

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НОВЫХ АЛГОРИТМОВ ВЫДЕЛЕНИЯ ПОДСИСТЕМ ИЗ СОВМЕСТНЫХ МНОГОУРОВНЕВЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ СИСТЕМ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ



П.Н. Бибило
Заведующий лабораторией
Объединенного института
проблем информатики
НАН Беларусь,
доктор технических наук,
профессор
bibilo@newman.bas-net.by



Н.А. Кириенко
Доцент кафедры
экономической информатики
БГУИР, кандидат
технических наук, доцент
kirienkonaminsk@mail.ru



В.И. Романов
Ведущий научный сотрудник
Объединенного института
проблем информатики
НАН Беларусь,
кандидат технических наук,
доцент
rom@newman.bas-net.by

П.Н. Бибило

С 1994 г. является заведующим лабораторией логического проектирования Объединенного института проблем информатики НАН Беларусь, с которым неразрывно связана вся его трудовая деятельность. Основные научные результаты Бибило П.Н. относятся к теории логического проектирования цифровых устройств, основные направления – разработка методов синтеза цифровых устройств с использованием современной элементной базы сверхбольших интегральных схем (СБИС), автоматизация процессов проектирования (синтеза, моделирования и функциональной верификации) заказных цифровых СБИС, разработка систем автоматизированного проектирования (САПР).

Н.А. Кириенко

Окончила Минский радиотехнический институт. Область научных интересов связана с автоматизацией процессов логического проектирования дискретных устройств, преобразованием и оптимизацией функциональных описаний логических схем.

В.И. Романов

Область научных интересов – разработка инструментария для решения задач логико-комбинаторного характера, разработка программного обеспечения САПР дискретных устройств и применения в них методов искусственного интеллекта.

Аннотация. Рассматриваются два вида уравнений для совместных многоуровневых представлений систем полностью определенных булевых функций – BDDI-представления, полученные по разложениям Шеннона, и Bool-представления – уравнения, соответствующие булевым сетям. Вершинам графа булевой сети соответствуют логические операции «конъюнкция» либо «дизъюнкция» над литералами булевых переменных. Предлагаются два новых алгоритма выделения подсистем. Для полученных подсистем проводится схемная реализация без дополнительной оптимизации и с дополнительной оптимизацией, которая предполагает переход к матричному представлению каждой подсистемы в виде системы ДНФ и последующую минимизацию в виде BDDI-представления либо Bool-представления. Показано, что такой подход позволяет чаще получать схемы заказных КМОП СБИС меньшей площади и большего быстродействия по сравнению со схемами, для которых дополнительная минимизация подсистем не проводилась. Проведено сравнение новых экспериментальных результатов с полученными ранее.

Ключевые слова: система булевых функций, дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ), Binary Decision Diagram (BDD), булева сеть, разложение Шеннона, мера связности функций, синтез логической схемы, VHDL, заказные СБИС.

Введение. Актуальной задачей процесса автоматизированного проектирования цифровых устройств является технологически независимая оптимизация функциональных описаний блоков комбинационной логики заказных СБИС. Математическими моделями функционирования схем комбинационной логики являются системы булевых функций. Одним из направлений логической оптимизации многоуровневых представлений систем булевых функций, предваряющей синтез логических схем, являются методы, основанные на выделении подсистем функций, которые имеют одинаковые части в областях определения функций выделенных подсистем. Такие подсистемы называются связанными. Связанность функций по характеристическим множествам (областям единичных значений функций) приводит к появлению большого числа одинаковых структурных частей (конъюнкций, алгебраических выражений, подфункций и др.) в оптимизированных формах представления функций, по которым строятся в дальнейшем комбинационные логические схемы. Чем сильнее связаны функции выделенной подсистемы, тем скорее можно ожидать, что в представлениях функций данной подсистемы будет больше одинаковых подвыражений, и синтезированные логические схемы будут иметь меньшую сложность.

Алгоритм (программа) *Splitter1* выделения связанных подсистем по BDD-представлениям (BDD - Binary Decision Diagram) для заданной меры связанности логических уравнений разложений Шеннона был экспериментально исследован в [1]. В [2] была предложена программа *AutoSplit* выделения подсистем, позволяющая перебирать значения меры связанности, и находить подсистемы, характеризуемые большой долей (мерой) – числом одинаковых уравнений разложения Шеннона в описаниях выделяемых связанных подсистем. В [3] программы *Splitter1* и *AutoSplit* были исследованы для различных видов исходных логических уравнений и показана их эффективность для двух видов уравнений - BDDI-представлений, полученных по разложениям Шеннона, и Bool-представлений – уравнениям, соответствующим булевым сетям. Эти представления будут описаны далее и являются базовыми для проведения экспериментов. В данной работе предлагаются новые алгоритмы *Splitter3* и *Splitter4* выделения связанных подсистем, проводится экспериментальное исследование новых алгоритмов и сравнение с лучшими результатами, полученными в [3], для того же множества практических примеров систем булевых функций, что были рассмотрены ранее в [2, 3].

BDDI- и Bool-представления системы булевых функций. BDDI-представления основываются на разложениях Шеннона. *Разложением Шеннона* булевой функции $f(\mathbf{x})$ по переменной x_i называется представление

$$f(\mathbf{x}) = \bar{x}_i f_0 \vee x_i f_1.$$

Функции $f_0 = f(x_1, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n)$, $f_1 = f(x_1, \dots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \dots, x_n)$ в правой части называются кофакторами (*cofactors*) разложения по переменной x_i . Каждый из кофакторов $f(x_1, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n)$, $f(x_1, \dots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \dots, x_n)$ может быть разложен по одной из переменных из множества $\{x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n\}$. Процесс разложения кофакторов заканчивается, когда все n переменных будут использованы для разложения.

Под *BDDI-представлением* (BDDI – *Binary Decision Diagram with Inverse cofactors*) понимается ориентированный бесконтурный граф, задающий последовательные разложения Шеннона булевой функции $f(\mathbf{x}) = f(x_1, \dots, x_n)$, $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$, либо системы $F(\mathbf{x}) = \{f^1(\mathbf{x}), \dots, f^n(\mathbf{x})\}$ булевых функций по всем переменным x_1, x_2, \dots, x_n при заданном порядке (перестановке) переменных, по которым проводятся разложения, и при условии нахождения пар взаимно инверсных кофакторов [4]. BDDI-представлению соответствует совокупность взаимосвязанных формул разложения Шеннона. Минимизация сложности BDDI [4] заключается в нахождении последовательности (*перестановки*) переменных разложений Шеннона, при которой число пар взаимно инверсных кофакторов является наименьшим.

Bool-представление системы булевых функций соответствует булевой сети (ориентированному бесконтурному графу), функциями вершин которой могут быть логические операции «конъюнкция» либо «дизъюнкция» над литералами булевых переменных. Литерал – это булева переменная либо ее отрицание. Логическая минимизация булевых сетей на основе разложения Шеннона заключается в поиске такой перестановки переменных разложения, при которой число литералов в булевой сети является наименьшим.

Понятие связанности формульных представлений булевых функций. Для многоуровневого формульного представления системы $F=\{f^1(x), \dots, f^m(x)\}$ булевых функций обозначим через $R(F)$ множество внутренних формул системы F , т. е. формул, задающих промежуточные (не выходные) булевы переменные для всех функций системы:

$$R(F)=R(f^1, \dots, f^m)=\bigcup_{i=1}^m R(f^i).$$

Под мерой $q_{ur}=M_{ur}(F^m \cup \{f^{m+1}\})$ связанности системы функций $F^m \cup f^{m+1}$ **по уравнениям** будем понимать величину

$$q_{ur}=M_{ur}(F^m \cup \{f^{m+1}\})=\frac{|R(f^1, \dots, f^m) \cap R(f^{m+1})|}{\max(|R(f^1, \dots, f^m)|, |R(f^{m+1})|)}, \quad (1)$$

где через $|R(F)|$ обозначена мощность множества $R(F)$.

Через $S(F)$ обозначим число литералов в задании всех формул системы F , т. е. формул, задающих как промежуточные, так и выходные булевы переменные для всех функций системы F .

Для определения меры связанности системы функций $F^m \cup f^{m+1}$ **по литералам** предлагается использовать одно из следующих значений:

$$q_{lit}=M_{lit}(F^m \cup \{f^{m+1}\})=\frac{S(f^1, \dots, f^m, f^{m+1})}{S(f^1, \dots, f^m)+S(f^{m+1})}, \quad (2)$$

или

$$q_{lits}=M_{lits}(F^m \cup \{f^{m+1}\})=\frac{S(f^1, \dots, f^m, f^{m+1})}{S(f^1)+S(f^2)+\dots+S(f^m)+S(f^{m+1})}. \quad (3)$$

Алгоритмы выделения связанных подсистем основаны на построении подсистем связанных функций, для которых мера связанности удовлетворяет некоторому ограничению q_{limit} . Ранее в [2, 3] был исследован алгоритм выделения подсистем, удовлетворяющих критерию $q_{ur}>q_{limit}$ – это алгоритм *Splitter1*, использующий меру связанности (1). Выделение подсистем, удовлетворяющих критерию $q_{lit} < q_{limit}$ (алгоритм *Splitter2* [5], использует меру связанности (2).

В настоящей работе предлагаются новые алгоритмы выделения подсистем, использующие новые способы задания меры связанности формульных представлений функций.

Новые алгоритмы выделения подсистем связанных функций из многоуровневых представлений систем булевых функций. Разработан и исследован алгоритм *Splitter3* выделения подсистем, использующий меру связанности (3), и алгоритм *Splitter4*, использующий два ограничения при формировании связанной подсистемы.

Алгоритм *Splitter3* выделения подсистем для заданного ограничения q_{limit} меры связанности состоит в последовательном формировании (на каждой итерации i) по текущей системе функций очередной подсистемы функций P^i (подсистема P^i характеризуется мерой связанности q_{lit} , не большей q_{limit}). На первой итерации $i=1$ текущую систему функций образуют функции исходной системы, а остаточная подсистема P^{ost} является пустой. Перед выполнением итераций алгоритма *Splitter3* требуется составить список W , в котором имени каждой функции сопоставлено число литералов в уравнении, задающем функцию.

На каждой итерации требуется выполнить шаги 1 – 3.

Шаг 1. Рассматривать по очереди функции f^i из списка W и найти такую пару $L=\{f^i, f^j\}$, $i, j=1, \dots, m$, $i \neq j$, которая (пара) имеет наименьшее (но не большее q_{limit}) значение меры связанности q_{lits} по формуле (3), в этом случае при подсчете меры связанности (3) полагается $F^m=\{f^i(x)\}$. Если таких пар функций несколько, то выбирается первая из них. Если указанной пары функций нет, то переход на шаг 4. Если для какой-то функции f^i все остальные функции образуют с функцией f^i такие пары L , которые имеют меру связанности, меньшую q_{limit} , то функция f^i исключается из текущей системы и помещается в остаточную подсистему P^{ost} . Если система функций содержит m функций и для всех $C_m^2 = m(m-1)/2$ пар выяснено, что их связанность q_{lits} не превышает q_{limit} , то из системы нельзя выделить ни одной подсистемы с требуемой связанностью q_{limit} .

Шаг 2. Составить из функций найденной на шаге 1 пары L формируемую подсистему P^i , исключив функции выбранной пары L из текущей системы, и добавлять в формируемую подсистему поочередно те функции f^r , которые находятся с помощью следующей эвристики: из множества функций текущей системы выбирается та функция f^r , которая обеспечивает наименьшее (но не большее q_{limit}) возможное значение меры связанности q_{lits} (3) для подсистемы $P^i \cup \{f^r\}$. Если таких функций несколько, то выбирается и добавляется в формируемую подсистему P^i первая из них.

Шаг 3. Если нет ни одной функции f^r такой, что подсистема $P^i \cup \{f^r\}$ имеет меру связанности q_{lits} , не большую q_{limit} , то закончить формирование подсистемы P^i и объявить не входящие в нее функции текущей системой. Переход на шаг 1 для формирования подсистемы на итерации $i+1$.

Шаг 4. Закончить формирование подсистем, когда все функции текущей системы будут включены в формируемые подсистемы. Формирование подсистем заканчивается (алгоритм прекращает работу) также и тогда, когда в текущей подсистеме нельзя найти ни одной пары функций, характеризуемых мерой связанности, не большей q_{limit} , либо когда в текущей системе имеется только одна функция – эта функция добавляется в остаточную подсистему P^{ost} .

Конец алгоритма.

Алгоритм *Splitter4* выделения подсистем для заданного ограничения q_{limit} меры связанности состоит в последовательном формировании (на каждой итерации i) по текущей (остаточной) системе функций очередной подсистемы P^i функций.

Подсистема P^i характеризуется тем, что каждая из ее функций обладает мерой связанности q_{ur} (1), не меньшей q_{limit} , с каждой из r функций подсистемы. Значение r является параметром алгоритма.

На первой итерации ($i=1$) текущую систему функций образуют функции исходной системы. На каждой итерации требуется выполнить шаги 1 – 3.

Шаг 1. Рассмотреть $C_m^2 = m(m-1)/2$ неупорядоченную пару функций $\{f^i, f^j\}$, $i, j=1, \dots, m$, $i \neq j$, текущей системы и найти такую пару L функций, которая имеет максимальное значение меры связанности q_{ur} , в этом случае при подсчете меры связанности (1) полагается $F^m=\{f^i(x)\}$. Если таких пар функций несколько, то выбирается первая из них. Если указанной пары функций нет, то переход на шаг 4.

Шаг 2. Составить из функций найденной на первом шаге пары L формируемую подсистему P^i , исключив выбранную пару функций L из текущей системы, и добавлять в

формируемую подсистему поочередно те функции f^r , которые находятся с помощью следующей эвристики: из множества функций текущей системы выбирается та функция f^r , которая обеспечивает значение меры связанности q_{ur} (1) с каждой функцией подсистемы P^i , не меньшее заданного значения q_{limit} . Количество функций подсистемы P^i , с которыми связана подключаемая функция f^r должно быть не меньше p .

Отличие от алгоритма *Splitter1* заключается в следующем. В алгоритме *Splitter1* за один проход цикла выбиралась функция с максимальным значением меры связанности, не меньшим заданного значения q_{limit} , и включалась в подсистему. В алгоритме *Splitter4* за один проход цикла выбирается функция, которая обеспечивают значение меры связанности (1) не меньшее заданного значения q_{limit} с каждой из p функций подсистемы P^i .

Шаг 3. Если нет ни одной функции f^r такой, что обеспечивает значение меры связанности q_{ur} (1) не меньшее заданного значения q_{limit} с каждой из p функций подсистемы P^i , то закончить формирование подсистемы P^i и объявить не входящие в нее функции текущей подсистемой. Переход на шаг 1 для формирования подсистемы на итерации $i+1$.

Шаг 4. Закончить формирование подсистем, когда все функции текущей системы будут включены в формируемые подсистемы. Формирование подсистем заканчивается (алгоритм прекращает работу) также в следующих случаях:

- в текущей системе нельзя найти ни одной функции, характеризуемой мерой связанности, не меньшей q_{limit} с каждой из p функций подсистемы P^i ;
- в текущей системе имеется только одна функция - текущая подсистема объявляется *остаточной*.

Конец алгоритма.

При экспериментальном исследовании параметры q_{limit} и p задавались в процентах.

Результаты экспериментального исследования. Входными данными были логические уравнения, задающие те же ДНФ-представления 39 примеров исходных систем булевых функций, что были испытаны в работах [2, 3, 5], это были примеры из библиотеки примеров [6]. Состав проведенных десяти экспериментов и используемых в них алгоритмов (и реализующих эти алгоритмы программы) дан в табл. 1. В экспериментах использовались система FLC-2 [7] и следующие программы:

BDD_Builder – программа минимизации совместных BDDI-представлений системы булевых функций, исходными для программы *BDD_Builder* являются исходные матричные представления (формат SDF системы FLC-2);

BoolNetOpt2 - программа минимизации совместных Bool-представлений системы булевых функций, исходными для программы *BoolNetOpt2* являются логические уравнения, поэтому исходные матричные представления (формат SDF системы FLC-2) переводились в формат LOG логических уравнений;

Splitter3, *Splitter4* – программы выделения подсистем функций при заданном значении q_{limit} меры связанности и заданной доли p функций (для программы *Splitter4*) из совместных BDDI- либо из совместных Bool-представлений систем функций;

AutoSplit – программа нахождения лучшего значения q меры связанности (и доли p функций для программы *Splitter4*) по критерию минимальности общего числа литералов в BDDI- либо в Bool-представлениях систем функций подсистем функций, полученных программами выделения подсистем.

Для полученных подсистем в экспериментах 3, 5, 8, 10 проводилась дополнительная оптимизация, которая предполагает переход к матричному представлению каждой подсистемы в виде системы ДНФ и последующую совместную минимизацию BDDI-представления (эксперименты 3 и 5) либо Bool-представления (эксперименты 8 и 10).

Таблица 1. Состав экспериментов

Уравнения для системы	Алгоритм	Оптимизация выделенных подсистем	
BDDI (базовые решения)	-	Эксперимент 1. Подсистемы не выделялись	
	<i>Splitter3</i>	Эксперимент 2. Нет оптимизации	Эксперимент 3. Совместная BDDI
	<i>Splitter4</i>	Эксперимент 4. Нет оптимизации	Эксперимент 5. Совместная BDDI
Bool (базовые решения)	-	Эксперимент 6. Подсистемы не выделялись	
	<i>Splitter3</i>	Эксперимент 7. Нет оптимизации	Эксперимент 8. Совместная Bool
	<i>Splitter4</i>	Эксперимент 9. Нет оптимизации	Эксперимент 10. Совместная Bool

Результаты экспериментальных исследований представлены в таблицах 2 – 5.

Совместные BDDI-представления систем булевых функций, полученные в эксперименте 1, являлись исходными данными для экспериментов 2 – 5, аналогично, совместные Bool-представления, полученные в эксперименте 6, являлись исходными данными для экспериментов 7 – 10. Значение параметра *Area* площади синтезированной схемы в библиотеке КМОП элементов [4] задается в условных единицах, значение *Delay* – время задержки схемы в наносекундах (нс). Параметры примеров систем функций заданы в табл. 6: n – число аргументов; m – число функций системы ДНФ, заданной на k общих элементарных конъюнкциях. Если $k=2^n$, то исходной является матричная форма таблицы истинности системы функций.

*В табл. 2 и 3 одним символом * и полужирным шрифтом выделено лучшее решение (в рамках этих двух таблиц) для каждого примера – меньшее значения параметра площади либо задержки схемы. Аналогично для пары таблиц 4, 5. Символом # для каждого примера отмечено лучшее решение по всем четырем табл. 2 – 5.*

Для алгоритмов *Splitter3*(табл. 2 и 4), *Splitter4* (табл. 3 и 5) указано значение (в процентах) параметра меры связности q , для *Splitter4* указано еще и значение параметра p (также в процентах). Текст «Нет подс.» означает, что рассматриваемые алгоритмы не смогли выделить ни одной подсистемы из совместного представления системы функций.

Сравнение лучших решений, полученных в данной работе с помощью алгоритмов *Splitter3*, *Splitter4* (помеченные в табл. 2 - 3 символом #), с лучшими решениями, полученными в работе [3], представлено в табл. 6. Например, для системы функций – примера *Add6* в табл. 2 указано значение площади **#*14 826** и соответствующее этой схеме значение ***5,76** задержки, эти параметры выбраны и занесены в табл. 6 для сравнения лучших результатов. Аналогично выбирались и лучшие результаты, полученные в статье [3], – выбиралась схема меньшей площади и соответствующее ей значение задержки. Остается заметить, что лучшее значение **#*3,81** для примера *Add6* было получено в эксперименте 7. Это означает, что для данного примера схема наименьшей площади не обладает наименьшей задержкой. В табл. 6 лучшие решения помечены символом * и выделены полужирным шрифтом.

Заключение. Рассмотрены два вида уравнений для совместных многоуровневых представлений систем полностью определенных булевых функций. Предлагаются два новых алгоритма выделения подсистем для их совместной многоуровневой минимизации. Показано, что предлагаемые алгоритмы являются конкурентоспособными с известным алгоритмом и позволяют в большей половине случаев получать лучшие по площади схемы комбинационных блоков заказных КМОП СБИС. Показано, что дополнительная оптимизация выделенных подсистем часто позволяет улучшать решения по площади и задержке схем.

Таблица 2. Результаты экспериментов 1 – 3 для **BDDI-представлений** систем булевых функций

№	Пример	Эксперимент 1 (базовые решения)		Splitter3					
				Эксперимент 2			Эксперимент 3		
		Area	Delay	q, %	Area	Delay	q, %	Area	Delay
1	Add6	16 534	6.82	70	16 534	6,82	70	19 340	7,02
2	B12	17 064	3.04	95	16 411	3,34	95	15 736	##2,11
3	B9	32 247	5.32	90	32 035	5,68	90	*27 364	*4,37
4	Dist	62 808	6.41	80	##62 262	*5,12	80	68 327	5,41
5	Gary	##91 395	*7,32	-	Нет подс.	-	-	Нет подс.	-
6	Ibm	##66 776	*5,62	-	Нет подс.	-	-	Нет подс.	-
7	In0	93 058	*7,45	-	Нет подс.	-	-	Нет подс.	-
8	In1	*166 758	*7,54	65	168 616	7,58	65	181 389	8,50
9	In2	##70 291	7,32	-	Нет подс.	-	-	Нет подс.	-
10	Intb	235 883	9,51	85	238 450	10,13	85	287 627	*8,80
11	Jbp	98 308	##5,22	-	Нет подс.	-	65	##94 821	5,56
12	M181	16 595	3.60	95	16 048	3,94	95	16 416	*3,04
13	M3	51 632	5.13	75	52 865	4,92	75	59 650	*4,86
14	M4	##78 181	5,87	55	78237	5,91	55	80 408	*4,93
15	Max1024	148 846	7,66	85	*148 629	*7,33	85	226 559	9,50
16	Max512	*84 682	5,91	85	85 279	6,06	85	86 300	7,56
17	Mlp4	*71 095	6,09	90	*71 095	6,07	90	76 357	*5,33
18	Mp2d	18 805	4,87	55	18 369	4,87	55	##16 835	5,05
19	Mult_7	2 492 681	14,28	90	2 509 945	*13,61	90	3 159 932	13,66
20	Mult_8	7 069 051	*15,99	-	Нет подс.	-	-	Нет подс.	-
21	P82	21 355	3,49	80	21 355	3,49	80	*19 402	*3,44
22	Psevdo1	*766 686	9,01	90	774 750	9,23	90	840 024	8,93
23	Radd	11 802	3,69	65	11 802	3,69	65	10 117	##3,34
24	Root	26 075	4,78	-	Нет подс.	-	-	Нет подс.	
25	Sist_4	112 722	7,21	95	112 337	8,20	95	##102 371	*6,71
26	Soar	163 957	6,14	-	Нет подс.	-	55	##138 217	6,33
27	Sqn	22 878	3,99	-	Нет подс.	-	-	Нет подс.	-
28	Tial	279 458	9,08	90	278 626	9,17	90	286 405	*7,75
29	Tms	##39 004	4,65	70	##39 004	4,65	70	44 216	*4,42
30	Ttt2_matr	76 429	*5,01	75	79 152	5,76	75	##50 136	7,39
31	Verg_1	465 032	14,41	55	479 897	14,30	55	##386 387	*13,63
32	Verg_2	536 037	14,15	60	539 201	13,95	60	##430 503	15,15
33	Vtx1	31 600	##4,23	-	Нет подс.	-	-	Нет подс.	-
34	X1_matr	107 912	6,45	90			90	*89 503	*5,72
35	X3_matr	211 633	5,73	95	##209 161	6,78	95	236 514	*4,97
36	X4_matr	*120 031	6,17	75	124 138	6,86	75	181 417	8,37
37	X9dn	34 719	6,58	-	Нет подс.	-	-	Нет подс.	-
38	Z4	*6 640	*4,25	-	Нет подс.	-	-	Нет подс.	-
39	Z5xp1	22 582	5,24	85	22 582	5,06	85	25 919	*3,64
Лучших решений *		11	9	-	5	3	-	10	16
Лучших решений #		5	2	-	3	0	-	7	9

Таблица 3. Результаты экспериментов 1, 4, 5 для **BDDI-представлений** систем булевых функций

№	Пример	Эксперимент 1 (базовые решения)		Splitter4					
				Эксперимент 4			Эксперимент 5		
		Area	Delay	<i>q, p</i> %	Area	Delay	<i>q, p</i> %	Area	Delay
1	Add6	16 534	6.82	5,5	16 534	6,82	5,5	##14 826	*5,76
2	B12	17 064	3.04	5,5	16 155	3,40	5,5	*15 507	3,40
3	B9	32 247	5.32	5,5	32 035	5,68	5,5	31 722	6,27
4	Dist	62 808	6.41	5,5	62 903	5,95	5,5	62 808	6,41
5	Gary	##91 395	*7.32	5,5	91 947	7,58	5,5	93 058	8,12
6	Ibm	##66 776	*5.62	-	Нет подс.	-	-	Нет подс.	-
7	In0	93 058	*7.45	5,5	*92 031	7,60	5,5	93 058	8,12
8	In1	*166 758	*7.54	5,20	168 639	##7,54	5,20	170 436	7,87
9	In2	##70 291	7.32	5,5	74 683	7,24	5,5	70 620	*6,84
10	Intb	235 883	9.51	10,5	239 962	10,13	10,5	##234 600	9,17
11	Jbp	98 308	##5.22	55,5	100 596	5,89	55,5	100 596	5,89
12	M181	16 595	3.60	5,5	16 193	3,40	5,5	*15 875	3,22
13	M3	51 632	5.13	5,5	51 157	5,28	5,5	##50 650	5,34
14	M4	##78 181	5.87	60,5	78 237	5,91	60,5	78 237	5,91
15	Max1024	148 846	7.66	10,55	150 370	7,80	10,55	149 656	7,39
16	Max512	*84 682	5.91	10,55	84 905	6,09	10,55	85 904	*5,74
17	MLp4	*71 095	6.09	5,5	*71 095	6,05	5,5	72 696	6,56
18	Mp2d	18 805	4.87	5,5	18 358	4,45	5,5	18 447	*3,94
19	Mult_7	2 492 681	14.28	5,5	2 513 282	14,14	5,5	*2 486 186	14,23
20	Mult_8	7 069 051	*15.99	5,5	6 998 369	16,30	5,5	*6 010 503	16,53
21	P82	21 355	3.49	5,5	21 355	3,49	5,5	21 355	3,49
22	Psevdo1	*766 686	9.01	10,70	768 740	9,29	10,70	771 675	##8,38
23	Radd	11 802	3.69	5,5	11 802	3,69	5,5	*9 480	3,85
24	Root	26 075	4.78	45,5	##24 585	5,21	45,5	27 046	*4,36
25	Sist_4	112 722	7.21	5,5	110 891	7,83	5,5	115 188	7,42
26	Soar	163 957	6.14	5,35	162 690	##5,23	5,35	164 080	6,47
27	Sqn	22 878	3.99	15,55	22 526	3,74	15,55	##20 975	##3,55
28	Tial	279 458	9.08	5,5	##272 884	8,55	5,5	294 724	8,73
29	Tms	##39 004	4.65	5,35	##39 004	4,65	5,35	42 068	4,58
30	Ttt2_matr	76 429	*5.01	20,5	83 627	5,87	20,5	76 429	##5,01
31	Verg_1	465 032	14.41	5,5	466 985	14,09	5,5	456 974	14,24
32	Verg_2	536 037	14.15	5,5	536 936	##13,9	5,5	564 043	14,04
33	Vtx1	31 600	##4.23	5,5	31 600	##4,23	5,5	*28 285	4,66
34	X1_matr	107 912	6.45	5,5	101 539	8,22	5,5	120 232	8,34
35	X3_matr	211 633	5.73	70,5	209 680	6,06	70,5	211 912	5,76
36	X4_matr	*120 031	6.17	5,5	124 663	6,87	5,5	120 383	##6,09
37	X9dn	34 719	6.58	5,5	*34 696	6,55	5,5	37 224	*6,20
38	Z4	*6 640	*4.25	5,5	*6 640	*4,25	5,5	*6 640	*4,25
39	Z5xp1	22 582	5.24	5,5	22 582	5,24	5,5	##22 287	4,46
Лучших решений *		11	9	-	7	5	-	12	11
Лучших решений #		5	2	-	3	4	-	5	4

Таблица 4. Результаты экспериментов 6 – 8 для **Bool-представлений** систем булевых функций

№	Пример	Эксперимент 6 (базовые решения)		Splitter3					
		Area	Delay	q, %	Area	Delay	q, %	Area	Delay
1	Add6	*18 314	6,18	85	19 664	#*3,81	85	23 001	5,75
2	B12	15 936	3,55	90	#*15 396	3,18	90	19 949	2,99
3	B9	#*22 454	4,69	90		4,69	90	28 106	#*3,65
4	Dist	66 134	5,33	85	*64 282	6,09	85	64 628	5,32
5	Gary	97 795	7,94	80	96 545	7,16	80	*92 249	6,80
6	Ibm	#*66 776	5,62	80	89 235	6,75	-	Нет подс.	-
7	In0	95.792	#*6,20	-	Нет подс.	-	-	Нет подс.	-
8	In1	162 478	8,52	65	164 247	9,13	65	176 663	*8,32
9	In2	93 716	6,25	80	93 727	#*6,15	80	115 752	7,65
10	Intb	253 299	9,30	95	270 418	#*8,62	95	*237 870	8,99
11	Jbp	98 308	#*5,22	75	99 486	6,93	75	100 652	6,29
12	M181	16 204	3,02	90	16 204	3,02	90	15 853	3,77
13	M3	65 414	5,14	85	65 710	5,14	85	71 240	6,20
14	M4	*93 153	*5,24	65	93 867	5,83	65	96 043	5,59
15	Max1024	129 478	7,38	90	128 457	7,58	90	#*121 789	7,61
16	Max512	72 300	6,26	85	72 746	6,63	85	77 032	#*5,62
17	Mlp4	68 773	*4,95	85	68 773	#*4,95	85	68 121	5,41
18	Mp2d	*17 203	3,81	55	*17 203	3,81	55	17 253	#*3,67
19	Mult_7	2 298 056	13,34	95	#*2 155 063	13,31	95	2 537 499	13,50
20	Mult_8	#*5 938 638	#*15,43	-	Нет подс.	-	-	Нет подс.	-
21	P82	#*19 056	3,23	75	19 167	3,26	75	19 926	#*2,80
22	Psevdo1	#*735 796	*8,91		Нет подс.	-	-	Нет подс.	-
23	Radd	#*7 399	*3,99	90	7 622	4,08	90	#*7 399	*3,99
24	Root	31 773	4,10	-	Нет подс.	-	-	Нет подс.	-
25	Sist_4	128 351	*7,38	85	*127 403	7,70	85	133 881	8,44
26	Soar	151 787	6,52	55	152 691	6,52	55	*141 805	*5,69
27	Sqn	26 695	4,23	-	Нет подс.	-	-	Нет подс.	-
28	Tial	351 607	9,79	95	356 858	9,92	95	344 040	9,70
29	Tms	50 471	6,88	65	51 436	7,44	65	53 010	*5,02
30	Ttt2_matr	52 653	4,05	90	52 725	*4,01	90	*50 823	5,83
31	Verg_1	634 954	19,25	55	641 427	17,18	55	755 889	#*15,55
32	Verg_2	*694 425	18,90	55	698 013	18,51	55	800 021	*15,68
33	Vtx1	28 112	*4,31	70	28 112	*4,31	-	Нет подс.	-
34	X1_matr	107 912	6,45	90	83 215	5,35	90	103 515	7,56
35	X3_matr	*211 633	*5,73	80	214 908	7,08	80	258 851	7,19
36	X4_matr	120 031	*6,17	95	#*114 284	6,75	95	125 260	6,81
37	X9dn	#*20 741	5,48	55	#*20 741	5,48	55	41 214	6,13
38	Z4	6 685	3,83	-	Нет подс.	-	-	Нет подс.	-
39	Z5xp1	26 014	*3,76	85	*25 361	4,27	85	28 871	4,65
Лучших решений *		12	12	-	8	6	-	6	10
Лучших решений #		7	3	-	4	4	-	2	5

Таблица 5. Результаты экспериментов 6, 9, 10 для **Bool-представлений** систем булевых функций

№	Пример	Эксперимент 6 (базовые решения)		Splitter4					
		Area	Delay	<i>q, p</i> %	Area	Delay	<i>q, p</i> %	Area	Delay
1	Add6	*18 314	6,18	5,5	*18 314	6,18	5,5	18 766	5,21
2	B12	15 936	3,55	5,5	#*15 396	3,18	5,5	15 652	*2,80
3	B9	#*22 454	4,69	5,5	22 510	4,79	5,5	25 049	4,55
4	Dist	66 134	5,33	10,30	66 435	5,64	10,30	66 664	*4,90
5	Gary	97 795	7,94	10,65	97 064	6,86	10,65	97 008	*6,72
6	Ibm	#*66 776	5,62	25,5	89 235	6,75	25,5	66 899	*5,50
7	In0	95.792	#*6,20	5,25	96 238	6,36	5,25	#*91 674	6,42
8	In1	162 478	8,52	5,55	162 478	8,52	5,55	#*161 491	9,48
9	In2	93 716	6,25	5,5	93 727	#*6,15	5,5	*81 859	8,39
10	Intb	253 299	9,30	5,5	266 345	8,80	5,5	245 018	9,35
11	Jbp	98 308	#*5,22	60,5	100 579	7,05	60,5	*97 639	6,45
12	M181	16 204	3,02	5,5	16 204	3,02	5,5	#*15 356	*2,56
13	M3	65 414	5,14	5,5	65 414	5,14	5,5	*59 606	*4,67
14	M4	*93 153	*5,24	45,5	93 867	5,83	45,5	99 402	6,62
15	Max1024	129 478	7,38	5,5	128 457	7,58	5,5	124 021	*7,28
16	Max512	72 300	6,26	5,55	71 882	6,38	5,55	#*70 208	6,33
17	Mlp4	68 773	*4,95	5,5	68 506	5,66	5,5	#*67 066	5,82
18	Mp2d	*17 203	3,81	5,5	17 661	3,81	5,5	17 599	4,15
19	Mult_7	2 298 056	13,34	-	Нет подс.	-	5,5	2 581 224	*12,99
20	Mult_8	#*5 938 638	#*15,43	-	Нет подс.	-	-	Нет подс.	-
21	P82	#*19 056	3,23	60,5	19 257	3,02	60,5	20 886	3,30
22	Psevdo1	#*735 796	*8,91	10,80	740 918	9,31	10,80	748 814	9,83
23	Radd	#*7 399	*3,99	5,5	7 622	4,08	5,5	#*7 399	*3,99
24	Root	31 773	4,10	10,55	31 449	4,07	10,55	*26 209	*3,77
25	Sist_4	128 351	*7,38	5,5	128 351	*7,38	5,5	128 044	7,65
26	Soar	151 787	6,52	5,15	152 580	6,52	5,15	145 683	6,31
27	Sqn	26 695	4,23	15,5	27 175	*3,75	15,5	*22 164	4,44
28	Tial	351 607	9,79	5,5	354 179	9,79	5,5	*310 538	*9,03
29	Tms	50 471	6,88	5,5	50 957	8,52	5,5	#*47 921	6,21
30	Ttt2_matr	52 653	4,05	5,5	52 725	*4,01	5,5	51 775	5,22
31	Verg_1	634 954	19,25	95,5	633 073	16,28	95,5	*580 711	17,65
32	Verg_2	*694 425	18,90	5,10	703 113	19,88	5,10	707 248	16,32
33	Vtx1	28 112	*4,31	5,5	28 112	*4,31	5,5	#*22 621	5,58
34	X1_matr	107 912	6,45	10,55	#*82 071	#*5,32	10,55	103 665	7,52
35	X3_matr	*211 633	*5,73	25,5	220 181	6,38	25,5	269 302	7,87
36	X4_matr	120 031	*6,17	15,5	115 344	6,37	15,5	121 030	6,37
37	X9dn	#*20 741	5,48	5,70	#*20 741	5,48	5,70	32 849	*5,04
38	Z4	6 685	3,83	10,70	6 685	3,83	10,70	#*6 411	*3,74
39	Z5xp1	26 014	*3,76	5,5	26 014	*3,76	5,5	26 639	4,05
Лучших решений *		12	12	-	4	7	-	16	13
Лучших решений #		7	3	-	3	2	-	9	10

Таблица 6. Сравнение лучших схемных реализаций

№	Пример	n	m	k	Статья [3] Splitter1		Splitter3, Splitter4	
					Area	Delay	Area	Delay
1	Add6	12	7	1 092	15 976	*6,48	*14 826	5,76
2	B12	15	9	431	15 529	*2,73	*15 396	3,18
3	B9	16	5	123	22 755	*3,61	*22 510	4,79
4	Dist	8	5	256	62 457	*5,47	*62 262	*5,12
5	Gary	15	11	442	*91 473	*6,49	91 947	7,58
6	Ibm	48	17	173	*59 667	*5,32	66 899	5,50
7	In0	15	11	138	93 007	7,6	*91 674	*6,42
8	In1	16	17	110	*151 698	9,64	161 491	*9,48
9	In2	19	10	137	73 037	*5,89	*70 620	6,84
10	Intb	15	7	664	*233 283	*8,82	234 600	9,17
11	Jbp	36	57	166	95 440	*4,98	*94 821	5,56
12	M181	15	9	430	*15 295	*2,31	15 356	2,56
13	M3	8	16	128	*51 632	*5,13	*50 650	5,34
14	M4	8	16	256	*78 237	5,91	*78 237	*5,91
15	Max1024	10	6	1 024	129 272	*7,09	*121 789	7,61
16	Max512	9	6	512	*68 489	*5,84	70 208	6,33
17	Mpl4	8	8	256	*66 179	*4,93	67 066	5,82
18	Mp2d	14	14	123	17 237	*4,34	*16 835	5,05
19	Mult_7	14	14	13 060	*2 062 212	*12,61	2 155 063	13,31
20	Mult_8	16	16	52 810	*5 914739	17,13	6 010 503	*16,53
21	P82	5	14	24	*18 922	*2,96	19 167	3,26
22	Psevdo1	10	20	1 000	*729 507	*8,42	740 918	9,31
23	Radd	8	5	120	*7 399	*3,99	*7 399	*3,99
24	Root	8	5	256	*24 585	*5,21	*24 585	*5,21
25	Sist_4	17	12	370	114 569	*6,79	*102 371	*6,71
26	Soar	83	94	529	141 983	7,36	*138 217	*6,33
27	Sqn	7	3	96	21 505	3,81	*20 975	*3,55
28	Tial	14	8	640	294 724	*8,73	*272 884	*8,55
29	Tms	8	16	30	40 751	6,23	*39 004	*4,65
30	Ttt2_matr	24	21	222	*44 941	*4,16	50 136	7,39
31	Verg_1	17	61	2 004	467 956	15,83	*386 387	*13,63
32	Verg_2	18	63	2 129	589 968	*14,06	*430 503	15,15
33	Vtx1	27	6	110	*20 518	*5,44	22 621	5,58
34	X1_matr	51	35	324	101 818	5,76	*82 071	*5,32
35	X3_matr	135	99	915	*179 364	*5,19	209 161	6,78
36	X4_matr	94	71	371	*93 180	5,51	114 284	6,75
37	X9dn	27	7	120	*20 741	*5,48	*20 741	*5,48
38	Z4	7	4	128	6 640	4,25	*6 411	*3,74
39	Z5xp1	7	10	128	*20 267	4,64	22 287	*4,46
Лучших решений *					20	25	23	17

Список литературы

- [1] Бибило П.Н., Позняк А.М. Выделение подсистем связанных функций из многоуровневого представления системы булевых функций // Информатика. 2020. Т. 17. № 1. С. 63 – 77.
- [2] Бибило П.Н., Кириенко Н.А., Романов В.И. Выделение из многоуровневого представления системы булевых функций подсистем для совместной логической минимизации // Программные продукты и системы. 2023. Т. 36. № 4. С. 509–522. doi: 10.15827/0236-235X.142.
- [3] Бибило П.Н., Кириенко Н.А., Романов В.И. Экспериментальное исследование алгоритма выделения подсистем булевых функций для совместной многоуровневой оптимизации // Программная инженерия. 2024. Том 15, № 4. С. 176—189.

[4] Бибило П.Н. Бинарные диаграммы решений в логическом проектировании. М.: ЛЕНАНД, 2024. - 560 с.

[5] Бибило П.Н., Кириенко Н.А., Романов В.И. Алгоритмы выделения из многоуровневого представления системы булевых функций подсистем для совместной минимизации // Информатика. – 2024. – Т. 21, № 4. – С. 7–23.

[6] <http://www1.cs.columbia.edu/~cs6861/sis/espresso-examples/ex>

[7] Бибило П.Н., Романов В.И. Система логической оптимизации функционально-структурных описаний цифровых устройств на основе продукционно-фреймовой модели представления знаний // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем. – 2020. Сб. трудов / под общ. ред. акад. РАН А.Л. Стемпковского. М.: ИППМ РАН. 2020. N 4. С. 9–16.

Авторский вклад

Бибило Петр Николаевич – руководство исследованием, выполнение экспериментов, подготовка текста доклада

Кириенко Наталья Алексеевна – разработка программных средств для выделения из многоуровневого представления системы булевых функций связанных подсистем, подготовка текста доклада

Романов Владимир Ильич – разработка программных средств для анализа результатов экспериментов и выбора лучших решений.

EXPERIMENTAL RESEARCH OF NEW ALGORITHMS FOR EXTRACTING SUBSYSTEMS FROM JOINT MULTILEVEL REPRESENTATIONS OF SYSTEMS OF BOOLEAN FUNCTIONS

P.N. Bibilo,

*Head of Laboratory,
UIIP of NAS of Belarus,
Dr.Sc. (Engineering),
Professor*

N.A. Kirienko,

*Associate Professor, Department
of economic informatics
PhD of Technical sciences,
Associate Professor*

V.I. Romanov,

*Leading Researcher,
UIIP of NAS of Belarus,
PhD of Technical sciences,
Associate Professor*

Abstract. Two types of equations for joint multilevel representations of systems of completely defined Boolean functions are considered: BDDI-representations obtained from Shannon expansions and Bool-representations, which are equations corresponding to Boolean networks. The vertices of the graph of a Boolean network correspond to the logical operations “conjunction” or “disjunction” over literals of Boolean variables. Two new algorithms for extracting subsystems are proposed. For the resulting subsystems, a circuit implementation is carried out without additional optimization and with additional optimization. Additional optimization involves moving to a matrix representation of each subsystem in the form of a DNF system and following minimization in the form of a BDDI-representation or a Bool-representation. It is shown that additional optimization of subsystems often makes it possible to obtain custom CMOS VLSI circuits of smaller area and higher performance compared to circuits for which additional minimization of subsystems was not carried out. The new experimental results are compared with those obtained previously.

Key words: Boolean function system, DNF, Binary Decision Diagram, Boolean network, Shannon expansion, measure of function connectivity, logic synthesis, VHDL, ASIC.