

Н.В. Михайлова, кандидат философских наук, доцент

ПРОБЛЕМНО-ОРИЕНТИРОВАННОЕ ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ В ФИЛОСОФСКОЙ РЕФЛЕКСИИ СИНТЕЗА КОГНИТИВНЫХ ПРАКТИК

В статье рассматривается проблемно-ориентированное обучение математическому анализу, в котором практически предполагается инновационно новая методологически развернутая постановка проблемного подхода в философии математического образования. Предложенное направление исследования представляет критический этап нового подхода в философии образования, поскольку в математическом анализе речь, прежде всего, идет о решении задач, а хорошо сформулированная проблемная задача даже предопределяет результат.

Ключевые слова: *методы математического анализа, проблемно-ориентированное обучение, синтез когнитивных практик.*

Хорошо известно, что математический анализ является фундаментом общего математического образования в каждом университете с инженерными и компьютерными специальностями. Однако интерес к проблеме взаимодействия философии, обоснования математики и математического образования особо остро переживается, когда возникают проблемные ситуации. Тогда обращение к философии становится важным как для анализа методов математического знания, так и для общего понимания связанных с этим проблем математического образования. В истории науки подвергались и продолжают подвергаться изменению ряд существенных сторон математического мышления, что должно получить свое отражение в философии математического образования. Но специалисты по философии математики обычно уделяют основное внимание философским вопросам самой математики, поэтому с проблемно-ориентированным обучением математике очень редко связывался философский смысл обучения как мировоззренческой составляющей профессиональной подготовки. Даже негативные результаты в обучении математическому анализу можно исполь-

зывать как один из проблемных приемов университетского образования, так как рефлексивно анализируя причины и пути их преодоления, можно более осознанно идти вперед, а отдельные примеры и упражнения этого курса ориентированы на выработку навыков исправления неточностей в формулировках, логических рассуждениях и доказательствах.

В философии математики уделяют основное внимание проблемам математики, поэтому с инновационным проблемно-ориентированным обучением математике, ее обоснованию и ее пониманию очень редко связывается философский смысл самого обучения как методологической составляющей профессиональной подготовки. Философский интерес к какой-нибудь проблеме мотивируют иногда тем, что он выдуман для противодействия возражению, но когда нет боязни к возражениям, то тогда ищут убедительную аргументацию или нужное конструктивное решение. Философия современного математического образования, начиная с методов математического анализа, – это рефлексия над образованием, по сути, рассматривающая математическое образование с процессуальной или с содержательной стороны, способствует критическому мышлению, отражающему рефлексивные проявления. В частности, когда Карл Вейерштрасс переформулировал все определения математического анализа на языке ϵ - δ , появились новые математические объекты, неподвластные интуитивному восприятию, например, функции, непрерывные на всем интервале, но тем не менее нигде не дифференцируемые, или, например, непрерывные функции, не являющиеся монотонными даже ни на каком интервале их области определения, которые изначально представлялись как парадоксальные. Это можно рассматривать еще и как реализацию проблемно-ориентированного обучения математике, философская сущность которого раскрывается непосредственно переводом с греческого слова «проблема», что означает «задача, вопрос» или «проблемная ситуация», хотя критически-рефлексивная реализация синтеза когнитивных практик в математическом образовании не имеет однозначного решения.

Следует отметить, что новые формы общенаучных методологических принципов, стиль научного мышления и когнитивных практик, благодаря которым практика не противопоставляется теории, а включает ее в себя, выходят на новый уровень философской рефлексии. Термин «когнитивный» сочетает значения латинского *cognition*, то есть познание, и *cogitation*, то есть мышление, что обозначает познавательный процесс. Авторитетный философ науки Л.А. Микешина обоснованно считает, что «стремление к диалогу, вслушивание в многоголосие различных видений познания

с целью преодоления доктринального изоляционизма, не столько критический анализ, сколько необходимый синтез когнитивных практик, принципиальное признание и развитие полипарадигмальности» [1, с. 44]. Хотя когнитивные практики не сводятся только к практическим исследованиям, к когнитивным практикам можно отнести подходы к обоснованию математического анализа, так как «вариантность» развития современной математики имеет принципиально неустранимый характер. Методологическая суть проблемно-ориентированного образования означает, что никакая часть математики не обладает особыми преимуществами, так как каждое направление обоснования теоретической математики основано на поисках актуальных задач, которые в рамках проблемно-ориентированной ситуации демонстрируют особую надежность своих решений, свободных от возможных противоречий. Когнитивная образовательная технология в математическом анализе известна как «проблемное обучение».

С точки зрения философии и методологии математического образования решение проблемно-ориентированных задач является сейчас не только самоцелью, но и средством обучения. Поэтому надо различать реконструкцию проблемно-ориентированной задачи, с которой имел дело математик, с философско-образовательной проблемой понимания такой реконструкции. Ее суть в образовательном контексте состоит в том, что реальная когнитивная практика в изучении курса математического анализа, представляющего серьезные трудности, учитывает особенности мыслительных процессов с помощью рефлексии методологии концепции обоснования. Одна из первых, как принято сейчас говорить, концепций математического образования появилась более 1200 лет назад, вследствие просветительской деятельности монаха Алкуина, благодаря которому появились начальные школы. Для популяризации математики он составлял задачи в виде загадок и шуток и даже написал учебную книгу по математике, назвав ее «*Задачи для изощрения ума*». В ней была помещена дожившая до наших дней «задача о волке, козе и капусте», которых без ущерба надо было перевезти через реку в одной лодке. Сейчас создание рефлексивной среды при изучении математического анализа в техническом университете методически осуществляется с целью формирования таких рефлексивных умений будущих инженеров, как умение неявно выявлять «знание о незнании», находить логические и когнитивно-методологические пути выхода из проблемно-ориентированных учебно-задачных затруднений, наконец, уметь проводить объективацию успехов своей учебной математической деятельности. Но среди различных известных интерпретаций реф-

лекции можно выделить философскую рефлексия, рассматриваемую как механизм систематизации. Философская рефлексия, используя категории и свои методологические принципы, универсализирует разные способы интеллектуальной деятельности сознания, их средства и результаты, выявляя насущные проблемы философии математического образования.

Проблемно-ориентированное обучение методам и применениям математического анализа отличается от проблемного обучения формированием способности к нестандартному мышлению, то есть не только в пробуждении интереса к занятиям по математике, но и в направлении на самостоятельные поиски истины при решении проблемно-ориентированных задач, используя имеющиеся интеллектуальные ресурсы. В качестве вступления к философской рефлексии специфики математического анализа и его обоснованности начнем со следующего профессионального признания. Профессор Л.В. Тарасов, испытавший ощущение радости и даже почти восторженности от давнего знакомства с математическим анализом, вспоминает: «Миновали годы. За это время столь эмоциональное восприятие математического анализа, конечно, прошло. Математический анализ давно уже превратился для меня в рабочий аппарат. Однако неизменно в памяти моей сохраняется то удивительно светлое чувство, какое я испытал в свое время при знакомстве с этим необыкновенно красивым миром идей, называемым высшей математикой» [2, с. 5–6]. Однако излишнее акцентирование на абстрактно-логической форме изложения нового математического материала на примере обучения курсу математического анализа приводит к искажению когнитивных практик образования и даже к нарушению методологического баланса между рациональными и содержательными сферами при проблемно-ориентированном обучении «матанализу». Одним из существенных факторов, позволяющих избегать расплывчатых формулировок анализа и неточностей написанного, является математическая символика. В чем сила этой символики? Она освободила математику от полного подчинения слову, но «дремучий шлейф непонимания» все же остался. На языке Осипа Манделштама это звучит так: *«Не утоляет слово // Мне пересохших уст, // И без тебя мне снова // Дремучий воздух пуст».*

Проблемы философии обоснования математики можно интерпретировать как дополнение к когнитивной практике понимаемого обучения, поскольку в ней необходимо практически рассматривать аргументировано-доказательную- сторону. Существенной причиной недостаточного внимания проблемно-ориентированного подхода к доказательству является его сложность. С усложнением теорий математического анализа дока-

зательства теряют свое главное свойство – «свойство убедительности». Но если убедительность не входит в определение доказательства, что тогда от него остается? Остается перейти с формально-логического подхода на новое философско-рефлексивное видение проблемного поля математического анализа. Философская рефлексия синтеза когнитивных практик в проблемно-ориентированном обучении математике предполагает критический анализ предельных оснований практики математического познания. «Рефлексия – это всегда некая переоценка, которая тесно граничит с ценностями. В отношении общественного субъекта следует заметить, что рефлексия новых поколений в отношении культуры предыдущих детерминируется необходимостью реализовать собственную ценность» [3, с. 63]. Философская рефлексия способствует не только осознанию форм и методов познавательных когнитивных процессов, но и сосредоточивается на содержании проблемного поля. Отказ от устоявшегося «линейного мировоззрения» в образовании является, по существу, самым главным рефлексивным отличием проблемно-ориентированного обучения анализу.

Но когда история математики, философия математики и математическое образование фиксируют артефакты, значимые для теоретического ядра познания, то они опираются на философскую рефлексивную практику понятийного языка. Суть задачного подхода в реализации проблемно-ориентированного обучения математическому анализу можно, например, определить следующим образом: во-первых, в построении такой системы задач, которая хорошо раскрывает сущность математических понятий; во-вторых, подача через математические задачи профессионального материала; в-третьих, в формировании осмысления тех проблемных ситуаций, которые возникают при решении соответствующих математических задач.

Так, например, в любом начальном курсе математического анализа доказывалось, что часто используемый в теории гармонический ряд формально расходится, поскольку его частичные суммы $S_n = 1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + \dots + 1/n$ неограниченно возрастают, так как сумма $2k$ членов гармонического ряда больше чем $1 + k/2$. Но с содержательной точки зрения, несмотря на когнитивную практику, не обращают внимания на то, что ряд расходится «очень и очень медленно». Еще Леонард Эйлер, изучавший свойства гармонического ряда, показал, что $S_{1000} \approx 7,84$, а $S_{1000000} \approx 14,39$. Даже с учетом компьютерных мощностей, чтобы частичная сумма этого гармонического ряда превысила число 100, необходимо просуммировать около 10^{43} элементов ряда. Это говорит о реальной роли

проблемно-ориентированного обоснования в когнитивной практике изучения математического анализа.

Проблемно-ориентированный синтез когнитивных, социокультурных и образовательных оснований на проблемном уровне философской рефлексии реализуется в виде системной целостности различных направлений обоснования математического анализа. Выход на новый уровень философской рефлексии при обосновании математики определяет еще и такую организацию системы обоснования, в которой философское преодоление методологических противоположностей направлений обоснования достигается не механическим соединением их в синтезе когнитивных практик обоснования теорий математического анализа, а их совместным практическим существованием и реальной востребованностью в других разделах математики. Например, используя обобщения интеграла Римана из математического анализа, а именно - интеграла Лебега, изучаемого в функциональном анализе, философ математики Г. Лолли отметил: «Каждый волен делать, что хочет, но я заметил, что год за годом, интегрирование по Лебегу, а в действительности вся теория меры, играет все меньшую роль в других разделах математики и не играет никакой роли в областях, которые лишь используют математику» [4, с. 272]. В отличие от общей идеи «абсолютной обоснованности», в современном математическом анализе тоже фиксируется определенный уровень обоснованности, который отвечает разным проблемным запросам его развития и методически проецируется на философию математического образования.

С точки зрения философии и методологии математического образования решение проблемно-ориентированных задач является не только самоцелью, но и средством обучения. Когнитивный стиль в преподавании математики, по сути, характеризуют определенные базовые идеи, применимые к различным задачам, имеющим биполярную природу познания. Когнитивные технологии как элементы познавательного аппарата переплетаются с системным подходом в методологическом прагматизме проблемно-ориентированного обучения. Целью математического образования в философском контексте методологического прагматизма должно стать воспитание онтодидактического умения исследовать практические задачи, так как оно будет способствовать отчетливому выражению мысли в любой области знания, где математическая образованность нужна в профессиональной деятельности.

Особого внимания заслуживает проблемно-ориентированная позиция, которая рассматривает предмет философии математического обра-

зования как синтез общепедагогических и научных, прежде всего, педагогических подходов в критически-рефлексивном исследовании образования. Проблемно-ориентированное обучение при условии развития всех его взаимоотношений базируется на новых методических подходах к изучению знания, или «знания о знании», то есть «когнитивных навыков» в когнитивных стратегиях комплексного построения образовательного процесса. Когнитивная технология математического познания доказательства как проблемно-ориентированный подход в образовании в педагогической традиции теории и методики преподавания известна как «проблемное обучение». Философ науки О.Е. Баксанский обращает внимание на понимание смысла того, что делается при обучении: «В философии эта давняя проблема – проблема понимания, но педагогическая практика долгое время (и до сих пор!) не придавала (и не придает!) ей должного значения» [5, с. 14]. Заметим, что главной психологической, философской и методологической отличительной чертой математического доказательства является его «принудительность» в том когнитивном смысле, что каждый человек с уже достаточно развитым интеллектом и практически подготовленный к изучению доступной ему математики был бы в состоянии ее понимать.

Поэтому следует обратить особо пристальное внимание на инновационную роль, которую играет выбор проблемно-ориентированных задач в реализации эффективного обучения в системе математического образования. В чем, собственно, состоит суть проблемно-ориентированной задачи в образовательном контексте? Она состоит в том, что реальная когнитивная практика в изучении университетского курса математического анализа, представляющего серьезные трудности, учитывает особенности мыслительных процессов. К трудностям математического анализа можно отнести понятия производной и интеграла, которые получаются предельным переходом. О важной роли задач при выработке правильных интуитивных представлений об абстрактных понятиях анализа говорит также математик В.И. Опойцев: «Не заглядывая в «интегралы и производные», невозможно понять, на какие задачи пределы должны быть заточены. Однако в любой теме есть всё же ядро, которое выглядит более-менее одинаково с любой точки зрения» [6, с. 26]. Курс математического анализа направлен как на проблемно-ориентированные задачи современных исследований в математике, так и методологические задачи, направленные на усовершенствование понимания изучаемого курса. Он сейчас вступил в пору методологической зрелости, поскольку, по сути, стал уже не только предметом рефлексивных исследований, но еще и фундаментальной учебной дисципли-

плиной, указывающей на востребованность проблемно-ориентированного подхода в обучении на примере решения задач математического анализа.

Но тогда почему так мало известно о практическом использовании проблемно-ориентированного подхода в математическом образовании? Во-первых, потому, что оно использовалось, главным образом, для решения математических задач, во-вторых, система образования всегда запаздывает, по сравнению с развитием самоорганизующихся современных математических теорий, в-третьих, не были проанализированы эпистемологические аспекты философии математического образования с точки зрения системной методологии, которые еще связаны с онтологическими и гносеологическими проблемами философии математики и обоснования ключевых разделов основ математического анализа, начиная уже со школьного уровня. Понимание проблем философии математического образования способствует разработке содержательно-теоретического подхода интеграции разных учебных математических дисциплин, которые не сводят всю математическую реальность только к миру абстрактных математических объектов, а по своей сути расширяют гносеологические предпосылки разных направлений обоснования разделов современного математического анализа, а именно: формализма, интуиционизма и платонизма – для выявления нового методологического основания философско-педагогических исследований, которые формируют математическую культуру, для реального выявления методологической специфики целостной системы «онто-дидактических основ», которая сама не свободна от критики.

Возвращаясь к проблемно-ориентированному образованию на примере математического анализа, в заключение можно сказать, что фундаментальные науки никогда еще не оспаривали математику, а любая философская программа обоснования – это тоже определенного рода крайность, которая способствует более четкому выявлению того, что математическое знание содержит неявно. Обоснование математического анализа и философию математического образования можно сущностно интерпретировать как взаимодополнительные стратегии или дополнение к когнитивной практике обучения, в которой необходимо рассматривать содержательную сторону абстрактных понятий, как например, бесконечно малой величины, а также когнитивные смыслы, воспроизводимые в образовательном процессе. В частности, в духе когнитивного диссонанса, популярного сейчас в психологии и философии, известный математик Е.В. Щепин считает: «Вообще, некоторый ореол таинственности у понятия бесконечно малой величины совсем неплох с педагогической точки зрения.

Он стимулирует процесс познания» [7, с. 497]. Так можно ли говорить о возможности синтеза разных методик проблемного обучения в дидактической системе математического образования? Философски рефлексировав над идеями проблемно-ориентированного обучения и теориями математического анализа, есть все основания считать, что такой философский синтез возможен, но для этого необходим синтез методологических, философских и дидактических принципов в выверенных рамках синтеза когнитивных практик в обучении математике. Ведь знаменитую задачу Алкуина многие до сих пор так и не могут решить иначе как с позиции силы волка или аппетита козы.

Математика – это особый интеллектуальный мир, в котором надо довольно долго пожить, включая сюда время студенчества и ученичества, чтобы понять то, что вам в нем потребуется. Это совершенно необходимо, потому что проблемно-ориентированное обучение на основе философской рефлексии синтеза когнитивных практик деформировало рационально-дедуктивное мышление как самих математиков, так и преподавателей. Поразительно то, что при любых социальных общественных системах самые высокие требования предъявляются к преподавателю-предметнику. Даже если он способен добиться выдающихся профессиональных успехов, его не признают хорошим преподавателем, поскольку поднять своих учеников на не свойственную им высоту он может, не только развивая их собственные способности, но также исключительно силой своего таланта убеждения. Насколько существенны различия людей по их способностям – это все еще не исследованная до конца проблема. В связи с модной сейчас тенденцией «рейтингования» студентов многие здравомыслящие люди призывают к осторожности в такой реформаторской деятельности. *Никто не имеет права внушать человеку, что он на что-то не способен.*

Любой перечень системных методов обоснования математики на основе когнитивной практики всегда остается неполным, так как возможность практического расширения или углубления реальных особенностей математического мышления потенциально ничем не ограничена, а освобождение теорий от ложных гипотез и некорректных допущений в принципе не может быть окончательно закончено даже на основе синтеза всех знаний в методической системе обоснования. Проблема в том, что целостная формальная и замкнутая в себе система математических понятий невозможна. И хотя идеализация и формализация может оказаться значительным упрощением действительности, любая новая теория способствует совершенствованию математического описания сложных явлений. По-

этому альтернативность направлений проблемно-ориентированного обучения математическому анализу в философии образования и эффективность использования синтеза когнитивных практик проверяется на изучении нерешенных задач.

Литература

1. Микешина Л.А. Философия познания. Проблемы эпистемологии гуманитарного знания. 2-е изд., доп. М.: Канон+, 2009.
2. Тарасов Л.В. Азбука математического анализа. Беседы об основных понятиях. М.: Изд-во «ЛКИ», 2015.
3. Жилина В.А. Критическая рефлексия как ключевая составляющая современного образования // Вопросы философии. 2018. № 6.
4. Лолли Г. Философия математики: наследие двадцатого столетия. Н. Новгород: Изд-во Нижегородского государственного ун-та им. Н.И. Лобачевского, 2012.
5. Баксанский О.Е. Философия, образование и философия образования // Педагогика и просвещение. 2012. № 2.
6. Опойцев В.И. Школа Опойцева: Математический анализ. М.: ЛЕ-НАНД, 2016.
7. Щепин Е.В. В поисках утраченного анализа: Труды Московского семинара по философии математики «Математика и реальность». М.: Изд-во Московского университета, 2014.

Michailova N.V., *PhD of Philosophical Sciences, Associate Professor*

PROBLEM-BASED TRAINING MATHEMATICAL ANALYSIS IN PHILOSOPHICAL COGNITIVE PRACTICE SYNTHESIS REFLECTIONS

The article examines problem-oriented learning in mathematical analysis. It practically presupposes an innovative methodologically detailed formulation of a problematic approach as a determining circumstance of the mathematical education philosophy. The proposed direction of research represents a critical stage of a new approach in the education philosophy, since in mathematical analysis we are talking primarily about solving problems, and a well-formulated problem even pre-determines the result.

Key words: *methods of mathematical analysis, problem-oriented learning, synthesis of cognitive practices.*