УДК 621.396:519.876.5

УСЛОВИЯ ФИЗИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАДИОТЕХНИЧЕСКОГО УСТРОЙСТВА

ЧЖО ТИХА

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
(г. Минск, Республика Беларусь)

E-mail: Kyawthiha76964@gmail.com

Научный руководитель: Бойкачёв П.В. – канд. техн. наук, доцент, профессор факультета повышения квалификации и переподготовки института информационных технологий БГУИР

Аннотация. Показаны ограничения, которые необходимо учитывать при математическом моделировании радиотехнических устройств по их входным и передаточным характеристикам для их физической реализации.

Введение

Как правило, характеристики многих сложных процессов и явлений получают экспериментально, гораздо реже удается найти их из теоретического анализа. Для изучения процессов, необходимо, прежде всего, отобразить характеристики в математической форме, пригодной для расчетов [1]. Простым и весьма точным способом может явиться представление характеристики в виде таблицы. Этот способ удобен для анализа процессов с помощью ЭВМ, аргумент и функция образуют в запоминающем устройстве двумерный массив чисел. В ряде случаев характеристики реальных процессов и явлений имеют сложный вид и представляются в виде графиков.

Очень часто непосредственное применение экспериментальных данных в форме таблиц или графиков оказывается неудобным, и данные стремятся описать с помощью достаточно простых аналитических соотношений, хотя бы качественно отражающих характер рассматриваемых зависимостей [2]. В данном случае необходимо решить задачу аппроксимации, т. е. заменить сложную функцию (построенную по экспериментальным данным) приближенными аналитическими выражениями.

Таким образом, если исследование должно проводиться не численными, а аналитическими методами, то требуется подобрать такую аппроксимирующую функцию, которая, будучи довольно простой, отражала бы все важнейшие особенности экспериментально снятой характеристики с достаточной степенью точности [1].

Основная часть

Общая задача аппроксимации включает в себя две самостоятельные задачи [7,9]:

1) выбор класса подходящей аппроксимирующей функции;
2) определение значений, входящих в аппроксимирующую функцию постоянных коэффициентов (определение коэффициентов аппроксимации).

Выбор класса аппроксимирующей функции. Решая эту задачу, необходимо соблюдать требования, в значительной степени противоречивые [3]:

1) простота функции (в смысле математических операций и реализации на ЭВМ);
2) достаточная точность (ошибка аппроксимации должна быть одного порядка с разбросом параметров характеристик отдельных реализаций в ансамбле реализаций);
3) наглядность, позволяющая судить об изменении коэффициентов аппроксимации при изменении характеристик процесса;
4) ясность понимания процессов в явлении и выявление свойств и характеристик, представляющих интерес в конкретном случае.

Таким образом, функцию, аппроксимирующую какую-либо характеристику, выбирают либо исходя из физических представлений об изучаемом процессе, либо чисто формально, основываясь на внешнем сходстве характеристики с графическим изображением той или иной функции [9]. К аппроксимирующей функции предъявляются противоречивые требования: обеспечивая хорошее качество приближения, она должна быть относительно простой и удобной для дальнейшего использования [2].

В радиотехнике для аппроксимации характеристик наиболее часто используют следующие функции [2—5]:

1) степенной полином (степенная или полиномиальная аппроксимация);
2) экспоненциальный полином (частным случаем которого является показательная или экспоненциальная аппроксимация);
3) кусочно-линейная функция (аппроксимация);
4) кусочно-нелинейная функция (аппроксимация);
5) степенная функция;
6) трансцендентные функции (гиперболический тангенс и синус, функция Гаусса, тригонометрические функции и др.).

Ограничения на вид функции

Как правило, входные (сопротивление $Z(\omega)$ и проводимость $Y(\omega)$) и передаточные (функции передачи по напряжению и току) функции радиотехнических устройств (РТУ) являются комплексными, что накладывает особые ограничения на их математическое представление и аппроксимацию:

1. Любая подобная функции РТУ являются дробно-рациональными функциями вида:

$$F(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{m_1 + n_1}{m_2 + n_2}.$$

где

$s = i\omega$ - комплексная переменная;

$m_1 = a_0 + a_2 s^2 + ... + a_{2n} s^{2n}$ - четная часть числителя функции $F(s)$;

$m_2 = b_0 + b_2 s^2 + ... + b_{2m} s^{2m}$ - четная часть знаменателя функции $F(s)$;

$n_1 = a_1 s + ... + a_{(2n+1)} s^{(2n+1)}$ - нечетная часть числителя функции $F(s)$;

$n_2 = b_1 s + ... + b_{(2m+1)} s^{(2m+1)}$ - нечетная часть знаменателя функции $F(s)$.

И должна иметь целые степени при s, вещественные коэффициенты (но не обязательно положительные).

2. Если функция $F(s)$ должна обладать свойствами входного сопротивления $Z(s)$ или проводимости $Y(s)$, то такая функция относится к классу так называемых *положительных вещественных функций* (ПВФ), которые удовлетворяют следующим дополнительным условиям:

а) $Z(s)$ или $Y(s)$ вещественна при вещественных s;

б) $\mathrm{Re}[Z(s)] \geq 0$ или $\mathrm{Re}[Y(s)] \geq 0$ при $s \geq 0$.

3. Кроме того, в полиномах $P(s)$ и $Q(s)$ никакие степени не могут быть пропущены между высшей и низшей степенями s, а их высшие степени так же, как и низшие степени, не могут отличаться более чем на 1.

4. Также, необходимо учитывать, что положительные вещественные функции всегда представляют собой отношение двух полиномов Гурвица, т. е. их нули и полюсы расположены в левой полуплоскости комплексной переменной s. Кроме того, если ПВФ имеет полюсы или нули на мнимой оси (включая $s = 0$ и $s = \infty$), то эти полюсы и нули являются вещественными и положительными.

Для упрощения контроля выполнения показанных ограничений часто применяют критерий устойчивости Гурвица. Этот критерий позволяет оценить устойчивость (физическую реализуемость) с помощью коэффициентов характеристического полинома.

Пусть $m_1 = a_0 + a_2 s^2 + ... + a_{2n} s^{2n}$- характеристический полином. Для определения устойчивости по Гурвицу из коэффициентов характеристического полинома строится матрица размером n x n по следующему правилу:

1. По главной диагонали слева направо выставляются все коэффициенты от an-1 до a_0
2. От каждого элемента диагонали вверх и вниз достраиваются столбцы матрицы так, чтобы индексы убывали снизу вверх.
3. На место коэффициентов с несуществующими индексами (меньше нуля и больше n) вписываются нули.

Для того, чтобы система была устойчива (все корни характеристического полинома имели отрицательные вещественные части), необходимо и достаточно, чтобы все диагональные миноры и главный определитель полученной матрицы были положительны. Эти определители (главный определитель и диагональные миноры) называются определителями Гурвица.

Критерий устойчивости Гурвица относится к алгебраическим критериям. Его плюс заключается в том, что этот алгоритм легко реализовать на компьютере, однако минус заключается в том, что он не обладает наглядностью.

Заключение

Таким образом, предложенный подход для оценки устойчивости аналитических математических моделей РТУ позволяет оценить входные и передаточные характеристик РТУ, а показанный критерий Гурвица позволяет оценить их физическую реализуемость.

Список использованных источников

1. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы / С.И. Баскаков.— М.: Высшая школа, 2000.
2. Попов В.П. Основы теории цепей / В.П. Попов.— М.: Высшая школа, 1998.
3. Иванов М.Т. Теоретические основы радиотехники / М.Т. Иванов, А.Б. Сергиенко, В.Н. Ушаков; под ред. В.Н. Ушакова.— М.: Высшая школа, 2002.
4. Радиотехнические цепи и сигналы. Задачи и задания / под ред. Я.Н. Яковлева. — М.: ИНФРА-М; Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003.
5. Метрология и радиоизмерения / В.И. Нефедов [и др.] / под ред. В.И. Нефедова.— М.: Высшая школа, 2003.