95. КОМБИНАТОРНЫЕ АСПЕКТЫ ПОСТРОЕНИЯ ПОЕЗДОВ: СВЯЗЬ С ЧИСЛАМИ ФИБОНАЧЧИ

Рубинштейн Е.Ю., студент гр.473903, Тихонович Д.Д., студент гр.473903

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Русина Н.В. – старший преподаватель каф. ЭИ

Аннотация. В данной работе рассматриваются комбинаторные аспекты задачи о построении поездов, состоящих из вагонов длиной 1 и 2 единицы. Основное внимание уделяется количеству различных комбинаций, позволяющих сформировать поезд заданной длины. Также продемонстрировано, как задача может быть решена с использованием рекуррентного соотношения, аналогичного последовательности Фибоначчи, что позволяет установить связь между количеством поездов и числами Фибоначчи. Работа наглядно показывает, как простые комбинаторные задачи могут иметь глубокие математические связи и закономерности.

Ключевые слова. Числа Фибоначчи, рекуррентное соотношение, железнодорожные составы, комбинаторика, построение поездов.

Комбинаторика — это раздел математики, изучающий способы выбора, расположения и комбинирования объектов из множества. Она охватывает изучение конечных структур и методов подсчета, помогая решать задачи, связанные с составлением последовательностей, разбиениями, графами и другими дискретными структурами. Комбинаторика — это мощный инструмент, который помогает решать задачи разного уровня сложности. От простейших вычислений до сложных теоретических изысканий, комбинаторика обеспечивает фундамент для понимания структуры и поведения систем, где порядок и выбор играют ключевую роль. Навыки и методы, развиваемые в области комбинаторики, имеют значение не только для математиков, но и для специалистов из различных дисциплин, таких как информатика, экономика, биология и инженерия.

Построение составов поездов является классическим примером использования комбинаторики для решения задач о подсчете различных конфигураций. Данная задача также имеет практическое

значение в логистике и управлении транспортными потоками, и в свой черед тесно связана с комбинаторными аспектами чисел Фибоначчи.

Ниже представлено условие данной задачи:

Необходимо построить поезд общей длиной 12 единиц, используя вагоны длиной 1 или 2 единицы. Спрашивается, сколько существует различных комбинаций вагонов, которые можно использовать для создания поезда. Безусловно, в исследовательском контексте нас интересует не только изучение поездов фиксированной длины 12, но и формулирование зависимости между длиной поезда, обозначаемой как *n*, и числом различных комбинаций поездов, которые могут быть построены. Длина 12 представляется подходящей исходной точкой исследования: она достаточно мала, чтобы учащийся мог начать анализировать доступные возможности, и в то же время достаточно велика, чтобы затруднить прямое решение задачи.

Например, можно построить поезд из 6 вагонов длиной 1, а также 3 вагона длиной 2, что составит следующие варианты:

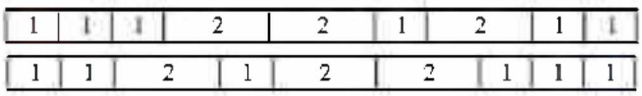

Рисунок 1 – Пример построения поезда длиной 12 единиц

Эти комбинации можно получать путем перестановки вагонов или изменяя количество коротких и длинных вагонов. Важно отметить, что разные комбинации вагонов, имеющие разное расположение, считаются уникальными. Кроме того, для поезда имеют значение как передняя, так и задняя части, что делает зеркальное отражение также различным вариантом поезда.

Для упрощения задачи можно отметить, что количество поездов можно выразить в виде последовательности. Обозначим t_n как количество различных поездов длиной n. Поезд длиной 1 можно построить только одним способом — используя один короткий вагон, то есть $t_1 = 1$. Для поезда длиной 2 существует два варианта: либо два коротких вагона, либо один длинный вагон, таким образом, $t_2 = 2$.

Дальнейший подсчет можно произвести, на основе следующего принципа: для построения поезда длиной n, можно начать с поезда длиной n−1 и добавить вагон длиной 1, или начать с поезда длиной n−2 и добавить вагон длиной 2. Это можно записать в виде рекуррентного соотношения:

$$t_n = t_{n-1} + t_{n-2}$$

Данное соотношение показывает, что количество поездов длиной n соответствует числам Фибоначчи, где t_n является сдвинутым числом Фибоначчи.

Числа Фибоначчи – числовая последовательность, первые два числа которой являются 0 и 1, а каждое последующее за ними число является суммой двух предыдущих. Формально, последовательность определяется рекуррентным соотношением:

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \qquad F_0 = 0, \qquad F_1 = 1.$$

Из этого следует, что последовательности t_n для первых нескольких значений будут следующими:

n	t_n
1	1
2	2
3	3
4	5
5	8
6	13
7	21
8	34
9	55
10	89
11	144
12	233

Рисунок 2 – Соотношение длины вагона *n* и количества различных комбинаций t_n

Таким образом, с помощью комбинаторного подхода и рекуррентного соотношения можно установить, что количество различных поездов длиной 12 единиц составляет 233.

На основании вышеизложенного мы видим, что последовательность t_n распадается на последовательность чисел Фибоначчи, где t_n фактически соответствует F_{n+1}, где F_n — это n-ое число Фибоначчи. То есть можно записать:

$$t_n = F_{n+1}$$

где – последовательность, заданная рекуррентным соотношением $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ с начальными значениями $F_1 = 1,\ F_2 = 1$.

В заключение, данное исследование комбинаторных аспектов построения поездов, состоящих из вагонов длиной 1 и 2 единицы, иллюстрирует глубокую связь между комбинаторикой и числами Фибоначчи. Мы продемонстрировали, как задача о подсчете различных комбинаций вагонов, формирующих поезд заданной длины, может быть успешно решена с помощью рекуррентного соотношения. Установление зависимости между количеством поездов и числами Фибоначчи позволяет не только глубже понять структуру комбинаторных задач, но и подчеркнуть универсальность математических закономерностей.

Работа показывает, что даже простые задачи могут открывать новые горизонты для дальнейших исследований и применения в различных областях, таких как информатика, логистика и другие дисциплины, где важны методы подсчета и оптимизации. Полученные результаты имеют практическое значение и могут служить основой для более сложных моделей, связанных с транспортными потоками и комбинированием объектов.

Таким образом, соединение комбинаторных методов и последовательностей Фибоначчи не только обогащает математическую теорию, но и предоставляет полезные инструменты для решения реальных задач. Мы надеемся, что представленные выводы будут способствовать дальнейшему изучению данной темы и вдохновят новых исследователей на поиск необычных связей и решений.

Список использованных источников:

1. Сортировки, числа Фибоначчи, системы счисления и контекстно-свободные грамматики / А. Кулаков // Научно-популярный физико-математический журнал "Квант", 1997. – С.9-18.

2. Числа Фибоначчи: циклом и рекурсией. Язык Python. [Электронный ресурс] URL: https://younglinux.info/algorithm/fibonacci

3. Простейшие свойства чисел Фибоначчи / Н.Н. Воробьев // Числа Фибоначчи, 1984. – С11-38.