

ПАРАДОКСАЛЬНЫЙ МИР НЕВОЗМОЖНЫХ ОБЪЕКТОВ

Кравченко А.В. Сидоренко Е.С., студенты гр.473904

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь*

Лобанок Л.В., - старший преподаватель кафедры высшей математики

Аннотация. В данной работе рассматриваются невозможные объекты – математические конструкции, которые противоречат интуитивному восприятию пространства, но при этом имеют строгое логическое обоснование. Особое внимание уделено фигурам, созданным шведским художником Оскаром Рутерсвардом, а также исследованию и популяризации этих концепций английским математиком Роджером Пенроузом и художником Маурицем Эшером. Анализируются свойства невозможных объектов, их влияние на развитие математического мышления и их применение в различных дисциплинах – от искусства до когнитивных наук.

Ключевые слова. Абстрактные объекты, невозможные объекты, оптические иллюзии, геометрические парадоксы, Оскар Рутерсвард, треугольник Пенроуза, Лайонел и Роджер Пенроуз, Мауриц Корнелис Эшер, восприятие пространств, невозможная геометрия, психология восприятия, парадоксальные фигуры.

С начала своего существования математика являлась инструментом описания реального мира, но развитие науки привело к появлению абстрактных, несуществующих объектов, аналогов которым в физической реальности не найдётся. Одним из наиболее любопытных направлений математики являются так называемые невозможные объекты – конструкции, которые противоречат интуиции, нарушают привычные законы логики или геометрии, но при этом имеют строгое математическое обоснование.

Исследование подобных явлений важно не только с теоретической точки зрения, но и для понимания пределов математического описания реальности. Кроме того, невозможные математические объекты находят применение в смежных дисциплинах: от физики и компьютерных наук до искусства и психологии восприятия. В данной работе рассматриваются основные примеры таких объектов, их свойства и влияние на развитие математического мышления.

К числу подобных объектов относятся работы Оскара Рутерсварда (1915–2002), шведского художника, отца «невозможных фигур». Он является создателем тысяч геометрических иллюзий, которые на первый взгляд кажутся трёхмерными, однако в реальности существовать не могут. Рутерсвард открыл новый визуальный язык, где возможно «обмануть» глаз, заставив его видеть логически невозможные объекты. Это повлияло не только на искусство, но и на науки, изучающие восприятие и когнитивные искажения. Он разработал множество невозможных архитектурных конструкций (лестниц, арок и других элементов), ставших классикой в искусстве оптических иллюзий.

Примером невозможных объектов являются невозможный квадрат, бесконечная лестница и многие другие. В случае невозможного квадрата каждая из четырёх сторон фигуры изображается в виде балки, соединённой с двумя другими под прямыми углами. Однако при построении пространственной модели этой конструкции возникает противоречие: каждая из четырёх сторон выглядит связанной с двумя другими под прямыми углами, но пространственное положение этих соединений чередуется так, что на плоском изображении они формируют замкнутую фигуру, которая визуально кажется логичной, но геометрически не может существовать. Это достигается за счёт манипуляции перспективой: в некоторых местах балки кажутся расположенными спереди, а в других – сзади, при этом нарушая непрерывность глубины пространства.

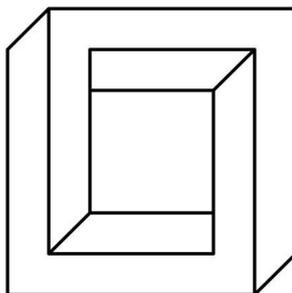


Рисунок 1 – Невозможный квадрат

Наиболее популяризированной работой Оскара Рутерсварда является невозможный треугольник, также известный как треугольник Пенроуза. Фигура была создана в 1934 году и состояла из кубиков. Возможно, рисунок так и остался бы малоизвестным, однако он всё же приобрёл популярность в 1958 году благодаря статье о парадоксальных фигурах в «Британском журнале психологии», написанной английским психиатром Лайонелом Пенроузом и его сыном, математиком Роджером Пенроузом. Уже в этой статье треугольник был представлен в виде трёх балок, соединённых между собой под углом в 90 градусов, что является самой известной его вариацией. Отличие также заключалось в том, что Рутерсвард использовал параллельную перспективу при рисовании, а Пенроуз применил линейную перспективу, что придало рисунку ещё большую «невозможность».

В обычной трёхмерной геометрии объекты подчиняются строгим правилам перспективы: параллельные линии не могут бесконечно сходиться или расходиться, а углы между объектами определяются законами проекции. Однако треугольник Пенроуза не соответствует этим законам. Визуально он состоит из трёх балок, соединённых под углом 90° , что делает его похожим на обычный треугольник. Однако при анализе пространственного расположения балок оказывается, что их соединение не может быть реализовано в трёхмерном пространстве.

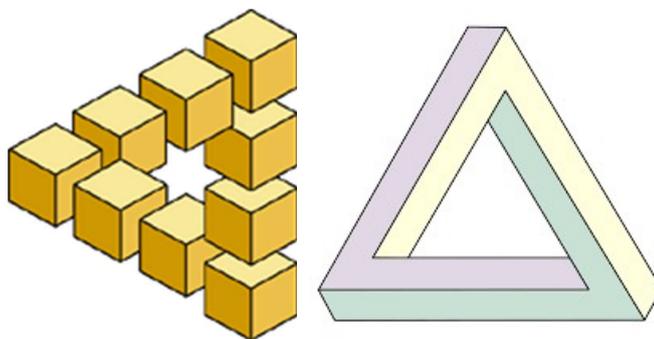


Рисунок 2 – Сравнение невозможного треугольника Рутерсварда и Пенроуз

Однако широкую известность этот объект получил во многом благодаря работам Маурица Корнелиса Эшера, который активно использовал элементы невозможной геометрии в своих произведениях. В своей работе «Водопад» (*Waterfall*, 1961) он применил принцип невозможного треугольника для создания архитектурных структур, которые на первый взгляд подчиняются законам физики, но на самом деле не могут существовать в реальном мире. Эшер использовал невозможный треугольник для создания замкнутого цикла движения воды, которая поднимается вверх и затем снова падает, образуя вечный круговорот.



Рисунок 3 – «Водопад» М. Эшер

Мауриц Эшер сыграл ключевую роль в популяризации невозможного треугольника Пенроуза. Используя художественные методы и инновационные визуальные техники, он превратил математический парадокс в узнаваемый символ оптических иллюзий. Его работы не только продемонстрировали возможности визуального искусства в передаче математических концепций, но и стимулировали дальнейшие исследования в области когнитивной науки и восприятия пространства.

Исследование невозможных объектов показывает, что границы математического описания реальности не всегда совпадают с человеческим восприятием. Фигуры, такие как треугольник Пенроуза, демонстрируют, как можно использовать геометрические искажения для создания визуальных парадоксов. Работы Оскара Рутерсварда, Роджера Пенроуза и Маурица Эшера сыграли значительную роль в изучении и популяризации невозможной геометрии, способствуя развитию новых направлений в науке, искусстве и психологии восприятия.

Список использованных источников:

1. Рутерсвард О. *Невозможные фигуры* – Стройиздат, 1990. – Дата доступа: 19.03.2025
2. Ж. Л. Лошер, В. Ф. Вельдхуизен. *Магия М. К. Эшера*. – Арт-Родник, 2007. – Дата доступа: 19.03.2025
3. Хофштадтер Д. *Гёдель, Эшер, Бах: эта бесконечная гирлянда*. – Бахрах-М, 2001. – Дата доступа: 19.03.2025

THE PARADOXICAL WORLD OF IMPOSSIBLE OBJECTS

Kravchenko A.V., Sidorenko E.S., students of group 473904

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics¹, Minsk, Republic of Belarus

Lobanok L.V. – Senior Lecturer of Higher Mathematics

Annotation. This work examines impossible objects – mathematical constructs that contradict intuitive perceptions of space yet possess strict logical justification. Particular attention is given to figures created by the Swedish artist Oscar Reutersvärd, as well as the exploration and popularization of these concepts by the English mathematician Roger Penrose and the artist Maurits Escher. The properties of impossible objects, their impact on the development of mathematical thinking, and their applications in various disciplines – from art to cognitive sciences – are analyzed.

Keywords. Abstract objects, impossible objects, optical illusions, geometric paradoxes, Oscar Reutersvärd, Penrose triangle, Lionel and Roger Penrose, Maurits Cornelis Escher, spatial perception, impossible geometry, psychology of perception, paradoxical figures.