

ФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ В КОМПЬЮТЕРНОМ ЗРЕНИИ

Рында Р.Д., Василевский В.В.

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь*

Цегельник В. В. – доктор физико-математических наук

Рассмотрены и реализованы алгоритмы оценки фрактальной размерности изображений методом коробочного счёта, фрактального сжатия с использованием итерационных функциональных систем (IFS) и сегментации изображений на основе локальной фрактальной размерности. Программная реализация на Python демонстрирует возможность количественного анализа сложности текстур и контуров.

Современные системы компьютерного зрения требуют разработки методов, способных описывать сложные, нерегулярные структуры изображений, характерные для природных сцен и текстур. Фрактальный анализ, основанный на принципе самоподобия, позволяет количественно оценить сложность изображения через вычисление фрактальной размерности. В Работе реализованы два основных подхода:

- Оценка фрактальной размерности изображения методом коробочного счёта, позволяющая определить степень заполнения пространства объектом.
- Фрактальное сжатие и сегментация изображений посредством аппроксимации фрагментов изображения аффинными преобразованиями, что обеспечивает масштабную инвариантность при декодировании.

Фрактальная размерность D характеризует, насколько «изрезанным» или сложным является объект. Метод коробочного счёта основывается на следующем принципе: изображение покрывается сеткой с различными размерами ячеек, и для каждого масштаба ϵ определяется число заполненных «коробок» $N(\epsilon)$. При наличии самоподобной структуры между $N(\epsilon)$ и ϵ устанавливается степенное соотношение:

$$N(\epsilon) \sim \epsilon^{-D}, \quad (1)$$

откуда фрактальная размерность вычисляется как выражение вида:

$$D = \frac{-d \log N(\epsilon)}{d \log \epsilon}. \quad (2)$$

Кроме того, рассмотрена методика фрактального сжатия, когда изображение представляется набором аффинных преобразований, описывающих взаимное преобразование повторяющихся фрагментов. Приведённые математические инструменты служат базой для анализа изображений и построения моделей, способных адекватно описывать сложность объектов.

Теперь обсудим применение именно в компьютерном зрении. Реализация алгоритмов выполнена на Python с использованием библиотек OpenCV, NumPy и Matplotlib. Два ключевых примера, реализованных в программах, демонстрируют практическое применение фрактального анализа:

- Оценка фрактальной размерности методом коробочного счёта. Изображение (например, фотография береговой линии или текстуры) предварительно бинаризуется, после чего покрывается сеткой с различными размерами ячеек. По зависимости $\log N(\epsilon)$ от $\log(1/\epsilon)$ проводится линейная регрессия, позволяющая вычислить фрактальную размерность D . Результаты эксперимента подтверждают, что данная методика позволяет количественно оценить степень сложности структуры изображения и может быть использована для выделения характерных признаков при распознавании объектов.

- Фрактальное сжатие и сегментация изображений. Второй пример демонстрирует, как исходное изображение разбивается на небольшие блоки (range-блоки) и для каждого из них ищется наиболее подходящий блок (domain-блок) с последующим вычислением параметров аффинного преобразования. Полученный фрактальный код позволяет итеративно восстановить изображение с сохранением основных структурных особенностей, обеспечивая масштабную инвариантность. Дополнительно, локальная фрактальная размерность вычисляется для отдельных блоков изображения, что позволяет сформировать карту текстурной сложности и на её основе выполнить сегментацию изображения. Такой подход позволяет различать области с разной текстурной структурой (например, природные ландшафты, где леса, водные поверхности и городские зоны обладают различными значениями D).

Полученные результаты демонстрируют, что фрактальный анализ является мощным инструментом для описания и анализа сложных изображений. Метод коробочного счёта позволяет надёжно вычислить фрактальную размерность, отражающую степень «шероховатости» и самоподобия структуры. Фрактальное сжатие, основанное на итерационных функциональных системах, позволяет существенно уменьшить объём данных без потери ключевых визуальных особенностей, а сегментация на основе локальной фрактальной размерности открывает возможности для автоматического разделения изображения на области с различными текстурными характеристиками. Эти методы могут быть использованы как самостоятельные алгоритмы или в комбинации с традиционными методами компьютерного зрения для повышения точности распознавания и классификации объектов.

Список использованных источников:

1. Мандельброт, Б. *Фрактальная геометрия природы* / Б. Мандельброт. – М. : ИКИ, 2010. – 656 с.
2. Barnsley, M. *Fractals Everywhere* / M. Barnsley. – New York : Academic Press, 1993. – 534 с.