

В. В. ЦЕГЕЛЬНИК

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь

О РЕШЕНИЯХ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

Проведен Пенлеве-анализ решений системы дифференциальных уравнений четвертого порядка.

V. V. TSEGEL'NIK

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus

ON SOLUTIONS TO A SYSTEM OF FOURTH-ORDER DIFFERENTIAL EQUATIONS

Painlevé analysis of solutions of a system of fourth-order differential equations is carried out.

Проведен Пенлеве-анализ решений системы дифференциальных уравнений

$$q' = -sq + (\sqrt{2N} - 2u)p, \quad (1)$$

$$w' = -p^2, \quad (2)$$

$$p' = sp - (\sqrt{2N} + 2w)q, \quad (3)$$

$$u' = -q^2 \quad (4)$$

с неизвестными функциями q, w, p, u независимой переменной s и произвольным параметром N .

Система (1) – (4) соответствует модели случайно-матричного типа с ядром Эрмита [1]. Используя формальный тест Пенлеве [2-4] доказана

Теорема 1. Система уравнений (1) – (4) проходит формальный тест Пенлеве и справедливы следующие разложения

$$q = \frac{a-1}{\tau} + a_1\tau + a_2\tau^2 + \dots, \quad \tau = s - s_0, \quad (5)$$

$$w = \frac{1}{4a_{-1}^2\tau} + b_0 + b_1\tau + b_2\tau^2 + \dots, \quad (6)$$

$$p = \frac{1}{2a_{-1}\tau} + c_1\tau + c_2\tau^2 + \dots, \quad (7)$$

$$u = \frac{a_{-1}^2}{\tau} + u_0 + u_1\tau + u_2\tau^2 + \dots \quad (8)$$

с произвольными постоянными $s_0, a_{-1} \neq 0, c_1, c_2$.

С учетом [4-5] также справедлива

Теорема 2. Разложения (5) – (8) являются сходящимися в окрестности $0 < |s - s_0| < \rho, \rho > 0$.

Замечание. 1. Система (1) – (4) имеет первый интеграл [1] $\sqrt{2N}(u-w) + 2uw = pq + C$, где C – произвольная постоянная.

2. Она является системой Гамильтона с гамильтонианом $H = -spq + (\sqrt{2N} - 2u)\frac{p^2}{2} + (\sqrt{2N} + 2w)\frac{q^2}{2}$.

Список литературы

1. Tracy C. A., Widom H. // Commun. Math. Phys. 1994. Vol. 163. P. 33-72.
2. Ablowitz M.J., Ramani A., Segur H. // J. Math. Phys. 1980. Vol. 21. P. 715-721.
3. Кудряшов Н. А. Аналитическая теория нелинейных дифференциальных уравнений. Институт компьютерных исследований. Москва-Ижевск. 2004.
4. Грицук Е. В., Громак В. И. // Весці НАН Беларусі. Серыя фіз.-мат. навук. 2010, №3. С. 25-30.
5. Gromak V. I., Laine I., Shimomura S. Painlevé' differential equations in the complex plane. Walter de Gruyter. Berlin. 2002.