

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НА ОСНОВЕ ОБОБЩЕННОЙ ЗАДАЧИ ДИНАМИЧЕСКОГО УРАВНОВЕШИВАНИЯ

Представлен численный метод нахождения оптимального управления для многомерных нелинейных систем на основе обобщенной задачи динамического уравновешивания механических систем, заключающейся в обеспечении заданных законов изменения реакций в выбранных кинематических связях за счет добавления функций управления в другие связи. Метод базируется на представлении уравнений динамики систем в форме дифференциально – алгебраических уравнений. Оптимальность функций управления достигается для интегральных критериев, не содержащих в явном виде функции управления. Даны примеры рассматриваемого метода в задачах управления антропоморфными роботами и подвесками транспортных машин.

Оптимальное управление, нелинейная динамика, активная виброизоляция, робототехника.

THE METHOD OF OPTIMAL CONTROL OF AN ARBITRARY MECHANICAL SYSTEM

A numerical method for finding optimal control of multidimensional nonlinear systems is presented on the basis of a generalized problem of dynamic balancing of mechanical systems, which consists in providing specified laws of reaction change in selected kinematic connections by adding control functions to other connections. The method is based on the representation of the equations of system dynamics in the form of differential algebraic equations. The optimality of control functions is achieved for integral criteria that do not explicitly contain control functions. Examples of the considered method are given in the tasks of controlling anthropomorphic robots and suspensions of transport vehicles.

Optimal control, nonlinear dynamics, active vibration isolation, robotics.

Введение

Оптимальное управление нелинейными динамическими системами произвольной структуры и размерности – актуальная задача в таких областях как робототехника, транспортные машины и др. Классические методы теории оптимального управления трудноприменимы для нелинейных систем высокой размерности. Современные автоматизированные методы построения и решения математических моделей динамики систем, позволяют выполнять численные исследования прямой задачи управляемого движения для существенно нелинейных многомерных систем. Разработка методов синтеза управляемого движения для математических моделей указанного класса, существенно расширит круг решаемых задач, в том числе за счет включения в него новых областей – роботов со сложной локомоцией, группового движения роботов и т.д

Теоретическое описание

Используется математическая модель динамики систем в форме дифференциально – алгебраических уравнений [1]

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{D}^T \\ \mathbf{D} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где \mathbf{x} n -мерный вектор координат системы, \mathbf{p} k -мерный вектор множителей Лагранжа, \mathbf{M} матрица инерции, \mathbf{D} матрица коэффициентов уравнений связей, $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t)$ вектор внешних сил, $\mathbf{h}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t)$ - вектор правых частей вторых производных уравнений связей. При численном интегрировании системы (1), решается система линейных алгебраических уравнений

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}_0 \\ \mathbf{p}_0 \end{pmatrix} = \mathbf{A}^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) \end{pmatrix}. \quad (2)$$

\mathbf{A} матрица коэффициентов (1). Вектор множителей Лагранжа может быть разделен на три группы $\mathbf{p} = (\mathbf{p}_3 \quad \mathbf{p}_2 \quad \mathbf{p}_1)^T$, где \mathbf{p}_1 подвектор множителей Лагранжа размерностью k_1 , соответствующий управляющим приводам, \mathbf{p}_2 подвектор множителей Лагранжа размерностью k_2 , соответствующий некоторым выбранным реакциям связей, \mathbf{p}_3 подвектор остальных множителей Лагранжа. Назначим множителям Лагранжа некоторые предписанные значения $\mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_r(t)$, $\mathbf{p}_r(t)$ известные функции, которые могут быть получены добавлением в правые части уравнений связей для \mathbf{p}_1 , а именно $\mathbf{Q}_1(\mathbf{x}) = \mathbf{w}(t)$. Здесь $\mathbf{w}(t)$ некоторые неизвестные функции. С учетом этого уравнение (2) может быть переписано

$$\begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{x}} & \mathbf{p}_3 \\ \mathbf{p}_r & \\ \mathbf{p}_1 & \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_0 & \mathbf{p}_{30} \\ \mathbf{p}_{20} & \\ \mathbf{p}_{10} & \end{pmatrix}^T + \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 \end{pmatrix} \ddot{\mathbf{w}}(t). \quad (3)$$

$\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{A}_3$ соответствующие подматрицы \mathbf{A}^{-1} . Из уравнения (3) можно найти вторые производные неизвестных функций $\mathbf{w}(t)$

$$\ddot{\mathbf{w}}(t) = \mathbf{A}_2^{-1}(\mathbf{p}_r(t) - \mathbf{p}_{20}). \quad (4)$$

Уравнение (3) с учетом уравнения (4) описывает управляемое движение нелинейной системы (1) при условии минимизации интегрального критерия вида

$$I = \int_0^T R(\mathbf{p}_r(t)) dt. \quad (5)$$

где R является некоторой положительной функцией. Для простейшего случая $\mathbf{p}_r(t) = 0$ следует $I=0$, т.е. (4) обеспечивает минимум интегрального критерия (5). Функции управления могут быть найдены из (3) и записаны в форме

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_{10} + \mathbf{A}_3 \ddot{\mathbf{w}}(t). \quad (6)$$

Условия существования решения систем (4) и (6) невырожденность матриц $\mathbf{A}, \mathbf{A}_2, \mathbf{A}_3$ В [2-9] приведены результаты использования метода для тестовых задач различной размерности. В [5-7] показано применение метода для задачи управления реакциями двуногих и четырехногих роботов - рис. 1. В работах [2-4] даны методы для систем с избыточными приводами. Метод может быть использован как вычислительное ядро для резервуарных вычислений [10]. Программно метод реализован в системе моделирования динамики тел ФРУНД [11].

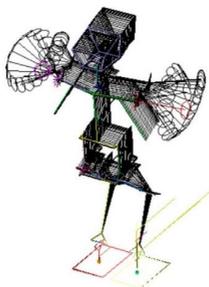


Рис. 1. Кинограмма движения андроида при смещении ЦМ назад с сохранением значения момента реакции в опоре относительно поперечной оси

Выводы

Рассмотренный метод может быть применим к широкому классу нелинейных систем, описываемых дифференциально – алгебраическими

уравнениями и позволяет получать численное решение задачи оптимального управления для критериев, заданных в форме уравнений связей. Перспективно применение метода для решения задач управления антропоморфными и зооморфными роботами.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Горобцов А.С., Карцов С.К., Плетнев А.Е., Поляков Ю.А.* // Компьютерные методы построения и исследования математических моделей динамики конструкций автомобилей: монография, М.: Машиностроение. 2011. 462 с.
2. Метод синтеза программного движения роботов с учетом заданных ограничений реакций в связях / А.С. Горобцов, А.Е. Марков, П.С. Тарасов, Ан.В. Скориков, А.В. Дианский // Робототехника и искусственный интеллект : материалы XIII Всерос. науч.-техн. конф. с междунар. участием (г. Железногорск, 27 ноября 2021 г.) / под науч. ред. В. А. Углева ; Сибирский федеральный ун-т, Межинститутская базовая кафедра «Прикладная физика и космические технологии». - Красноярск, 2021. - С. 199-202. – URL: https://aesu.ru/storage/conference/_docs/2021/RAI-21_print.pdf.
3. *Горобцов А.С., Сычев О.А., Орлова Ю.А., Смирнов Е.А., Григорьева О.Е., Бочкин А.М., Андреева М.И.* // Optimal Greedy Control in Reinforcement Learning, Sensors, 2022, Vol. 22, issue 22 (November-2). - Article 8920. - 14 p. - DOI: <https://doi.org/10.3390/s22228920>
4. *Горобцов А.С.* Обобщенная задача динамического уравнивания и перспективные направления ее применения / А.С. Горобцов // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. - 2023. - № 3 (756). - 14-24. - DOI: 10.18698/0536-1044-2023-3-14-24.
5. *Горобцов А.С., Андреев А.Е., Марков А.Е., Скориков Ан.В., Тарасов П.С.* // Особенности решения уравнений метода обратной задачи для синтеза устойчивого управляемого движения шагающих роботов, Труды СПИИРАН = SPIRAS Proceedings. - 2019. - Т. 18, № 1. - 85-122.
6. Управление движением робота-собаки методом обратной задачи / А.С. Горобцов, Е.Н. Рыжов, Н.В. Чигиринская, О.К. Чесноков // Известия ВолгГТУ. Сер. Роботы, мехатроника и робототехнические системы. - Волгоград, 2024. - № 4 (287). - С. 49-54. – DOI: 10.35211/1990-5297-2024-4-287-49-54.
7. *Горобцов А.С.* Управление локомоцией робота-андроида методом обобщенной задачи динамического уравнивания в невырожденном

- случае / А.С. Горобцов, Е.Н. Рыжов, П.С. Тарасов // Известия ВолгГТУ. Сер. Роботы, ме-хатроника и робототехнические системы. - Волгоград, 2024. - № 4 (287). - С. 44-49. – DOI: 10.35211/1990-5297-2024-4-287-44-49.
8. Методы машинного обучения в управлении роботами со сложной локомоцией на основе обобщенной задачи динамического уравнивания / А.С. Горобцов, Ю.А. Орлова, Е.Н. Рыжов, А.Р. Донская // Российский форум «Микро-электроника 2023». 9-я Научная конференция «ЭКБ и микро-электронные модули» : сб. тез. (Парк науки и искусства «Сириус», 9-14 октября 2023 г.) / АО «НИИ
 9. Оптимальное управление динамикой автомобиля на основе обобщенной задачи динамического уравнивания / А.С. Горобцов, А.Е. Марков, А.В. Дианский, С.К. Карцов // XVI Всероссийская мультikonференция по проблемам управления (МКПУ–2023) (г. Волгоград, 11-15 сентября 2023 г.) : материалы мультikonф. В 4 т. Т. 4 : материалы докл. локальной науч.-техн. конф. «Управление в перспективных наземных транспортных системах» (УПНТС–2023) / редкол.: И. А. Каляев (отв. ред.), В. Г. Пешехонов, С. Ю. Желтов [и др.] ; ФГБОУ ВО «Волгоградский гос. технический университет», Южный научный центр РАН, Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН [и др.]. - Волгоград, 2023. - С. 51-53.
 - 10 *Nakajima K. and Fisher I., Reservoir Computing* (Springer, Berlin) 2021.
 - 11 ФРУНД – Система для решения нелинейных уравнений динамики. // Электронный ресурс. URL: <http://frund.vstu.ru/> (доступ 24 Октября 2022).

Горобцов Александр Сергеевич, доктор технических наук, зав. каф. «Высшая математика» Волгоградского государственного технического университета, Россия, город Волгоград, проспект им. В.И. Ленина 28, 400005, телефон: +7 (8442) 24-84-87, email: vm@vstu.ru.

Gorobtsov Alexander Sergeevich, Doctor of Technical Sciences, Head of the Department. Higher Mathematics of Volgograd State Technical University, Volgograd, V.I. Lenin Avenue 28, 400005, Russia, phone: +7 (8442) 24-84-87, email: vm@vstu.ru .