a$  – коэффициент направленного действия антенны;

$\lambda$  – длина волны;

$\sigma_{\text{ц}}$  – ЭПР цели;

$N_0$  – спектральная плотность шума.

В статье, в качестве примера, будем рассматривать модель Сверлинга I [8] – модель «дружно» флуктуирующей пачки отраженного сигнала. Для этой модели обработка пачки отраженных сигналов заключается в ее когерентном накоплении, квадратичном детектировании и сравнении с порогом обнаружения. В соответствии с критерием Неймана-Пирсона [1, 4, 14, 15, 5] этот порог устанавливается по заданной вероятности ложной тревоги  $F$ . На практике порог обнаружения в современных радарх устанавливается с помощью цифрового устройства, которое адаптивно к уровню радиолокационного фона, и которое обеспечивает постоянство уровня ложных тревог (ПУЛТ, CFAR) [2, 3, 6, 7, 9, 10, 13, 14, 15]. В таких устройствах порог оценивается по конечной выборке из  $N$  значений мощности радиолокационного фона (РЛФ). Задача статьи – показать влияние ограниченной выборки для оценки уровня РЛФ на

характеристики обнаружения РЛС и ее дальность обнаружения.

### Решение задачи

Квадратурные составляющие принятого сигнала распределены нормально, операция когерентного накопления является линейной и не меняет плотность вероятности квадратур. Тогда после квадратичного детектирования плотность распределения сигнала является экспоненциальной [4, 8, 15]:

$$p(z) = \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{z}{\sigma}\right), \quad (2)$$

где  $\sigma$  – средняя мощность сигнала на выходе квадратичного детектора.

Условным вероятностям ложной тревоги  $F$  и правильного обнаружения  $D$ , согласно их определению, определяются в виде:

$$F = \int_{Tr}^{\infty} p_0(z) dz = e^{-Tr/\sigma_0}, \quad D = \int_{Tr}^{\infty} p_1(z) dz = e^{-Tr/\sigma_1}, \quad (3)$$

где  $\sigma_0$  – среднее значение мощности шума;

$\sigma_1 = \sigma_c + \sigma_0$  – среднее значение мощности сигнала и шума.

Отсюда следует, что:

$$D = e^{-Tr/\sigma_1} = e^{-\frac{Tr}{\sigma_0} \cdot \frac{1}{1+\sigma_c/\sigma_0}} = F^{1+\gamma}, \quad (4)$$

а отношение сигнал/шум, как функция вероятностей, запишется в виде:

$$\gamma(D, F) = \frac{\ln(F)}{\ln(D)} - 1. \quad (5)$$

В тактических характеристиках радара условная вероятность ЛТ  $F$  задана. Тогда порог обнаружения  $Tr$  может быть определен из (3):

$$Tr = -\sigma_0 \cdot \ln(F) = |T = -\ln(F)| = \sigma_0 T, \quad (6)$$

где  $T$  – нормированный порог обнаружения.

Порог (6) является теоретическим, поскольку мощность РЛФ является известной точно. Как уже отмечалось, на практике эта мощность оценивается по конечной выборке размерности  $N$  в устройстве ПУЛТ. На рисунке 1 показана схема такого устройства

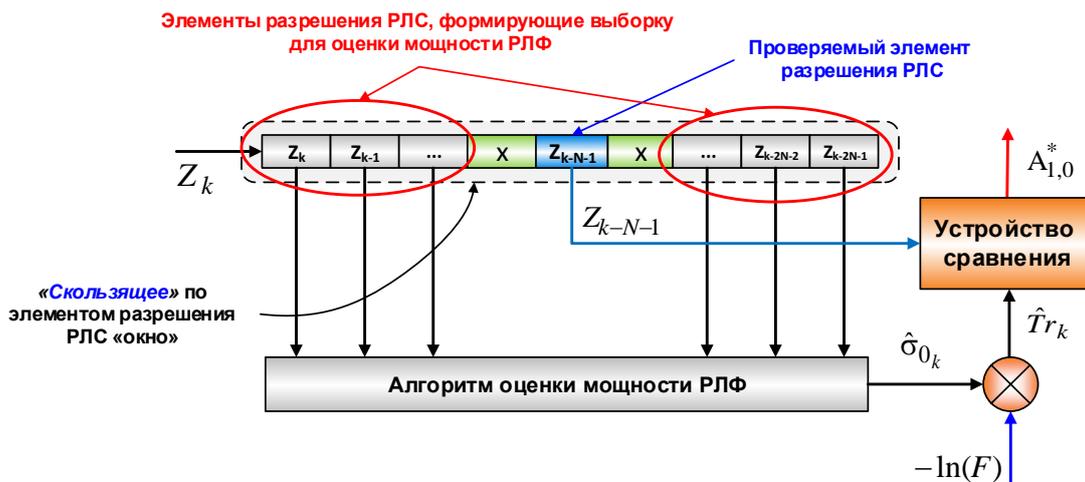


Рис. 1. Схема ПУЛТ

В данной статье для получения характеристик обнаружения устройства ПУЛТ в условиях ограниченной выборки для оценки уровня радиолокационного фона в качестве примера будем рассматривать алгоритм «скользящего среднего»:

$$\hat{\sigma}_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} Z_i. \quad (7)$$

Сумма  $N$  независимых случайных экспоненциально распределенных случайных величин (2) имеет плотность распределения хи-квадрат с  $2N$  степенями свободы [4, 5, 9, 14]:

$$p_{\hat{\sigma}_0}(z) = \frac{1}{(N-1)!} \left(\frac{N}{\sigma_0}\right)^N z^{N-1} \exp\left(-\frac{Nz}{\sigma_0}\right). \quad (8)$$

Найдем вероятность ложной тревоги, которую обеспечивает ПУЛТ с алгоритмом оценки РЛФ в виде «скользящего среднего». С учетом (3) и случайной оценки (7) порог обнаружения (6) также становится случайным

$$\hat{T}r = -\hat{\sigma}_0 \cdot \ln(F) = \hat{\sigma}_0 \cdot T, \quad (9)$$

Тогда вероятность ложной тревоги ПУЛТ зависит от случайной оценки фона  $\hat{\sigma}_0$

$$F(\hat{\sigma}_0) = \int_{\hat{\sigma}_0 T}^{\infty} p_0(z) dz = e^{-\hat{\sigma}_0 T / \sigma_0} \quad (10)$$

а математическое ожидание ложной тревоги ПУЛТ получим путем интегрирования (10) с плотностью (7):

$$F_{ПУЛТ} = \int_0^{\infty} p_{\hat{\sigma}_0}(z) F(z) dz = \int_0^{\infty} \frac{1}{(N-1)!} \left(\frac{N}{\sigma_0}\right)^N z^{N-1} \exp\left(-\frac{Nz}{\sigma_0}\right) \cdot e^{-zT/\sigma_0} dz \quad (11)$$

Решим этот интеграл, без потери общности, при  $\sigma_0 = 1$ . Вынесем за знак интеграла не зависящие от  $z$  величины и преобразуем экспоненты [7, 10]:

$$F_{ПУЛТ} = \frac{N^N}{(N-1)!} \int_0^{+\infty} z^{N-1} e^{-z(N+T)} dz \quad (12)$$

Это табличный интеграл гамма-функции вида [5]

$$\int_0^{+\infty} x^{a-1} e^{-bx} dx = \frac{(a-1)!}{b^a}. \quad (13)$$

Так как для нашего случая  $a = N$ ,  $b = N + T$ :

$$F_{ПУЛТ} = \frac{N^N}{(N-1)!} \cdot \frac{(N-1)!}{(N+T)^N} = \left(\frac{N}{N+T}\right)^N. \quad (14)$$

Аналогично можно показать, что вероятность правильного обнаружения, как функция отношения сигнал/помеха  $\gamma$ , записывается в виде

$$D_{ПУЛТ}(\gamma) = \left(\frac{N}{N+T/(1+\gamma)}\right)^N. \quad (15)$$

Рассмотрим численный пример при следующих значениях:

$N = 10$  – размер выборки для оценки мощности РЛФ;

$F = 10^{-6}$  – условная вероятность ложной тревоги;

$D = 0.9$  – условная вероятность правильного обнаружения.

Для этих значений нормированный порог обнаружения равен

$$T = -\ln(F) = -\ln(10^{-6}) \approx 13.816,$$

а вероятность ложной тревоги в устройстве ПУЛТ:

$$F_{ПУЛТ} = \left( \frac{N}{N+T} \right)^N = \left( \frac{10}{10+13.816} \right)^{10} \approx 1.7 \cdot 10^{-4}.$$

Как видно из расчетов, конечность объема выборки  $N$  приводит к росту вероятности ложных тревог в ПУЛТ ( $F_{ПУЛТ} > F$ ). Следовательно, порог обнаружения в ПУЛТ меньше теоретического, что приводит к увеличению числа ложных срабатываний ПУЛТ по шумовым выбросам.

Найдем для выражения (14) такое значение нормированного порога  $T_{ПУЛТ}$ , при котором  $F_{ПУЛТ} = F$ :

$$\left( \frac{N}{N+T_{ПУЛТ}} \right)^N = F \Rightarrow T_{ПУЛТ} = N \left( \frac{1}{\sqrt[N]{F}} - 1 \right). \quad (16)$$

Для рассматриваемого численного примера

$$T_{ПУЛТ} = 10 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt[10]{10^{-6}}} - 1 \right) \approx 29.811.$$

На рисунке 2 приведены характеристики обнаружения

$$D_{ПУЛТ}(\gamma) = \left( \frac{N}{N+T_{ПУЛТ}/(1+\gamma)} \right)^N$$

и теоретическая (4) при условии, что  $F_{ПУЛТ} = F$ .

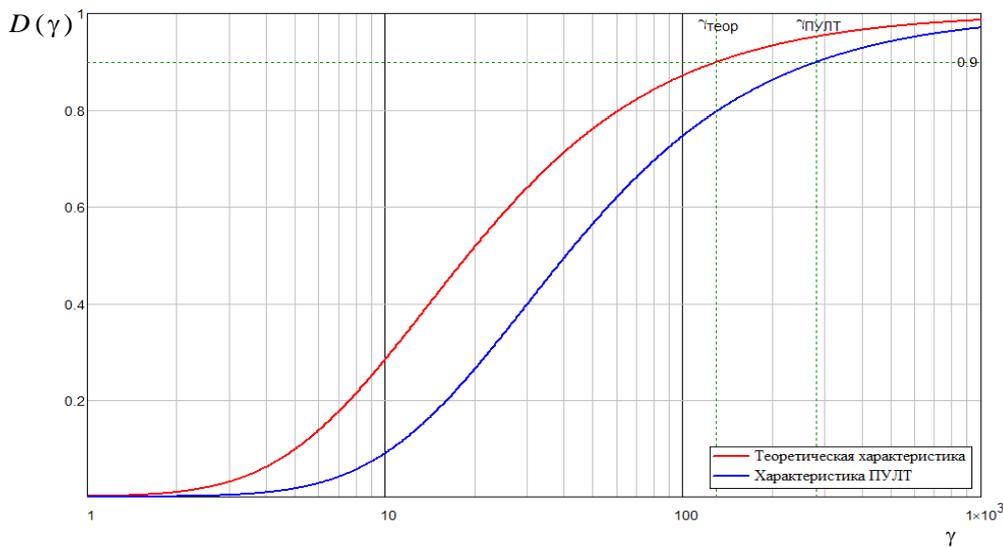


Рис. 2. Характеристики обнаружения

Из рисунка видно, что заданная вероятность правильного обнаружения  $D = 0.9$  теоретически (5) достигает при  $\gamma_{теор} \approx 130.126$ , в то время как у ПУЛТ

$$\gamma_{ПУЛТ} = \frac{T_{ПУЛТ}}{N \left( \frac{1}{\sqrt[N]{D}} - 1 \right)} \approx 280.452.$$

Можно говорить о потерях в отношении сигнал шум в устройстве ПУЛТ из-за конечности выборки для оценки мощности радиолокационного фона  $\gamma_{ПУЛТ} / \gamma_{теор} \approx 2.155$  или о потерях в дальности обнаружения:

$$K_{\text{потерь}} = 4 \sqrt{\frac{\gamma_{\text{ПУЛТ}}}{\gamma_{\text{теор}}}} \approx 1.212.$$

Таким образом, потери в дальности обнаружения (1) для нашего примера составят приблизительно 21%.  
Для снижения потерь можно увеличить объем выборки  $N$ . Например, при  $N = 20$

$$T_{\text{ПУЛТ}} \approx 20; \quad \gamma_{\text{ПУЛТ}} \approx 187.43; \quad K_{\text{потерь}} \approx 1.1,$$

– потери в дальности обнаружения составят приблизительно 11%.

### **Заключение**

Несмотря на то, что при увеличении размера выборки ПУЛТ улучшается точность оценки мощности РЛФ, уменьшаются потери в дальности обнаружения, с этим также связаны некоторые недостатки:

– увеличение вычислительных затрат: чем больше размер выборки, тем больше требуется вычислительных ресурсов для обработки каждого элемента дальности. Это может замедлить работу системы ПУЛТ, особенно в условиях реального времени и большого количества элементов дальности;

– при увеличении выборки ПУЛТ становится менее чувствительным к локальным изменениям мощности РЛФ в случае его нестационарности. Это может привести к "запаздыванию" обнаружения целей в условиях быстро изменяющегося РЛФ;

– если радиолокационный фон изменяется быстро, большая выборка может сгладить важные его локальные изменения, что приведет в свою очередь к пропуску сигнала.

Таким образом, размер выборки должен быть компромиссом между точностью оценки РЛФ и способностью своевременно реагировать на его изменения.

При большом размере выборки возникают дополнительные сложности, связанные с расчетом порогом обнаружения в начале и конце дальности, так как часть данных из «окна» будет выходить за границы зоны наблюдения, что приведет к некорректной оценке РЛФ. Эти эффекты могут усилиться при увеличении размера выборки, так как большая выборка требует больше пространства для корректной оценки фона.

### **Список использованных источников**

1. Neyman, J. и Pearson, E., Neyman-Pearson Criterion for Radar Signal Detection. – London: Philosophical Transactions of the Royal Society, 1933. – 90 с.
2. Urkowitz, H. Signal Detection Theory and Radar. Academic Press, 1967.
3. Johnson, R. S. Adaptive detection mode with threshold control as a function of spatially sampled clutter estimates/ R.S. Johnson, H.M. Finn// RCA Review, vol. 29, 1968, p.414–464.
4. Охрименко А. Е. Основы радиолокации и РЭБ. Ч.1. – М.: Воениздат, 1980.
5. Семендяев К., Бродштейн И. Справочник по математике для инженеров. – М.: Наука, 1986.
6. Therrien, C. W. Decision Estimation and Classification: An Introduction to Pattern Recognition and Related Topics. Wiley-Interscience, 1989.
7. Prastitis, L. A. Ph. Dissertation. On adaptive censored CFAR detection. – New Jersey Institute of Technology. – 1993. – p.197
8. Swerling, P. Radar probability of detection for some additional fluctuation target cases. / P. Swerling. – Life Member, IEEE A. Corporation, 1996. – 698 – 709 p.
9. Levanon, N., Radar Principles. John Wiley and Sons, New York, 1988.
10. Steven M. Kay. Statistical signal processing: Detection theory. Prentice Hall PTR, 1998.
11. Rohling, H. 25 years research in range CFAR techniques / H. Rohling // Proc. IRS-2003, Germany. – 2003. – P. 363–368.
12. Горшков С. А., Латушкин В. В., Седышев С. Ю. Основы радиолокации: конспект лекций. – Ч I. – Минск: ВА РБ, 2003.
13. Michael F. Rimbart, Constant False Alarm Rate Detection Techniques Based on Empirical Distribution Function Statistics, Ph.D Thesis, Purdue University, 2005
14. Горшков С. А., Латушкин В. В., Седышев С. Ю. Основы радиолокации: конспект лекций. – Ч II. – Минск: ВА РБ, 2005.
15. Радиоэлектронные системы: основы построения и теория: справ./ под ред. Я. Д. Ширмана.– М.: МАКВИС, 2007.