УДК 51-7:595.796

МОДЕЛЬ СИНХРОНИЗИРОВАННОЙ РИТМИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ В КОЛОНИЯХ МУРАВЬЕВ

Снитко Роман, студент гр.428501

Сазанович Максим гр, студент428502

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники[1]
г. Минск, Республика Беларусь

Цегельник В.В. – доктор физ.-мат. наук, профессор каф. ВМ

Аннотация. В работе представлена математическая модель синхронизированной ритмической активности муравьёв через автокаталитическое возбуждение, описанная системой дифференциальных уравнений с запаздыванием. Анализ устойчивости решений показал, что синхронизация сохраняется при определённых параметрах.

Ключевые слова. Синхронизация, самоорганизация, автокаталитическая модель, муравьи Leptothorax acervorum, колебания активности, спонтанная активация, положительная обратная связь, запаздывание (τ), среднеполевые уравнения, дифференциальные уравнения с запаздыванием, метод Монте-Карло, асинхронная симуляция, демографический шум, периодические осцилляции, критическое значение периода отдыха, устойчивые циклы активности, нейронные сети, популяционная динамика, ритмическая активность, социальные насекомые.

Синхронизация является важным явлением самоорганизации в природе и наблюдается в различных биологических системах, таких как популяции животных, нейронные сети и химические реакции. Одним из ярких примеров является синхронизированная активность муравьёв Leptothorax acervorum. Эти муравьи большую часть времени остаются неактивными, но примерно три-четыре раза в час вся колония демонстрирует всплески активности. Это поведение не связано с внешними сигналами и возникает эндогенно, что делает его интересным объектом для исследования [1].

Одним из объяснений такого феномена является автокаталитическая модель, согласно которой активные муравьи могут стимулировать других после периода отдыха. Эта модель успешно воспроизводит наблюдаемые колебания активности, что подтверждается численными симуляциями. В данной работе мы представляем систему дифференциальных уравнений, которая описывает такое поведение, и анализируем условия возникновения устойчивых циклов активности.

Автокаталитическая модель муравьиной колонии предполагает, что каждый муравей может находиться в одном из трёх состояний: неактивное, активируемое и активное. Неактивный муравей остаётся в этом состоянии в течение фиксированного периода отдыха τ, после чего становится активируемым [2]. Такой муравей может либо спонтанно активироваться с вероятностью α, либо быть активированным при контакте с активными особями с вероятностью β. Таким образом, модель основана на механизме положительной обратной связи, когда активные муравьи увеличивают вероятность активации других членов колонии.

Численные исследования показали, что при определённых значениях параметров система переходит в режим устойчивых циклических колебаний. При этом синхронизированная активность сохраняется, если период отдыха превышает некоторый критический порог, а вероятность спонтанной активации остаётся низкой.

Для исследования динамики модели была проведена серия численных симуляций методом Монте-Карло. В данной работе используется асинхронная версия этого метода, при которой в каждый момент времени случайным образом выбирается муравей и проверяется его текущее состояние. В зависимости от него:

Активируемый муравей может активироваться спонтанно с вероятностью α или при контакте с активным муравьём с вероятностью β;

Активный муравей либо становится неактивным с вероятностью μ, либо случайным образом выбирает другого муравья для активации;

Неактивный муравей остаётся в своём состоянии, пока не истечёт период отдыха τ, после чего переходит в активируемое состояние.

Выбор временного шага δt связан с размером колонии N по правилу $\delta t = \frac{1}{N}$, что позволяет корректно учитывать частоту смены состояний.

Для описания динамики модели в пределе большого числа особей используются среднеполевые уравнения (1) – (3):

$$\frac{da}{dt} = -\mu a + b(\alpha + \beta a), \qquad (1)$$

$$\frac{db}{dt} = -b(\alpha + \beta a) + \mu a(t - \tau), \tag{2}$$

$$\frac{ds}{dt} = \mu[a(t) - a(t - \tau)], \tag{3}$$

где $a(t)$ — доля активных муравьёв, $b(t)$ — доля активируемых неактивных, $s(t)$ — доля неактивных особей. Система обладает важными свойствами, в частности, она имеет первый интеграл:

$$A + B + C = H, \tag{4}$$

где H — произвольная постоянная. Это позволяет понизить порядок системы и свести её к системе двух нелинейных автономных уравнений:

$$\frac{dA}{dt} = -\mu A + \alpha B + \beta BA, \tag{5}$$

$$\frac{dB}{dt} = -\alpha B - \beta BA + \mu A(t - \tau). \tag{6}$$

Каждое из этих уравнений описывает динамику изменения доли активных (A) и активируемых (B) муравьёв во времени.

Первое уравнение показывает, что количество активных муравьёв изменяется под воздействием трех процессов:

1 Дезактивация муравьёв — происходит со скоростью $-\mu A$, где μ — вероятность ухода в неактивное состояние.

2 Спонтанная активация — происходит со скоростью αB, где α определяет вероятность того, что активируемый муравей станет активным сам по себе.

3 Автокаталитическая активация — муравьи могут активироваться при контакте с активными особями, что учитывается членом βBA, где β описывает вероятность этого процесса.

Второе уравнение описывает динамику активируемых муравьёв:

1 Часть активируемых муравьёв становится активными с вероятностями αB и βBA, поэтому появляется отрицательный вклад $-\alpha B - \beta BA$.

2 Часть активных муравьёв возвращается в состояние покоя (запаздывание) — они становятся активируемыми спустя время τ т, что описывается запаздывающим членом $\mu A(t - \tau)$.

Таким образом, система включает элементы положительной обратной связи (автокаталитическая активация) и запаздывания (возврат активных муравьёв в неактивное состояние). Переход от трех уравнений к двум означает, что система может быть описана в пространстве меньшей размерности.

Влияние запаздывающего аргумента τ. Запаздывание τ — важный параметр, который влияет на динамику системы. Запаздывание определяет ритм синхронизации.

Если τ Запаздывание τ играет ключевую роль в управлении процессами синхронизации. Этот параметр влияет на ритм активности элементов системы, определяя характер их взаимодействия.

Когда значение τ невелико, муравьи активируются с высокой частотой, но при этом их синхронизация остаётся слабой. Это обусловлено тем, что при малых значениях τ муравьи не успевают накопить достаточный запас "энергии" в неактивном состоянии, что приводит к разрозненным всплескам активности. В результате система проявляет неустойчивую динамику, в которой отдельные элементы функционируют независимо друг от друга. Напротив, при увеличении τ система приобретает выраженный ритмический характер. При больших значениях запаздывания начинают возникать регулярные колебания активности, формируя режим, в котором активность системы проявляется с периодом, приблизительно равным τ. Это приводит к фазированной синхронизации, в которой муравьи активируются волнообразно, демонстрируя циклическое поведение. Проведённый анализ показал, что при $\tau < \tau(c)$ система стремится к стационарному состоянию. В этом режиме доля активных муравьёв остаётся примерно постоянной, что свидетельствует о наличии равновесного состояния, при котором система стабилизируется без выраженных периодических изменений. При превышении критического значения $\tau(c)$ в системе появляются устойчивые предельные циклы, характеризующиеся регулярными колебаниями активности. Это означает, что динамика муравьёв становится периодической и предсказуемой, но при этом сохраняет вариативность фазовых переходов. Вопреки возможным предположениям, система не является хаотической. Согласно анализу Мун, сложные режимы колебаний, наблюдаемые при больших значениях τ, не приводят к истинному хаосу. Это подтверждает, что даже при высокой вариативности активности система остаётся предсказуемой и организованной.

Таким образом, динамика муравьёв демонстрирует свойства самоорганизующейся системы, в которой элементы взаимодействуют согласованно, поддерживая ритм активности в соответствии с внутренними параметрами. Данные уравнения позволяют формализовать условия, при которых возникают устойчивые осцилляции активности. На рисунке 1 приведён график, иллюстрирующий изменения активностей в модели среднеполевых уравнений.

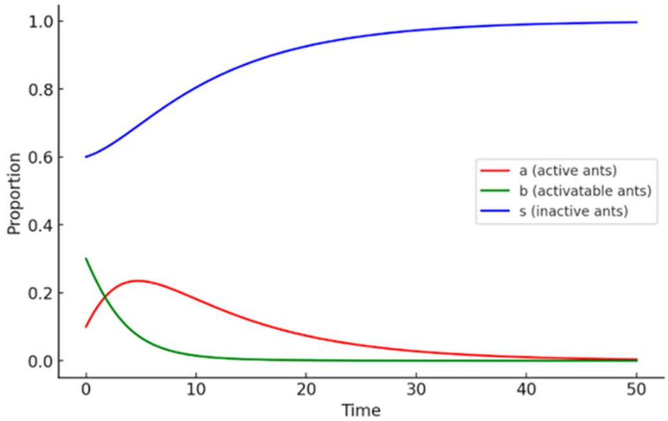

Рисунок 1 – График изменения активностей в модели среднеполевых уравнений

Значения на графике показывают, какая часть от общего числа муравьёв находится в каждом из этих состояний в разные моменты времени. Синхронизация всплесков активности в муравьиных колониях может быть объяснена автокаталитической моделью, согласно которой активные муравьи способствуют переходу неактивных особей в активное состояние. Этот процесс запускает цепную реакцию, при которой общая активность колонии возрастает в зависимости от текущего числа уже активных особей. Периодические колебания активности появляются при превышении критического значения периода отдыха. В крупных колониях динамика активности стабилизируется за счёт большого количества взаимодействий между особями, однако в небольших колониях осцилляции могут поддерживаться благодаря демографическому шуму. Данный фактор играет важную роль, поскольку вариативность численности активных муравьёв на малых временных интервалах предотвращает преждевременное затухание активности и способствует поддержанию ритмичности. Для исследования процессов синхронизации был применён метод Монте-Карло, позволивший воспроизвести динамику активности муравьёв на численном уровне. В ходе моделирования удалось выявить критические параметры, определяющие режимы синхронизации, и установить пороговые значения периода отдыха, при которых возникают устойчивые осцилляции. Результаты численного анализа подтвердили ключевую роль демографического шума в формировании периодических колебаний активности. Благодаря этому механизму система остаётся в динамическом равновесии, не переходя в полностью стационарное состояние. В таких условиях муравьиная колония демонстрирует свойства самоорганизации, обеспечивая согласованное поведение особей без центрального управления.

Полученные результаты подтверждают, что механизм синхронизации в биологических системах может быть объяснён относительно простыми правилами взаимодействия. Это открывает возможности для применения подобных моделей в более широком контексте, например, при изучении ритмической активности в популяционной динамике или нейробиологии. Будущие исследования могут быть направлены на учёт вариаций периода отдыха среди особей и анализ адаптивных преимуществ синхронизации активности в социальных насекомых.

Список использованных источников:

1. Self-Organization in Nonequilibrium Systems: From Dissipative Structures to Order Through Fluctuations / G. Nicolis, I. Prigogine // Wiley, New York, 1977. – P. 50-80.

2. An outline of the dynamics of animal populations / A.J. Nicholson // Aust. J. Zoo. 2, 1954. – P. 9-65.

3. Stability and Complexity in Model Ecosystems, Princeton University Press / R.M. May // Princeton, 1975. – P. 40-70.

4. Coupled oscillators and biological synchronization / S.H. Strogatz, I. Stewart // Sci. Amer. 269, 1993. – P. 102-109.

5. From Kuramoto to Crawford: exploring the onset of synchronization in populations of coupled Oscillators / S.H. Strogatz // Phys. Nonlinear Phenom. 143, 2000 — P. 5-25.

6. Arxiv2402.11391 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://arxiv.org/pdf/2402.11391, 2024. – 10с.

UDC 51-7:595.796

A MODEL OF SYNCHRONIZED RHYTHMIC ACTIVITY IN ANT COLONIES

Snitko R. E., Sazanovich M.I.

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics[1], Minsk, Republic of Belarus

Tsegelnik V.V. – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

Annotation. The paper presents a mathematical model of synchronized rhythmic activity of ants through autocatalytic excitation, described by a system of differential equations with delay. Analysis of the stability of solutions showed that synchronization is preserved under certain parameters.

Keywords. Synchronization, self-organization, autocatalytic model, Leptothorax acervorum ants, activity oscillations, spontaneous activation, positive feedback, delay (τ), mean-field equations, delay differential equations, Monte Carlo method, asynchronous simulation, demographic noise, periodic oscillations, critical rest period value, stable activity cycles, neural networks, population dynamics, rhythmic activity, social insects.