

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТКАЗОУСТОЙЧИВОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ТОПОЛОГИИ СЕТИ

*Котько Е.Н.*

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,  
г. Минск, Республика Беларусь*

*Научный руководитель: Пискун Е.С. – к. э. н., доцент, доцент кафедры ПИКС*

**Аннотация.** В статье проведено моделирование отказоустойчивости динамических распределенных систем с учетом изменения топологии сети. Рассмотрены различные сценарии отказов узлов и сетевых разделений. Используются математические модели для оценки отказоустойчивости, а также проанализированы последствия изменений топологии на производительность и доступность системы. Полученные результаты позволяют понять влияние динамических изменений топологии сети на стабильность системы.

**Ключевые слова:** отказоустойчивость, распределенные системы, моделирование, топология, отказ узлов, сетевые разделения.

**Введение.** Динамические распределенные системы хранения данных требуют высокой отказоустойчивости, особенно при изменении топологии сети. Изменение числа узлов, разделение сети и отказ компонентов могут существенно повлиять на производительность и доступность системы. Моделирование таких ситуаций помогает оценить последствия отказов и разработать эффективные стратегии восстановления. В статье рассматриваются математические модели для оценки отказоустойчивости, анализируются сценарии изменения топологии и их влияние на ключевые показатели системы, такие как пропускная способность и время отклика.

**Основная часть.** При моделировании отказоустойчивости динамических распределенных систем хранения данных в условиях изменения топологии сети необходимо разработать математические модели для оценки отказоустойчивости, проанализировать влияние изменения топологии на производительность системы и провести имитацию отказов для оценки последствий для системы.

Отказоустойчивость распределенной системы можно оценить с помощью вероятностных моделей, которые учитывают вероятность выхода из строя узлов и связей в сети [1].

Интенсивность отказов узлов рассчитывается по формуле 1:

$$\lambda = \frac{N_{\text{отказов}}}{T \times N_{\text{узлов}}}, \quad (1)$$

где  $N_{\text{отказов}}$  – количество отказов узлов за время наблюдения;

$T$  – время наблюдения;

$N_{\text{узлов}}$  – общее количество узлов в системе.

Отказоустойчивость системы характеризуется вероятностью успешного выполнения операций в условиях отказов. Вероятность сохранения работоспособности при отказе  $k$  узлов в системе с  $n$  узлами рассчитывается по формуле 2 [2]:

$$P(k) = \sum_{i=0}^{n-k} C_n^i \times p^i \times (1-p)^{n-i}, \quad (2)$$

где  $C_n^i$  – биномиальный коэффициент;

$p$  – вероятность успешного функционирования одного узла.

В динамических распределенных системах изменения топологии происходят в результате добавления новых узлов для масштабирования, отказа узлов из-за аппаратных сбоев или сетевых проблем, а также разделения сети, что приводит к образованию изолированных кластеров, и каждый из этих сценариев влияет на доступность данных и производительность системы.

Имитация различных сценариев отказов и их последствий позволяет оценить влияние изменений топологии на пропускную способность и время отклика системы. Для анализа отказоустойчивости используется модель Маркова, которая описывает вероятности перехода системы между состояниями с учетом вероятности восстановления. Эти вероятности рассчитываются по формуле 3, что позволяет точно оценить влияние отказов на стабильность системы и ее работоспособность при изменении топологии [3].

$$P(t) = P(0) \times e^{Q \times t}, \quad (3)$$

где  $P(0)$  – начальное состояние системы;

$Q$  – матрица интенсивностей переходов;

$t$  – время моделирования.

Для моделирования отказов и восстановления сети использовалась библиотека *networkx* для работы с графами и *matplotlib* для визуализации. Имитация проводилась на графе, созданном с помощью модели Эрдёша-Реньи с 10 узлами. В ходе экспериментов анализировались различные аспекты, такие как время восстановления после отказа узлов, изменение пропускной способности при разделении сети [4, 5].

Процесс начинается с создания графа  $G$  и его копии  $G_{backup}$  для последующего восстановления. На этом этапе проверяется связность сети и анализируется пропускная способность, измеряемая количеством рёбер в графе. Для измерения пропускной способности используется метрика числа рёбер в сети. Визуализация начальной топологии сети показывает исходное состояние графа, в соответствии с рисунком 1.

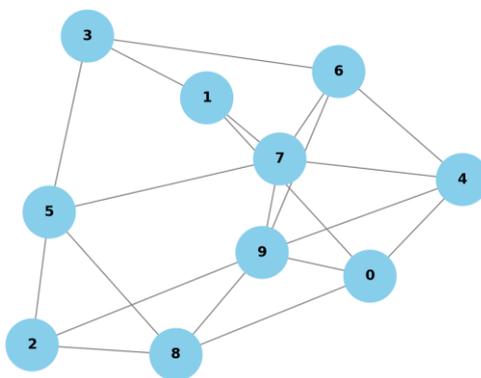


Рисунок 1 – Начальная топология сети

Отказы узлов моделируются с помощью функции *simulate\_node\_failures()*, которая случайным образом удаляет несколько узлов. После отказа узлов структура графа изменяется, и пропускная способность сети снижается. Для проверки связности графа используется функция *check\_connectivity()*, которая проверяет, остаётся ли граф связным

после удаления узлов. На графике показано состояние сети после отказа узлов, что позволяет наглядно продемонстрировать потерю связности, как показано рисунке 2.

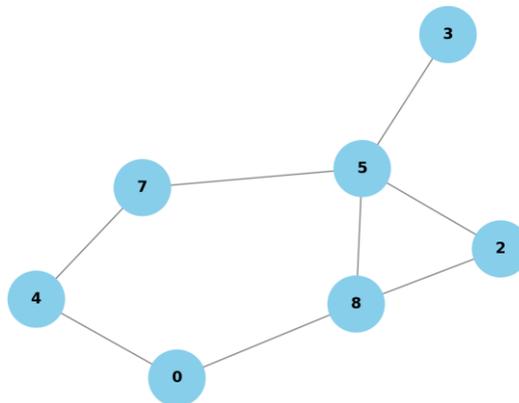


Рисунок 2 – Топология сети после отказа узлов

Для восстановления узлов и рёбер применяется функция *restore\_nodes\_and\_edges()*.

Код для анализа времени восстановления сети после её разделения на компоненты связности:

```
def analyze_partition_recovery(G, G_backup):
    partitions = list(nx.connected_components(G))
    if len(partitions) > 1:
        largest_partition = max(partitions, key=len)
        restored_nodes = [node for node in G_backup.nodes if node not in
largest_partition]
        restoration_time = calculate_restoration_time(len(restored_nodes))
        return restoration_time, len(restored_nodes)
    return 0, 0
```

Функция проверяет, является ли сеть разделенной на несколько компонентов и, если да, то вычисляет время, необходимое для восстановления сети, путем добавления недостающих узлов из резервной копии.

Время восстановления рассчитывается на основе количества восстановленных узлов и базового времени восстановления (*BASE\_TIME\_PER\_NODE*). Визуализация восстановления сети отображает восстановленные узлы, как показано на рисунке 3. График пропускной способности показывает изменения до отказа, после отказа и после восстановления, в соответствии с рисунком 4.

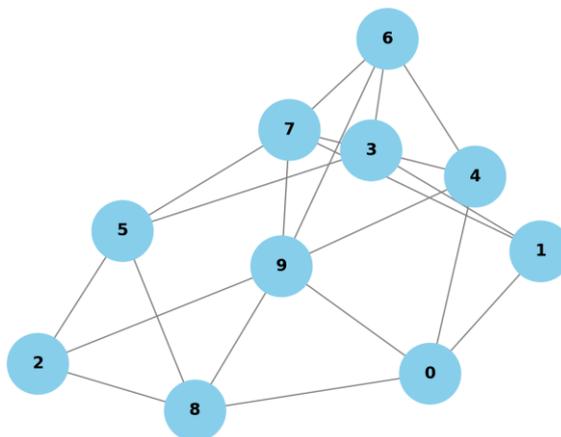


Рисунок 3 – Восстановленная сеть после отказа

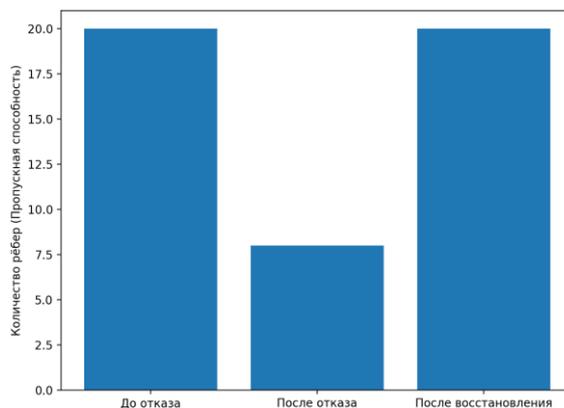


Рисунок 4 – График изменения пропускной способности сети

Кроме того, для имитации разделения сети удаляются случайные рёбра с помощью функции *network\_partitioning()*. После разделения сети анализируется время восстановления и количество восстановленных узлов с помощью функции *analyze\_partition\_recovery()*.

Для анализа вероятностей перехода между состояниями сети используется модель Маркова, учитывающая вероятность отказа и восстановления узлов. Ниже приведена функция, реализующая модель Маркова:

```
def markov_model(state, num_nodes):
    failure_prob = FAILURE_RATE
    recovery_prob = RECOVERY_RATE
    if state == 0:
        return 1 - failure_prob * num_nodes
    elif state == num_nodes:
        return recovery_prob * num_nodes
    else:
        return (1 - failure_prob * state) * (1 - recovery_prob * (num_nodes - state))
```

Модель позволяет проанализировать, как количество вышедших из строя узлов влияет на вероятности перехода между состояниями сети. На графике отображены изменения этих вероятностей в зависимости от числа неработающих узлов, как показано на рисунке 5.

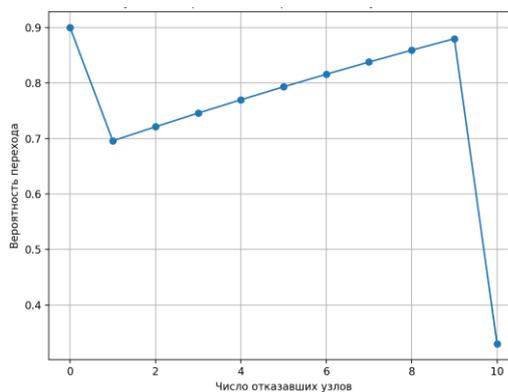


Рисунок 5 – Изменение вероятностей перехода между состояниями сети в модели Маркова с увеличением числа вышедших из строя узлов

Результаты моделирования работы сети до отказа, во время отказа и после восстановления, исходя из рисунка 6.

```
Пропускная способность до отказа: 20 рёбер.  
Вероятность сохранения работоспособности до отказа: 0.9136  
Пропускная способность после отказа: 8 рёбер.  
Сеть связана.  
Пропускная способность после восстановления: 20 рёбер.  
Вероятность сохранения работоспособности после восстановления: 0.9136  
Время восстановления сети: 180.0000 секунд.  
Время восстановления после разделения сети: 150.0000 секунд для 5 узлов.
```

Рисунок 6 – Результаты моделирования работы сети

Моделирование показало, что до отказа сеть имеет максимальную пропускную способность 20 рёбер и вероятность работоспособности 91,36%, что подтверждает высокую надёжность. После отказа нескольких узлов пропускная способность снижается до 8 рёбер, но сеть остаётся связанной. После восстановления пропускная способность возвращается к 20 рёбрам, а вероятность работоспособности восстанавливается до 91,36%, подтверждая устойчивость системы к сбоям. Время восстановления сети составляет 180 секунд. Если сеть разделена на 5 узлов, время восстановления сокращается до 150 секунд, что указывает на ускорение восстановления при меньшем объёме восстанавливаемых частей, но разделение сети всё равно увеличивает время восстановления связности. Результаты подтверждают хорошую отказоустойчивость и способность к быстрому восстановлению.

**Заключение.** Моделирование отказоустойчивости динамических распределённых систем показало высокую надёжность системы и её способность восстанавливаться после отказа узлов. Результаты подтвердили, что при изменении топологии (отказа узлов или разделении сети) система сохраняет связность, несмотря на снижение пропускной способности. Время восстановления сети минимально, что подтверждает эффективность моделей для оценки отказоустойчивости и возможность оптимизации архитектуры систем в условиях сбоев.

### Список литературы

1. *Надёжность технических систем [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://nadegnost.narod.ru/lection3.html>. Дата доступа: 28.03.2025.*
2. *Биномиальное распределение [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ru.statisticseasily.com/гlossарий/что-такое-биномиальное-распределение/>. Дата доступа: 28.03.2025.*
3. *Mont, R. Introduction to Exponentials and Logarithms [Электронный ресурс]. – University of California, Santa Cruz. Режим доступа: [https://people.ucsc.edu/~rmont/classes/CalculusWeb/lectures/text\\_exponentials.pdf](https://people.ucsc.edu/~rmont/classes/CalculusWeb/lectures/text_exponentials.pdf). Дата доступа: 28.03.2025.*
4. *Software for Complex Networks [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://networkx.org/documentation/stable/>. Дата доступа: 29.03.2025.*
5. *Using Matplotlib [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://matplotlib.org/stable/users/index.html>. Дата доступа: 29.03.2025.*

UDC 621.3.049.77–048.24:537.2

## MODELING OF FAULT TOLERANCE OF DYNAMIC DISTRIBUTED SYSTEMS UNDER NETWORK TOPOLOGY CHANGE

*Katsko E.N.*

*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Republic of Belarus*

*Piskun E.S. – Cand. of Sci., associate professor, associate professor of the department of ICSD*

**Annotation.** In the article modeling of fault tolerance of dynamic distributed systems considering changes in network topology is carried out. Different scenarios of node failures and network partitions are considered. Mathematical models for fault tolerance evaluation are used, and the effects of topology changes on system performance and availability are analyzed. The results provide insight into the impact of dynamic network topology changes on system stability.

**Keywords:** fault tolerance, distributed systems, modeling, topology, node failure, network partitions.