

ДИЛЕММА ЗАКЛЮЧЕННОГО: ПАРАДОКС РАЦИОНАЛЬНОСТИ И СОТРУДНИЧЕСТВА

Литвинович А.В., Хомич Н.М., Чумаков М.С., студенты гр.473901

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь*

Лобанок Л.В. – старший преподаватель, ВМ

Аннотация. Данная работа рассматривает основные принципы теории игр, включая понятия Парето-оптимальности, доминирующей стратегии и равновесия Нэша, а также их применение к анализу стратегического поведения. Особое внимание уделяется дилемме заключенного как классическому примеру парадокса рационального выбора.

Ключевые слова. Игра, выбор, доминирующая стратегия, дилемма заключенного, равновесие по Нэшу, Парето-оптимальность.

На первый взгляд может показаться, что “игра” — это разве что шахматы, покер или спортивные состязания, однако это совсем не так. Теория игр изучает теорию математических моделей принятия оптимальных решений в условиях конфликтов, а также стратегическое взаимодействие между субъектами, называемыми игроками. Данная теория применяется в различных сферах жизни и общества: экономике, политике, маркетинге и даже военной стратегии. Например, во времена холодной войны между США и СССР теория игр использовалась для анализа гонки вооружений, ведь каждая из сторон выбирала индивидуальную стратегию, пытаясь предугадать действия противника.

Игра в этой теории понимается как любое взаимодействие между несколькими людьми, в котором выигрыш каждого игрока зависит от решений других. Таким образом, любое взаимодействие, частью которого вы являетесь, может быть проанализировано с точки зрения теории игр с целью получения оптимального для какой-либо стороны результата.

Основные принципы теории игр:

1. В игре должно быть несколько игроков (≥ 2).
2. Игроки должны взаимодействовать между собой.
3. В игре должна быть награда.
4. Предполагаем, что игроки действуют рационально.
5. Предполагаем, что игроки действуют в соответствии со своими собственными интересами.

«Дилемма заключенного» — так называемый парадокс сотрудничества, наиболее известная игра, которая показывает, что, действуя в собственных интересах, субъект игры далеко не всегда сможет прийти к оптимальному результату. Идею игры, где каждый игрок может получить свой выигрыш (ранний выход на свободу), но при этом они самостоятельно уменьшают размер выигрыша, так как не доверяют друг другу, математики Мерил Флад и Мелвин Дрешер предложили в 1950 году. Дополнил её, описав игру как проблему двух преступников, математик Альберт Таккер. Он же дал игре название «Дилемма заключённого». Основной целью в ней является разработка взаимовыгодной стратегии для двух недавно арестованных грабителей, которым грозит потенциальное тюремное заключение. Правила данной игры таковы (срок заключения не является ключевым фактором, важна лишь градация меры наказания):

1. Игроками являются Заключенный А и Заключенный Б. То есть множество игроков в данной игре состоит из двух элементов: $I = \{A, B\}$.
2. Каждый игрок может выбрать одну из двух стратегий. Таким образом, множество стратегий для каждого игрока $i \in I$ будет $S_i = \{\text{“молчать”}, \text{“предать”}\}$.
3. Игроки не имеют возможности общаться друг с другом.
4. Если оба заключенных предадут друг друга, каждый из них получит по 2 года тюремного заключения.
5. Если предаст только один, он сможет выйти на свободу, в то время как второй отправится за решетку на 3 года.
6. Если оба заключенных молчат, они проведут в тюрьме по 1 году каждый.

		Заклученный Б	
		Молчит	Предает
Заклученный А	Молчит	(1,1)	(3,0)
	Предает	(0,3)	(2,2)

Рисунок 1 — Модель дилеммы заключенного

Обоим преступникам выгодно сознаться, вне зависимости от того, что выберет другой. Пусть, Заключенному А стало известно, что Заключенный Б промолчит. Если он предаст, то избежит наказания; если же промолчит, то проведет в тюрьме 1 год. Следовательно, если Заключенный Б будет молчать, то Заключенному А выгоднее предать. Предположим обратную ситуацию: Заключенный А знает, что Заключенный Б предаст. В таком случае Заключенному А все также выгодно сознаться и предать второго, так как он получит 2 года вместо 3. Следовательно, вне зависимости от того, что сделает один из заключенных, другому будет выгодно предательство. Профиль стратегий (“предать”, “предать”) является равновесием в сильно доминирующих стратегиях. В теории игр обычно используются термины “доминирующая стратегия”, “равновесие по Парето” и “равновесие по Нэшу”, чтобы различить стратегии, которым следуют игроки.

Доминирующая стратегия относится к стратегиям, лучшим для одного игрока, вне зависимости от того, как сыграет оппонент. В случае с дилеммой заключенного доминирующей стратегией для каждого игрока будет предательство. Такие стратегии показывают себя с лучшей стороны в случае безальтернативности, однако в играх, где у каждого игрока может быть собственная доминирующая стратегия, они не являются оптимальными.

Вышеупомянутый исход “дилеммы заключенного” (2 года тюрьмы каждому) не является наилучшим, ведь при выборе стратегии $s = (\text{“молчать”}, \text{“молчать”})$ результат для каждого из субъектов игры был бы более оптимальным. Это является следствием того, что мы анализируем игровую, а не оптимизационную задачу. Оба заключенных принимают решения по отдельности, если бы за них решал кто-то один, кто мог бы максимизировать суммарный выигрыш обоих заключенных, то он бы выбрал $s = (\text{“молчать”}, \text{“молчать”})$. Однако данный исход невозможен в реальности.

Пусть $G = \langle I, S, u \rangle$ — игра, где $s, s' \in S$ и s Парето-доминирует s' , если для всех $i \in I$,

$$u_i(s) \geq u_i(s'), \quad (1)$$

где u — функция выигрыша каждого игрока, причем как минимум для одного i это неравенство выполняется строго.

Вильфредо Парето — итальянский экономист и социолог, кроме теории игр также внесший вклад в развитие теории элит и теории вероятностей. Введенные им определения «Парето-распределение» и «Парето-оптимум» (эффективность по Парето) широко используются в самых различных научных дисциплинах. Эффективность по Парето — состояние системы, при котором невозможно улучшить ни один показатель, не ухудшив какого-либо другого. Таким образом, профиль стратегий s^0 является Парето-эффективным или оптимальным по Парето если не существует $s' \in S$, который Парето-доминирует s^0 . В игре “дилемма заключенного” единственный профиль стратегий, который не является Парето-эффективным — это равновесные стратегии (“предать”, “предать”). Из этого следует, что поведение игроков зачастую совсем не соответствует возможным благоприятным условиям для одной из сторон.

В 1994 году Нобелевской премии по экономике за «Анализ равновесия в теории некооперативных игр» был удостоен американский математик Джон Нэш. Благодаря ему стал возможным переход от сложных математических моделей, ранее предложенных фон Нейманом, к более универсальным концепциям равновесия. Ключевым моментом в развитии теории игр считается доказательство Нэшем существования равновесия в любой конечной игре. Согласно Нэшу, даже в играх с высокой конкуренцией существует “равновесие”, при котором ни один игрок не окажется в выигрышном

положении, сделав определенный выбор. При таком равновесии каждая сторона знает своего противника очень хорошо, следовательно придерживается его стратегии. В дилемме заключенного таким равновесием является молчание обоих игроков. Особенностью теории Нэша является его предположение, что в каждой игре есть как минимум одна точка равновесия, и всем игрокам следовало бы найти ее, а после чего сформировать свою стратегию исходя из нее. Данный принцип позволил специалистам в таких областях, как экономика, военное дело, политика и бизнес лучше понимать и предугадывать действия друг друга, а значит и вырабатывать более эффективные стратегии.

Дилемма заключенного в значительной степени иллюстрирует основы человеческой природы. Нерациональный преступник, действующий исключительно в своих собственных интересах, с большей вероятностью выберет предательство, рассчитывая на большую выгоду для себя. Такой выбор приведет к неудаче обеих сторон, ведь они получают наихудший суммарный результат из возможных. Очевидно, что наиболее взаимовыгодный выбор в данной ситуации — молчание. В подобных ситуациях находит отражение морально-этический принцип «меньшего зла», который гласит, что лучше сделать «меньшее» зло ради предотвращения большего, чем не сделать ничего, позволив чужому злу осуществиться. Таким образом, в подобной ситуации рациональный эгоизм ведет к общему проигрышу, в то время как сознательное стремление минимизировать общий вред становится разумной и этически оправданной стратегией. Основная идея данной игры состоит в том, чтобы показать присущую людям склонность демонстрировать отсутствие сотрудничества.

Теория игр строится на анализе ситуаций, где участники должны принимать стратегические решения. Исход каждого события зависит не только от собственного выбора стратегии, но и действий других вовлечённых сторон. Особый интерес представляют сценарии, в которых сотрудничество является взаимовыгодным, однако каждый субъект стремится к личной выгоде, отказываясь от совместных действий. Таким образом, подобное поведение приводит к тому, что все участники оказываются в худшем положении, в отличие от того, которое могло бы быть достигнуто благодаря сотрудничеству. Подобные модели можно обнаружить в различных сферах — от экономики и политики до военного дела и биологии.

Долгое время ключевые идеи теории игр находили применение в биологии, где их используют для изучения эволюционных процессов, например, для анализа взаимодействия и выживания разных видов животных.

Таким образом, проблемы рациональности, склонности к сотрудничеству, информированности игроков и возможности реализации угроз можно эффективно анализировать с помощью теории игр. Даже объяснение существования общественных объединений и социальных институтов допускает исследование через призму данной теории. В результате, теория игр зарекомендовала себя как один из важнейших математических методов экономики и других научных дисциплин.

Список использованных источников:

1. *Теория игр в общественных науках: учеб. пособие* / А.В. Захаров//2010
2. *Основные понятия теории игр: учеб. пособие* / А.Г. Кремлев//2016
3. *Что такое дилемма заключенного [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://secretmag.ru/enciklopediya/chto-takoe-dilemma-zaklyuchyonnogo-obyasnyаем-prostymi-slovami.htm> – Дата доступа: 27.03.25.*

PRISONER'S DILEMMA: THE PARADOX OF RATIONALITY AND COOPERATION

Litvinovich. A.V., Khomich N.M., Chumakov M.S.

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics¹, Minsk, Republic of Belarus

Lobanok L.V. – Senior Lecturer of Higher Mathematics

Annotation. This paper reviews the basic principles of game theory, including the concepts of Pareto optimality, dominant strategy, and Nash equilibrium, and applies them to the analysis of strategic behavior. Particular attention is paid to the prisoner's dilemma as a classic example of the paradox of rational choice.

Keywords. Game, choice, dominant strategy, prisoner's dilemma, Nash equilibrium, Pareto optimality.