

ФРАКТАЛЫ

Карнюшкова М.М., студентка группы 473903, Бабичева А.А., студентка группы 473903

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь*

Лобанок Л.В. – старший преподаватель ВМ

Аннотация. Статья посвящена изучению фракталов – уникальных геометрических объектов, обладающих свойством самоподобия. Рассматриваются основные типы фракталов: геометрические, алгебраические и стохастические, а также их применение в различных научных и практических сферах.

Ключевые слова. Фрактал, самоподобие, рекурсия, итерация.

Понятие «фрактал» настолько общее, что до сих пор нет его общепринятого определения. Термин фрактал был предложен Бенуа Мандельбротом в 1975 г. и получил широкую известность после опубликования в 1977 г. его книги «Фрактальная геометрия природы». Словом «фрактал» – дробный, разбитый, ломаный, – Мандельброт называл самоподобные геометрические фигуры, каждый фрагмент которых повторяется при уменьшении масштаба, то есть, фигура обладает свойством масштабной инвариантности. Каждый этап разбиения фигуры называется итерацией [1].

Однако сама концепция фракталов была открыта задолго до Мандельброта. Георг Кантор еще в 1833 году продемонстрировал самоподобие и рекурсию на «множестве Кантора».

Позже было выявлено, что рекурсия присутствует во многих объектах природного мира, например, в облаках, молниях, деревьях.

Фрактальная структура образуется путем бесконечного повторения (итерации) какой-либо исходной формы во все уменьшающемся (или увеличивающемся) масштабе по определенному алгоритму, т.е. в соответствии с определенной математической процедурой. Этот несложный процесс с обратной связью дает поразительно многообразный морфогенез, нередко подобный созданию природных форм [2].

К видам фракталов принято относить геометрические, алгебраические и стохастические. Геометрические фракталы образуются в результате деления исходной фигуры, которая преобразуется на каждой итерации. Алгебраические фракталы формируются на основе алгебраических формул. Стохастические фракталы строятся, когда в итерационной системе произвольным образом изменяются один или более параметров.

Геометрические фракталы основаны на прямых линиях, квадратах, кругах, многоугольниках и многогранниках. В качестве примера можно рассмотреть упомянутое выше множество Кантора (рис. 1). Георг Кантор взял случайный отрезок и разделил его на две части. Повторив это действие некоторое количество раз, можно заметить, что, увеличив масштаб изображения, будет получена изначальная картина.

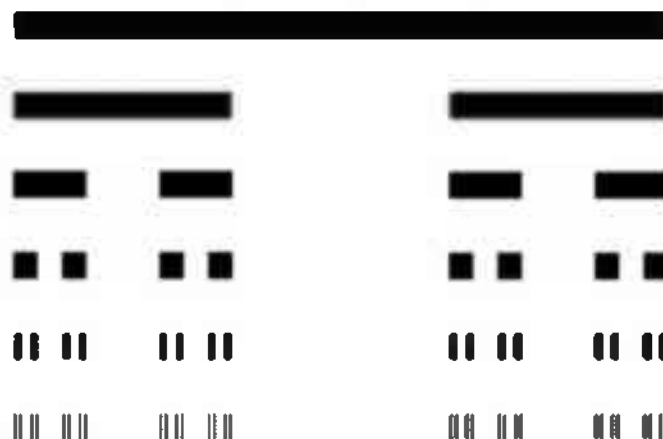


Рисунок 1 – Множество Кантора

Еще одним примером геометрических фракталов является снежинка Коха, открытая Хельге Фон Кохом в 1904 году. Используя метод самоподобия и треугольник, были получены фрактальные

снежинки, представленные на рисунке 2. Можно заметить, что при увеличении итерации происходит процесс усложнения формы получаемого изображения.

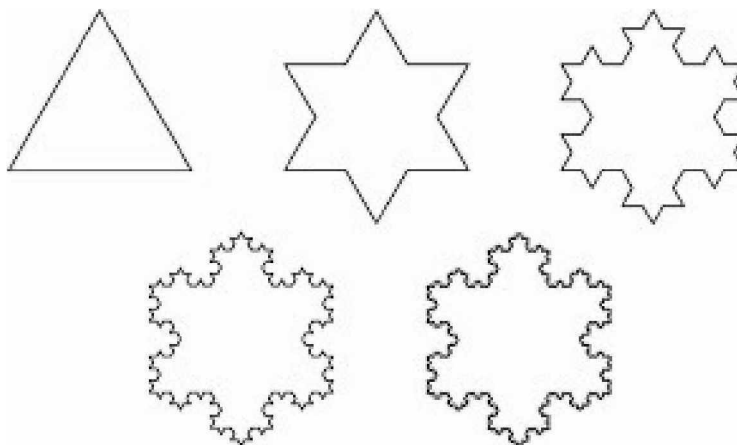


Рисунок 2 – Снежинка Коха

Отличие алгебраических фракталов от геометрических заключается в том, что они строятся на основе формул, а не фигур.

Бенуа Мандельброт впервые смоделировал множество, описанное Пьером Фату в 1905 году, с помощью компьютера на комплексной плоскости. В основе данного множества лежит формула:

$$Z_{n+1} = Z_n^2 + C \quad (1),$$

где Z и C — комплексные числа.

Суть данного фрактала заключается в том, что на каждой последующей итерации используются значения функции из предыдущего шага.

Фрактал Мандельброта представлен на рисунке 3.

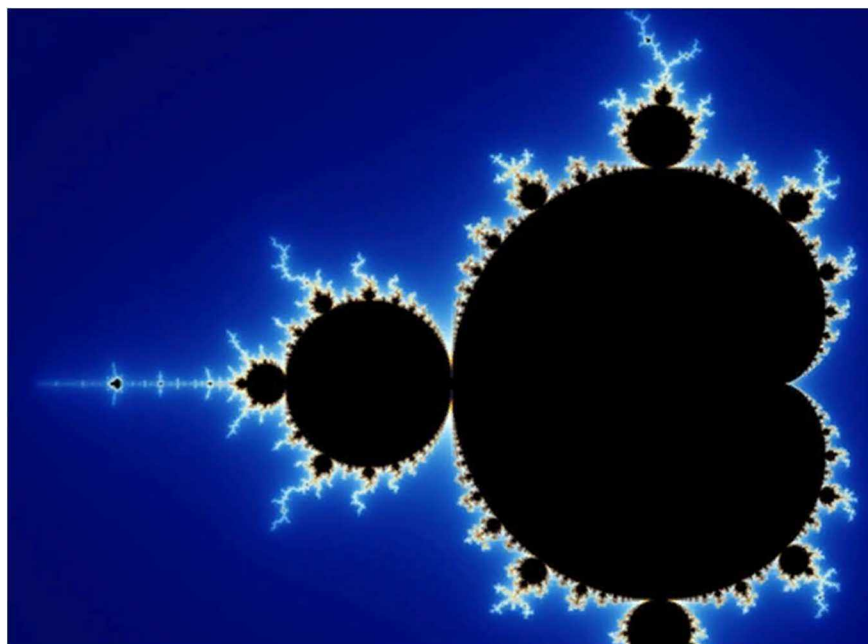


Рисунок 3 – Фрактал Мандельброта

Множество Жюлиа, созданное Гастоном Жюлиа, основывается на той же формуле, что и множество Мандельброта, однако в них есть некоторое отличие. Оно заключается в том, что при создании фрактала с помощью множества Мандельброта на каждой итерации используется новое значение параметра C , в то время как Жюлиа использует константное значение данной переменной. Следовательно, при визуализации полученного фрактала в зависимости от значения C будут получены различные изображения. Пример представлен на рисунке 4.

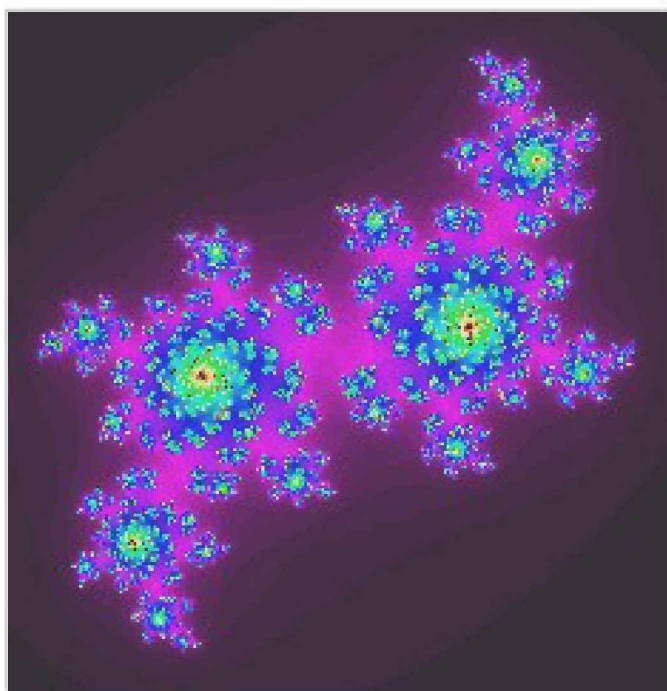


Рисунок 4 – Множество Жюлиа

В стохастических фракталах в отличие от алгебраических и геометрических, которые имеют постоянную формулу, она меняется. Данные изменения могут быть подвержены определенному закону, а также могут происходить произвольно. С помощью стохастических фракталов можно описать объекты живой природы. Например, при изменениях на различных итерациях снежинки Коха можно получить бесконечное количество неповторимых снежинок. Пример стохастического фрактала представлен на рисунке 5.

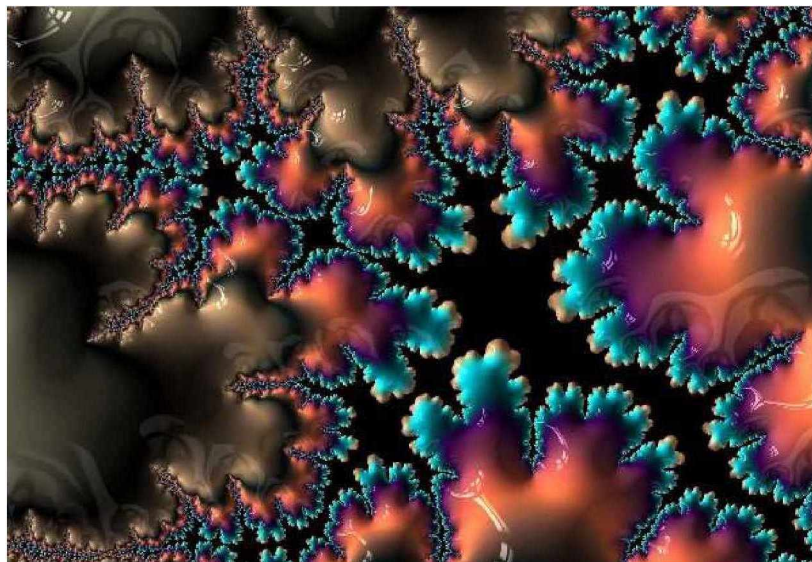


Рисунок 5 – Стохастический фрактал

Фракталы используются во многих сферах жизни человека. Развитие цифровых технологий привело к созданию отдельного направления компьютерной графики, основанной на фракталах. Их использование позволяет значительно экономить память, ведь они позволяют создавать не весь 3-D объект, а описывать только формулу, хранящую лишь часть итогового изображения.

Фракталы используются в различных разделах физики, например, в гидродинамике, физике плазмы, электродинамике и радиоэлектронике. Ярким доказательством этого является фрактальная антенна, разработанная Натаном Козном в 1995 году. Данная антенна сконструирована на основе Снежинки Коха. Фрактал, на основе которого сконструирована данная антенна, представлен на рисунке 6.

Главным достоинством данной антенны является её обширный диапазон рабочих частот. Кроме того, она обладает значительно меньшими габаритами по сравнению с традиционными аналогами и может использоваться как базовая конструкция для подводных антенн.

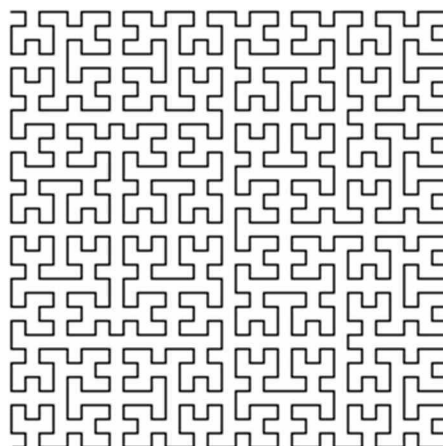


Рисунок 6 - Фрактал, на основе которого сконструирована антенна Натана Коэна

Как уже отмечалось, стохастические фракталы внесли революционный вклад в научное понимание природных объектов и явлений. Это стало возможным благодаря их ключевому свойству — самоподобию, которое присуще горам, облакам, молниям, рекам, растениям, клеткам живых организмов и даже галактикам.

Одним из примеров фракталов в природе является капуста Романеско, представленная на рисунке 7.

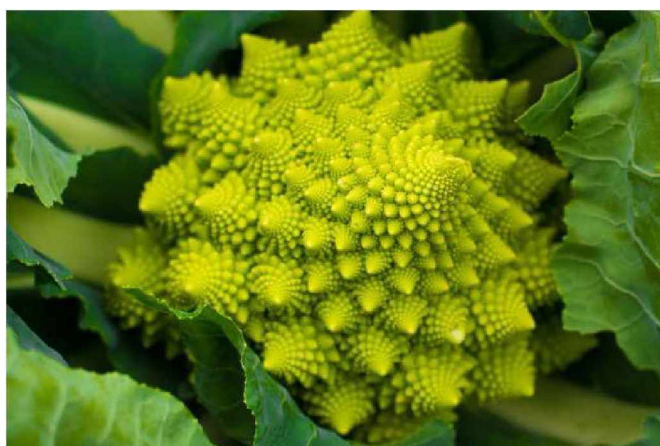


Рисунок 7 – Капуста Романеско

Фракталы представляют собой уникальный инструмент для описания и моделирования множества явлений, объединённых свойством самоподобия. Эта концепция стала революцией в науке, искусстве и технологиях. Геометрические, алгебраические и стохастические фракталы находят применение в различных областях, от компьютерной графики и дизайна до физики и биологии. Фракталы не только проливают свет на внутреннюю симметрию природы, но и остаются важным исследовательским инструментом, способным находить новые решения для задач будущего.

Список использованных источников:

1. Чумак О.М. *Энтропии и фракталы в анализе данных* – Москва: ГАИШ МГУ, 2010. – 6 с.
2. *Фракталы и хаос в биологическом морфогенезе* / В.В. Исаева [и др.]. – Владивосток: Институт биологии моря ДВО РАН, 2004. – 7 с.

FRACTALS

Karniushkova M.M., Babicheva A.A.

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Republic of Belarus

S Lobanok L.V. - senior lecturer of HM

Annotation. The article is devoted to the study of fractals - unique geometrical objects possessing the property of self-similarity. The main types of fractals are considered: geometric, algebraic and stochastic, as well as their application in various scientific and practical spheres.

Keywords. Fractal, self-similarity, recursion, iteration.