

## 69. ГИБРИДНАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ И АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ КРИПТОВАЛЮТНЫМ ПОРТФЕЛЕМ С УЧЕТОМ РИСКОВ

*Давидюк М.В., студент гр.372303, Примакович Л.В., магистрант гр. 476701*

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
г. Минск, Республика Беларусь*

*Сильванович Ю.В. – ассистент каф. ЭИ*

**Аннотация.** В работе предлагается гибридная модель формирования и адаптивного управления криптовалютным портфелем, основанная на сочетании классического подхода Марковица, оценки риска с использованием Conditional Value at Risk (CVaR) и анализа изменчивости волатильности и корреляции через модель DCC-GARCH. Концепция модели строится на взаимодействии трёх ключевых компонентов: анализа волатильности, оценки экстремальных рисков и процедуры оптимизации. Теоретическая часть включает математическое описание модели, а практическая реализована в виде тестирования на исторических данных по пяти криптовалютам с наибольшей капитализацией за период 2024–2025 годов. Результаты эксперимента показали, что предложенный подход обеспечивает более выгодное соотношение доходности и риска по сравнению с классическими стратегиями: зафиксированы максимальный коэффициент Шарпа, минимальное значение CVaR и высокая средняя доходность. Это подтверждает эффективность и устойчивость модели в условиях нестабильного криптовалютного рынка.

**Ключевые слова.** Криптовалюты, портфельная оптимизация, CVaR, DCC-GARCH, модель Марковица, гибридная модель, управление портфелем, «хвостовые» риски, оптимизация риска, распределение активов.

Рынок криптовалют за последние годы демонстрирует уверенное развитие, сопровождающееся как ростом доходности, так и увеличением степени неопределённости. Появление большого числа цифровых активов, рост их капитализации и активный интерес инвесторов стимулируют поиск новых подходов к управлению вложениями в эту категорию активов. При этом высокая ценовая

нестабильность криптовалют, отсутствие связи с фундаментальными экономическими показателями и подверженность внешним шокам снижают эффективность традиционных инвестиционных стратегий. Особенно остро встает проблема оценки рисков в условиях резких рыночных колебаний, как, например, в случае краха биржи FTX в 2022 году или при введении законодательных ограничений на операции с криптовалютой. Классические модели, предполагающие стабильность корреляций и нормальное распределение доходностей, оказываются в таких условиях недостаточно адаптированными к реальной рыночной динамике. Это создаёт необходимость в модернизации применяемых подходов и переходе к более гибким моделям, способным учитывать как рыночную волатильность, так и особенности распределения рисков.

Для создания гибридной модели оптимизации и адаптивного управления криптовалютным портфелем с учетом рисков необходимо подобрать подходящий набор классических моделей. Одним из таких решений является интеграция в классическую модель Марковица, направленной на оптимизацию портфеля по критерию соотношения риска и доходности, модели для управления рисками Conditional Value at Risk (CVaR), а также с моделью оценки динамической волатильности и корреляции Dynamic Conditional Correlation - Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (DCC-GARCH). Такое сочетание моделей позволяет эффективно учитывать как традиционные аспекты оптимизации портфеля, так и специфику криптовалютного рынка, характеризующегося высокой волатильностью, нестационарностью и «наличием хвостовых» рисков.

Теория портфельной оптимизации, предложенная Гарри Марковицем в 1952 году, основывается на предположении, что инвестор рационален и стремится минимизировать риск при заданной ожидаемой доходности. В рамках модели риск портфеля измеряется его дисперсией (или стандартным отклонением), а оптимизация представляет собой задачу квадратичного программирования. Оптимальные веса активов рассчитываются на основе ковариационной матрицы доходностей. Формально задача оптимизации формулируется следующим образом [1]:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \omega_j \sigma_{ij} \rightarrow \min, \quad (1)$$

при ограничениях

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \omega_i = 1, \\ \omega_i \geq 0, \\ \sum_{i=1}^n \omega_i \mu_i \geq R_{target}. \end{cases} \quad (2)$$

где:

- $\omega_i$  – доля i-го актива в портфеле;
- $\sigma_{ij}$  – ковариация доходностей активов i и j;
- $\sigma_p^2$  – дисперсия доходности портфеля;
- $\mu_i$  – ожидаемая доходность актива i;
- $R_{target}$  – целевой уровень доходности портфеля.

Для получения надёжной оценки риска при формировании инвестиционного портфеля необходимо, чтобы доходности активов подчинялись устойчивому распределению, а взаимосвязи между ними сохранялись во времени. Однако на криптовалютном рынке данные предпосылки зачастую не выполняются, что искажает параметры оптимизационных моделей и делает классический подход Марковица уязвимым, особенно к «хвостовым» рискам, вызывающим значительные потери при рыночных шоках.

Для повышения устойчивости модели к подобным рискам целесообразно интегрировать методы, направленные на оценку и адаптивное управление нестандартными ситуациями. Одним из таких инструментов является Conditional Value at Risk (CVaR), позволяющий учитывать потери в наихудших сценариях развития событий. В отличие от классического показателя дисперсии, CVaR фокусируется на среднем уровне убытков, превышающих определённый порог (Value at Risk), и тем самым

обеспечивает более реалистичную и консервативную оценку. Этот подход позволяет определить ожидаемые потери в случае наступления экстремальных рыночных ситуаций, выходящих за пределы доверительного интервала. Включение CVaR в модель портфельной оптимизации предполагает введение дополнительных ограничений, направленных на контроль уровня риска [2]:

$$VaR_\alpha = -F^{-1}(1 - \alpha), \quad (3)$$

$$CVaR_\alpha = -\frac{1}{\alpha} \int_{-\infty}^{VaR_\alpha} x * p(x) dx, \quad (4)$$

где:

- $\alpha$  – уровень доверия (обычно 0,95 или 0,99)
- $p(x)$  – плотность распределения доходностей портфеля.

Кроме того, для моделирования изменчивой волатильности доходностей целесообразно использовать GARCH-модели, которые позволяют учитывать временную зависимость риска. Это особенно важно для криптовалют, где волатильность может значительно меняться во времени в ответ на новости, регулирование или массовое поведение участников рынка. Однако классические GARCH-модели оценивают волатильность только для отдельных активов, не учитывая изменчивость корреляций между ними. Для решения этой задачи используется модель динамической условной корреляции — DCC-GARCH, которая позволяет моделировать как индивидуальную волатильность активов, так и их взаимные зависимости во времени. Это обеспечивает более реалистичную оценку структуры рисков портфеля в условиях высоко волатильного криптовалютного рынка. В ее основе лежит GARCH(1,1) [3]:

$$\sigma_{i,t}^2 = \omega_i + \alpha_i \varepsilon_{i,t-1}^2 + \beta_i \sigma_{i,t-1}^2, \quad (5)$$

где:

- $\sigma_{i,t}^2$  – условная дисперсия актива  $i$ -го в момент времени  $t$ ;
- $\varepsilon_{i,t-1}^2$  – инновации(остатки);
- $\omega_i, \alpha_i, \beta_i$  – параметры модели, оцененные через метод максимального правдоподобия.

До DCC-GARCH базовая модель GARCH расширяется расчетом динамической ковариационной матрицы [4]:

$$H_t = D_t R_t D_t, \quad (6)$$

где:

- $D_t$  – диагональная матрица условных стандартных отклонений;
- $R_t$  – матрица условных корреляций.

Интеграция CVaR и DCC-GARCH в модель Марковица позволяет сформировать гибридный подход к управлению криптовалютным портфелем, сочетающий математическую строгость с адаптивной оценкой рисков. Такой подход учитывает как индивидуальную волатильность активов, так и динамику корреляций между ними. DCC-GARCH обеспечивает реалистичное моделирование зависимостей, а CVaR — оценку потенциальных потерь при рыночных шоках. В результате модель не только оптимизирует распределение активов, но и адаптируется к изменяющимся рыночным условиям, повышая устойчивость портфеля. Математическая интерпретация модели получает следующий вид:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \omega_j \sigma_{ij} \rightarrow \min, \quad (7)$$

при ограничениях:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n \omega_i = 1, \\ \omega_i \geq 0, \\ \sum_{i=1}^n \omega_i \mu_i \geq R_{target}, \\ CVaR_{\alpha} \leq \theta. \end{array} \right. \quad (8)$$

где  $\theta$  – максимально допустимый уровень ожидаемых потерь в наихудших сценариях.

В целях оценки эффективности предложенной гибридной модели был проведён бэктест на исторических данных с интервалом один день по пяти криптовалютам с наибольшей капитализацией за период с 6 апреля 2024 года по 8 апреля 2025 года. Сравнению подверглись четыре стратегии: гибридная модель, классическая модель Марковица, равное распределение активов и стратегия, ориентированная исключительно на биткойн. Основными метриками выступили средняя доходность портфеля, волатильность, Conditional Value at Risk (CVaR) при уровне доверия 95%, а также коэффициент Шарпа, отражающий соотношение доходности к риску. Результаты показаны в таблице 1 [5]:

Таблица 1 – Сравнение стратегий управления криптовалютным портфелем

Стратегия	Средняя доходность	Волатильность	CvaR ( $\alpha = 95\%$ ), %	Коэффициент Шарпа
Гибридная модель	22,4%	18,7%	-10,2%	1,19%
Классическая модель Марковица	19,8%	24,5%	-15,8%	0,81%
Равное распределение	16,5%	27,3%	-18,4%	0,6%
Только Bitcoin	15,1%	31,2%	-22,9%	0,48%

Результаты расчетов демонстрируют, что гибридная модель обладает наилучшими характеристиками по сравнению с рассмотренными стратегиями: она обеспечивает наивысшую среднюю доходность, минимальный риск по метрике CVaR и максимальный коэффициент Шарпа. Классическая модель Марковица показывает менее устойчивые результаты, а стратегии с равным распределением и вложениями только в Bitcoin сопровождаются высокой волатильностью и худшими значениями риска. Таким образом, гибридный подход обеспечивает наилучший баланс между доходностью и риском, подтверждая свою эффективность в условиях нестабильного криптовалютного рынка.

**Список использованных источников:**

1. Гарри Марковиц: выбор портфеля [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://assetallocation.ru/portfolio-selection/>. – Дата доступа: 8.04.2024.
2. Conditional Value at Risk (CVaR): Definition, Uses, Formula [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://www.investopedia.com/terms/c/conditional\\_value\\_at\\_risk.asp](https://www.investopedia.com/terms/c/conditional_value_at_risk.asp). – Дата доступа: 8.04.2024.
3. Cryptocurrency portfolio optimization: Utilizing aGARCH-copula model within the Markowitz framework [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://www.researchgate.net/publication/380439956\\_Cryptocurrency\\_portfolio\\_optimization\\_Utilizing\\_a\\_GARCH-copula\\_model\\_within\\_the\\_Markowitz\\_framework](https://www.researchgate.net/publication/380439956_Cryptocurrency_portfolio_optimization_Utilizing_a_GARCH-copula_model_within_the_Markowitz_framework). – Дата доступа: 9.04.2024.
4. GARCH(1,1) – DCC [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://frds.io/algorithms/garch-dcc/>. – Дата доступа: 9.04.2024.
5. Аналитика криптовалют: цены, инсайты, нарративы [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://cryptorank.io/ru>. – Дата доступа: 10.04.2024.