

УДК 519.624.2

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОЖИДАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПРОПУСКА ОШИБКИ ПРИ НАБЛЮДЕНИИ ВЕКТОРОВ ПЕРЕХОДОВ



**И.П. Кобяк**

*Белорусский государственный университет  
Информатики и радиоэлектроники,  
Республика Беларусь,  
доцент кафедры ЭВМ,  
канд. техн. наук, доцент  
IPKobyak2012@mail.ru*

### **И.П. Кобяк**

*Работает в Белорусском государственном университете с 1982 г. Занимаемые должности инженер, ассистент, доцент кафедры ЭВМ. Защитил кандидатскую диссертацию в 1993 г. Область научных интересов: методы идентификации сообщений, проектирование спецпроцессоров.*

**Аннотация.** В работе исследован метод идентификации последовательностей случайных событий с помощью оценок наблюдения векторов переходов заданного вида. Определено математическое ожидание плотности распределения вероятностей ошибки, чего требует задача сравнения статистических показателей предлагаемого и других алгоритмов свертки. Основой для расчетов послужила перечисляющая производящая функция, позволяющая представить произведение комбинаторных моментов, характеризующих вероятность пропуска ошибки, в виде суммы произведений статистик на соответствующие моменты. Полученные в работе соотношения характеризуют метод наблюдения векторов переходов как наиболее эффективный алгоритм синтеза оценок для идентификации сообщений со случайной или псевдослучайной природой.

**Ключевые слова:** вектор перехода, сложные события, монообъекты и постобъекты, идентификация последовательностей, вероятность пропуска ошибки, сигнатурный анализ, вектор состояния.

**Введение.** Современные методы передачи данных при реализации сетевых технологий, как правило, базируются на применении шумоподобного кодирования для сокрытия детерминизма в передаваемых сообщениях. При этом основное время работы системы отводится для циркуляции шума по каналам связи и только в определенное время (рассчитанное компьютерной системой) в сеть передается шифротекст пользователя. Такой принцип организации обмена данными обладает рядом преимуществ перед системами, основанными на методах вычисления шифровеличин над конечными полями. При этом обнаружение каналов с криптосвязью затруднено, если само шифрованное сообщение обладает близкими к эталонным вероятностными характеристиками. Кроме того, если передаваемые данные распределяются по «плавающей» базе неравномерно, а время передачи не определено, то пересылаемый текст, что особенно важно, приобретает дополнительную алгоритмическую защиту.

Решение задач в области идентификации случайных процессов с помощью точечных оценок конечной выборки чаще всего основываются на анализе свертки по модулю два или регистрации и исследовании числа заданных элементарных событий. Однако у всех

известных методов свертки сумма вероятностей под интегральной кривой равна единице, что говорит, в среднем, об их эквивалентности.

Одним из современных алгоритмов обнаружения детерминизма в  $r$ -разрядных случайных процессах следует считать принцип наблюдения сложных событий на базе двух и более векторов состояний (ВС) [1,2]. Данный подход приводит к уменьшению перестановок сложных событий на  $n$  местах размещения и, соответственно, к уменьшению числа коллизий оценки. При этом вероятность пропуска ошибки оказывается существенно меньшей, чем при наблюдении элементарных векторов. В целом, вопросы, связанные с анализом процессов на основе методов наблюдения выборочных вероятностей сложных объектов таких, например, как векторы переходов заданного вида (ВПЗВ), рассмотрены в печати недостаточно, хотя производящие функции (ПФ) и соответствующих вероятностные моменты опубликованы в работах [3,4].

Таким образом, с учетом концепции использования для систем связи только шумоподобных методов выполним расчет эталонного значения математического ожидания при наблюдении ВПЗВ, образованных двумя ВС со сдвигом друг относительно друга на интервал времени  $\tau = 1$ .

**Математическое ожидание распределения вероятностей пропуска ошибки при наблюдении ВПЗВ с параметром  $j=1$ .** Анализ подпоследовательностей различной длины в выборке событий размерностью  $n$  позволяет ряд свойств, полученных в [5,6], использовать при выводе требуемых соотношений в представляемой работе. Так в указанных статьях показано, что соотношением для энумератора или перечисляющей производящей функции для частных значений  $n$  и  $j=1$ , с учетом кусочно-линейного представления ПФ, является равенство:

$$P_{jfc} = Mo + \sum_g \pi(g) \left( k_{1,1} p e^t x_1^1 + \sum_{i=2}^{n-4} k_{1,i} p e^t x_1^i \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{1,i} + k_{1,n-2} p e^t x_1^{n-2} \frac{1}{2^{n-1}} \beta_{1,n-2} \right)^{n-g}, \quad (1)$$

где статистики  $k_{1,i}$  - это случайные значения, характеризующие число монообъектов длиной  $2+i$  векторов состояний,  $x_{j=1}^i$  - модификатор ПФ,  $p$  - вероятность наблюдения ВПЗВ, в которой все объекты с  $\mu$  битами перехода учитываются соотношением:

$$p = \frac{3^{r-\mu}}{m^2}, \quad m = 2^r.$$

Чтобы получить равенство для математического ожидания параметра (1), необходимо выполнить дифференцирование данного соотношения по времени. При этом получаем:

$$P'_{jfc} = \sum_g \pi(g) (n-g) \left( k_{1,1} p e^t x_1^1 + \sum_{i=2}^{n-4} k_{1,i} p e^t x_1^i \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{1,i} + k_{1,n-2} p e^t x_1^{n-2} \frac{1}{2^{n-1}} \beta_{1,n-2} \right)^{n-g-1} \times \\ \times \left[ k_{1,1} p \left( \frac{\partial}{\partial t} e^t \right) x_1^1 + \sum_{i=2}^{n-4} k_{1,i} p \left( \frac{\partial}{\partial t} e^t \right) x_1^i \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{1,i} + k_{1,n-2} p \left( \frac{\partial}{\partial t} e^t \right) x_1^{n-2} \frac{1}{2^{n-1}} \beta_{1,n-2} \right].$$

При  $t=0, x_1^i=1$  данное соотношение достаточно просто приводится к виду:

$$P'_{jfc} = \sum_g \pi(g) (n-g) \left( k_{1,1} p + \sum_{i=2}^{n-4} k_{1,i} p \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{1,i} + k_{1,n-2} p \frac{1}{2^{n-1}} \beta_{1,n-2} \right)^{n-g-1} \times \\ \times \left( k_{1,1} p + \sum_{i=2}^{n-4} k_{1,i} p \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{1,i} + k_{1,n-2} p \frac{1}{2^{n-1}} \beta_{1,n-2} \right). \quad (2)$$

Для формирования суммы моментов в (2) будем использовать концепцию единственности представления вероятностных объектов, то есть со статистиками  $k_{1,i}=1$ , а,

как следствие, и при  $\pi(g)=1$ , определяя дополнительную статистику  $n_1 \gg 1$ ,  $n \geq n_1$  с целью упрощения в дальнейшем формул суммирования дробей. Тогда из соотношения (2) имеем:

$$P'_{ifc} = n \left( p + \sum_{i=2}^{n_1-4} p \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{1,i} + p \frac{1}{2^{n_1-1}} \beta_{1,n_1-2} \right)^{n-1} \left( p + \sum_{i=2}^{n_1-4} p \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{1,i} + p \frac{1}{2^{n_1-1}} \beta_{1,n_1-2} \right).$$

Для максимального значения вероятности наблюдения ВПЗВ, что соответствует значению параметра  $p = \frac{3}{16}$  при  $r = 2$ , с учетом результатов работы [7] можем записать:

$$P'_{ifc} \approx n \left( p \frac{33}{8} \right)^n.$$

Таким образом, для минимальной суммы моментов эnumerатора (1), что соответствует максимуму вероятности  $p$ , математическое ожидание плотности распределения вероятностей ошибки при регистрации ВПЗВ с  $j=1$  и  $i = \text{var}$  имеет численное значение:

$$P'_{ifc} \approx n(0,7734)^n.$$

Итак, полученное значение говорит о том, что с увеличением длины выборки математическое ожидание в данной задаче стремится к бесконечно малой величине.

**Математическое ожидание распределения вероятностей пропуска ошибки при наблюдении ВПЗВ с параметрами  $j = 1, 2$ .** Итак, усложним вид функции (1) полагая, что параметр  $j$  может принимать два значения  $j = 1$  и  $j = 2$ . Тогда:

$$P_{ifc} = Mo + \sum_g \pi(g) \left[ \frac{1}{\xi + 1} \left( k_{1,1} p e^t x_1^1 + \sum_{i=2}^{n-4} k_{1,i} p e^t x_1^i \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{1,i} + k_{1,n-2} p e^t x_1^{n-2} \frac{1}{2^{n-1}} \beta_{1,n-2} \right) + \frac{\xi}{\xi + 1} \left( k_{2,1} p^2 e^{2t} x_2^1 + \sum_{i=2}^{n-6} k_{2,i} p^2 e^{2t} x_2^i \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{2,i} + k_{2,n-4} p^2 e^{2t} x_2^{n-4} \frac{1}{2^{n-3}} \beta_{2,n-4} \right) \right]^{n-g},$$

где значение  $\xi$  это параметр квадратичной формы вероятности  $p$  [8].

Первая производная ПФ указанного вида определяется аналогично случаю с  $j = 1$ .

При этом имеем:

$$P'_{ifc} = \sum_g \pi(g) (n-g) \left[ \frac{1}{\xi + 1} \left( k_{1,1} p e^t x_1^1 + \sum_{i=2}^{n-4} k_{1,i} p e^t x_1^i \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{1,i} + k_{1,n-2} p e^t x_1^{n-2} \frac{1}{2^{n-1}} \beta_{1,n-2} \right) + \frac{\xi}{\xi + 1} \left( k_{2,1} p^2 e^{2t} x_2^1 + \sum_{i=2}^{n-6} k_{2,i} p^2 e^{2t} x_2^i \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{2,i} + k_{2,n-4} p^2 e^{2t} x_2^{n-4} \frac{1}{2^{n-3}} \beta_{2,n-4} \right) \right]^{n-g-1} \times \\ \times \left[ \frac{1}{\xi + 1} \left( k_{1,1} p \left( \frac{\partial}{\partial t} e^t \right) x_1^1 + \sum_{i=2}^{n-4} k_{1,i} p \left( \frac{\partial}{\partial t} e^t \right) x_1^i \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{1,i} + k_{1,n-2} p \left( \frac{\partial}{\partial t} e^t \right) x_1^{n-2} \frac{1}{2^{n-1}} \beta_{1,n-2} \right) + \frac{\xi}{\xi + 1} \left( k_{2,1} p^2 \left( \frac{\partial}{\partial t} e^{2t} \right) x_2^1 + \sum_{i=2}^{n-6} k_{2,i} p^2 \left( \frac{\partial}{\partial t} e^{2t} \right) x_2^i \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{2,i} + k_{2,n-4} p^2 \left( \frac{\partial}{\partial t} e^{2t} \right) x_2^{n-4} \frac{1}{2^{n-3}} \beta_{2,n-4} \right) \right].$$

В соответствии с преобразованием (2) при  $t=0$ ,  $x_1^i = x_2^i = 1$  сформированная ПФ может быть приведена к виду:

$$P'_{ifc} = \sum_g \pi(g) (n-g) \left[ \frac{1}{\xi + 1} \left( k_{1,1} p + \sum_{i=2}^{n-4} k_{1,i} p \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{1,i} + k_{1,n-2} p \frac{1}{2^{n-1}} \beta_{1,n-2} \right) + \frac{\xi}{\xi + 1} \left( k_{2,1} p^2 + \sum_{i=2}^{n-6} k_{2,i} p^2 \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{2,i} + k_{2,n-4} p^2 \frac{1}{2^{n-3}} \beta_{2,n-4} \right) \right]^{n-g-1} \times$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\xi}{\xi+1} \left( k_{2,1} p^2 + \sum_{i=2}^{n-6} k_{2,2} p^2 \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{2,i} + k_{2,n-4} p^2 \frac{1}{2^{n-3}} \beta_{2,n-4} \right) \Big]^{n-g-1} \times \\
 & \times \left[ \frac{1}{\xi+1} \left( k_{1,1} p + \sum_{i=2}^{n-4} k_{1,i} p \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{1,i} + k_{1,n-2} p \frac{1}{2^{n-1}} \beta_{1,n-2} \right) + \right. \\
 & \left. + \frac{\xi}{\xi+1} \left( 2k_{2,1} p^2 + 2 \sum_{i=2}^{n-6} k_{2,i} p^2 \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{2,i} + 2k_{2,n-4} p^2 \frac{1}{2^{n-3}} \beta_{2,n-4} \right) \right].
 \end{aligned} \tag{3}$$

Для формирования суммы моментов в соответствии с функцией (3) будем выполнять (аналогично предыдущему варианту) преобразования при  $k_{1,i} = 1$  и  $k_{2,i} = 1$ . Кроме того для данной функции введем обозначения:

$$\frac{1}{\xi+1} = \xi_1, \quad \frac{\xi}{\xi+1} = \xi_2.$$

Тогда, полагая  $\pi(g) = 1$  и определяя статистику  $n_1 \gg 1$ , при  $n \geq n_1$  получаем:

$$\begin{aligned}
 P'_{ifc} &= n \left[ \xi_1 \left( p + \sum_{i=2}^{n_1-4} p \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{1,i} + p \frac{1}{2^{n_1-1}} \beta_{1,n_1-2} \right) + \xi_2 \left( p^2 + \sum_{i=2}^{n_1-6} p^2 \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{2,i} + p^2 \frac{1}{2^{n_1-3}} \beta_{2,n_1-4} \right) \right]^{n-1} \times \\
 & \times \left[ \xi_1 \left( p + \sum_{i=2}^{n_1-4} p \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{1,i} + p \frac{1}{2^{n_1-1}} \beta_{1,n_1-2} \right) + \xi_2 \left( 2p^2 + 2 \sum_{i=2}^{n_1-6} p^2 \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{2,i} + 2p^2 \frac{1}{2^{n_1-3}} \beta_{2,n_1-4} \right) \right].
 \end{aligned}$$

Для максимального значения вероятности наблюдения ВПЗВ опять же с учетом результатов работ [7,8] при  $\xi_1 = 1 - p$ ,  $\xi_2 = p$  можем записать:

$$P'_{ifc} \approx n \left[ (1-p)p \frac{33}{8} + p^3 \frac{33}{8} \right]^{n-1} \left[ (1-p)p \frac{33}{8} + 2p^3 \frac{33}{8} \right] = 0,683n(0,656)^{n-1}.$$

Таким образом, полученное значение практически не отличается от результата с параметром  $j = 1$ , так как монообъекты с  $j = 2$  встречаются крайне редко.

**Общий случай математического ожидания распределения вероятностей пропуска ошибки при наблюдении ВПЗВ для  $\forall j$ .**

Получим общее соотношение для эnumerатора (1) при всех  $j = 1 \div 0,5(n-1)$ . При этом имеем:

$$\begin{aligned}
 P_{ifc} &= Mo + \sum_g \pi(g) \left[ \sum_{j=1}^{0,5(n-5)} \xi_j k_{j,1} p^j e^{jt} x_j^1 + \sum_{j=1}^{0,5(n-5)} \xi_j \sum_{i=2}^{n-2j-2} k_{j,i} p^j e^{jt} x_j^i \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{j,i} + \right. \\
 & \left. + \sum_{j=1}^{0,5(n-3)} \xi_j k_{j,n-2j} p^j e^{jt} x_j^{n-2j} \frac{1}{2^{n-2j+1}} \beta_{j,n-2j} + \xi_{0,5(n-1)} k_{\frac{n-1}{2},1} p^{\frac{n-1}{2}} e^{\frac{n-1}{2}t} x_{\frac{n-1}{2}}^1 \right]^{n-g}.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Дифференцирование равенства (4) по времени приводит к полиному вида:

$$\begin{aligned}
 P'_{ifc} &= \sum_g \pi(g) (n-g) \left[ \sum_{j=1}^{0,5(n-5)} \xi_j k_{j,1} p^j e^{jt} x_j^1 + \sum_{j=1}^{0,5(n-5)} \xi_j \sum_{i=2}^{n-2j-2} k_{j,i} p^j e^{jt} x_j^i \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{j,i} + \right. \\
 & \left. + \sum_{j=1}^{0,5(n-3)} \xi_j k_{j,n-2j} p^j e^{jt} x_j^{n-2j} \frac{1}{2^{n-2j+1}} \beta_{j,n-2j} + \xi_{0,5(n-1)} k_{\frac{n-1}{2},1} p^{\frac{n-1}{2}} e^{\frac{n-1}{2}t} x_{\frac{n-1}{2}}^1 \right]^{n-g-1} \times \\
 & \times \left[ \sum_{j=1}^{0,5(n-5)} \xi_j k_{j,1} p^j \left( \frac{\partial}{\partial t} e^{jt} \right) x_j^1 + \sum_{j=1}^{0,5(n-5)} \xi_j \sum_{i=2}^{n-2j-2} k_{j,i} p^j \left( \frac{\partial}{\partial t} e^{jt} \right) x_j^i \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{j,i} + \right.
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$+ \sum_{j=1}^{0,5(n-3)} \xi_j k_{j,n-2j} p^j \left( \frac{\partial}{\partial t} e^{jt} \right) x_j^{n-2j} \frac{1}{2^{n-2j+1}} \beta_{j,n-2j} + \xi_{0,5(n-1)} k_{\frac{n-1}{2},1} p^{\frac{n-1}{2}} \left( \frac{\partial}{\partial t} e^{\frac{n-1}{2}t} \right) x_{\frac{n-1}{2}}^{n-1} \Big]^{n-8-1}.$$

Суммирование моментов в функции (5) выполним аналогично предыдущим случаям, то есть при всех  $k_{j,i}=1$ ,  $\pi(g)=1$ . Тогда, опять же при  $n_1 \gg 1$  и  $n \geq n_1$ ,  $n_1$  - нечетно, имеем:

$$P'_{ifc} = n \left[ \sum_{j=1}^{0,5(n_1-5)} \xi_j p^j e^{jt} x_j^1 + \sum_{j=1}^{0,5(n_1-5)} \xi_j \sum_{i=2}^{n_1-2j-2} p^j e^{jt} x_j^i \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{j,i} + \right. \\ \left. + \sum_{j=1}^{0,5(n_1-3)} \xi_j p^j e^{jt} x_j^{n_1-2j} \frac{1}{2^{n_1-2j+1}} \beta_{j,n_1-2j} + \xi_{0,5(n_1-1)} p^{\frac{n_1-1}{2}} e^{\frac{n_1-1}{2}t} x_{\frac{n_1-1}{2}}^{n_1-1} \right]^{n-1} \times \quad (6) \\ \times \left[ \sum_{j=1}^{0,5(n_1-5)} \xi_j p^j (je^{jt}) x_j^1 + \sum_{j=1}^{0,5(n_1-5)} \xi_j \sum_{i=2}^{n_1-2j-2} p^j (je^{jt}) x_j^i \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{j,i} + \right. \\ \left. + \sum_{j=1}^{0,5(n_1-3)} \xi_j p^j (je^{jt}) x_j^{n_1-2j} \frac{1}{2^{n_1-2j+1}} \beta_{j,n_1-2j} + \xi_{0,5(n_1-1)} p^{\frac{n_1-1}{2}} e^{\frac{n_1-1}{2}t} x_{\frac{n_1-1}{2}}^{n_1-1} \right].$$

При  $t=0$  и  $x_j^i=1$  из (6) соответственно следует:

$$P'_{ifc} = n \left[ \sum_{j=1}^{0,5(n_1-5)} \xi_j p^j + \sum_{j=1}^{0,5(n_1-5)} \xi_j \sum_{i=2}^{n_1-2j-2} p^j \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{j,i} + \sum_{j=1}^{0,5(n_1-3)} \xi_j p^j \frac{1}{2^{n_1-2j+1}} \beta_{j,n_1-2j} + \xi_{0,5(n_1-1)} p^{\frac{n_1-1}{2}} \right]^{n-1} \times \\ \times \left[ \sum_{j=1}^{0,5(n_1-5)} \xi_j j p^j + \sum_{j=1}^{0,5(n_1-5)} \xi_j \sum_{i=2}^{n_1-2j-2} j p^j \frac{1}{2^{i+1}} \beta_{j,i} + \sum_{j=1}^{0,5(n_1-3)} \xi_j j p^j \frac{1}{2^{n_1-2j+1}} \beta_{j,n_1-2j} + \xi_{0,5(n_1-1)} \frac{n_1-1}{2} p^{\frac{n_1-1}{2}} \right]. \quad (7)$$

Практическое моделирование данной задачи показало, что ВПЗВ с параметром  $j=3$  встречаются достаточно редко, а параметр с числом векторов  $j=4$  например при  $r=8$  отсутствует в течение весьма длительного времени наблюдения. Таким образом, для верхней границы вероятности  $p$  в соответствии с результатами [8] можем записать полиномиальные множители:

$$\xi_1 = \frac{1}{1,146} \left( 1 - \frac{3}{16} \right), \quad \xi_2 = \frac{1}{1,146} \cdot \frac{3}{16}, \quad \xi_3 = \frac{0,146}{1,146}.$$

Подставляя данные значения в многочлен (7) получаем:

$$P'_{ifc} \approx n \left[ \frac{33}{8} (\xi_1 p + \xi_2 p^2 + \xi_3 p^3) \right]^{n-1} \left[ \frac{33}{8} (\xi_1 p + 2\xi_2 p^2 + 3\xi_3 p^3) \right] = \quad (8) \\ = 0,606n (0,576)^{n-1}.$$

Итак, математическое ожидание плотности распределения вероятностей ошибки при наблюдении ВПЗВ для максимального значения  $p = \frac{3}{16}$  (то есть для нижней границы интеграла вероятностей  $P_{ifc}$ ) определяется соотношением (8).

Рассмотрим математическое ожидание плотности распределения вероятностей ошибки для ВПЗВ, имеющих минимальное значения параметра  $p = \frac{1}{m^2}$ , что соответствует максимуму вероятности пропуска ошибки. При этом имеем:

$$P'_{ifc} = \frac{\partial}{\partial t} \left( 1 - \frac{\Delta}{2m} \right)^{n+1} + \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{2^n} (pe^t)^n \xrightarrow{t=0} n \left( \frac{1}{2} p \right)^{n-1}.$$

Принципиально, данное значение стремиться к нулю, хотя сама вероятность  $p$  стремиться к аргументу моды распределения.

### Список литературы

- [1] Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. М.: Радио и связь. 1985. 384 с.
- [2] Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Наука. гл. ред. физ.-мат. лит. 384 с.
- [3] Weathers G.D., Graf E.R. The Subsequence Weight Distributions of Summed Maximum Length Digital Sequences // IEEE Trans. on Commun. 1974. com-22. №8. P.997-1004.
- [4] Кобяк И.П. Сравнительная оценка достоверности методов сигнатурного анализа и счета состояний // Электрон. моделирование. 1996. Т.18. №3. С. 58-62.
- [5] Кобяк И.П. Теория внутрисхемного наблюдения СБИС с использованием автокорреляционных функций // АВТ. 2009. № 2. С.37-46.
- [6] Кобяк И.П. Производящая функция для распределения статистик автокорреляционной функции // Электрон. моделирование. 2010. 32. №2. С. 61-76.
- [7] Кобяк, И. П. Производящая функция для вероятности пропуска ошибки при наблюдении векторов переходов / И. П. Кобяк // *BIG DATA и анализ высокого уровня = BIG DATA and Advanced Analytics* : сборник научных статей IX Международной научно-практической конференции, Минск, 17–18 мая 2023 г. : в 2 ч. Ч. 2 / Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники ; редкол.: В. А. Богуш [и др.]. Минск, 2023. С. 16-23.
- [8] Кобяк, И.П. Интеграл вероятностей ошибки при идентификации выборки числом ВП / И. П. Кобяк // Информационные технологии и системы 2023 (ИТС 2023) = Information Technologies and Systems 2023 (ITS 2023) : материалы Международной научной конференции, Минск, 22 ноября 2023 / Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники ; редкол.: Л. Ю. Шилин [и др.]. Минск : БГУИР, 2023. С. 145–146.

## MATHEMATICAL EXPECTATION OF THE PROBABILITY DISTRIBUTION OF MISSING AN ERROR WHEN OBSERVING TRANSITION VECTORS

*I.P. Kobiack*  
*PhD, Associate Professor,*  
*Chair of ECM, BSUIR.*  
*Belarusian State University of*  
*Informatics and Radioelectronics,*  
*Republic of Belarus*

**Abstract.** The paper investigates a method for identifying sequences of random events using estimates of the observation of transition vectors of a given type. The mathematical expectation of the density of the error probability distribution is determined, which is required by the task of comparing the statistical indicators of the proposed and other convolution algorithms. The basis for the calculations was an enumerating generating function, which allows us to represent the product of combinatorial moments characterizing the probability of missing an error in the form of the sum of the products of statistics for the corresponding moments. The relations obtained in the work characterize the method of observing transition vectors as the most effective algorithm for synthesizing estimates for identifying messages with a random or pseudorandom nature.

**Keywords:** transition vector, complex events, mono-objects and post-objects, sequence identification, probability of missing an error, signature analysis, state vector