

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ

Змачинская У.А.¹, студент гр.361403, Маршалова К.Ц.², студент гр.361401

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники¹
г. Минск, Республика Беларусь*

Фильченкова Т.М. – ст. преподаватель каф. ЗИ

Аннотация. В данной работе проведен анализ двух сигналов с целью нахождения их спектральной плотности. Были построены графики спектров, с помощью языка программирования Python, что позволило наглядно оценить распределение энергии по частотам. Оценено различие сигналов по энергии, установлена зависимость между амплитудой и длительностью сигналов. Изучены практические применения сигналов в цифровой обработке и телекоммуникационных системах, что подчеркивает их важность в современных технологиях передачи информации.

Ключевые слова. Амплитуда, векторная диаграмма, временной интервал, комплексная экспоненциальная функция, косинусоидальная волна, метод Уэлча, модуляция, окно данных, периодограмма, ряд Фурье, сигнал, спектральная плотность, фаза, частота, шум, энергия.

В современном мире, охваченном потоками информации и данных, анализ сигналов становится важнейшей областью исследовательской и прикладной деятельности. Спектральный анализ сигналов, представляющий собой изучение распределения сигналов по частотам, занял центральное место в таких дисциплинах, как обработка аудио, радиосвязь, биомедицинская инженерия и многих других. Одним из ключевых аспектов в этой области является понимание того, как различные сигналы ведут себя в частотной области, что непосредственно связано с их временными характеристиками и свойствами.

Спектральная плотность мощности сигнала служит важным инструментом для оценки распределения энергии сигналов по частотам. Она позволяет исследователям и инженерам выявлять присутствие различных частот, их амплитуду и, следовательно, дает возможность проводить различные виды анализа, включая фильтрацию, распознавание и классификацию сигналов.

В этой работе мы сосредоточим внимание на анализе двух сигналов:

$$S_1(t) = a \cdot \cos 2\pi f_0 t, \quad (1)$$

$$S_2(t) = a \cdot e^{j2\pi f_0 t}. \quad (2)$$

Сигнал $S_1(t)$ представляет собой косинусоидальную волну, а сигнал $S_2(t)$ — комплексную экспоненциальную функцию. Оба сигнала имеют одинаковую частоту и амплитуду, соответственно равные 50 Гц и 1 В, что предоставляет уникальную возможность для сравнительного анализа. Основной задачей данной работы является оценка спектральных плотностей данных сигналов.

Существует множество методов для решения задач спектрального анализа временных рядов, однако, одним из эффективных способов оценивания спектра является метод Уэлча. Он позволяет получить оценку спектральной плотности прямо на основе исходного набора данных. А именно, этот метод включает усреднение оценок спектральной плотности для

нескольких сегментов сигнала, что помогает уменьшить шум и улучшить оценку.

Мы имеем в виду вычислительный алгоритм, включающий в себя разбиение всего интервала наблюдения длины N на конечное число неперекрывающихся или частично перекрывающихся сегментов длины $M < N$, вычисление по каждому из них периодограммы и ее последующее осреднение по числу сегментов длины M . При этом, говоря о периодограмме, вычисляемой по каждому из сегментов длины M , мы имеем в виду ее модифицированную версию, определяемую данным соотношением:

$$I_M^{\{B\}}(\omega) = \left| \sum_{k=1}^M b(k)X(k)e^{ik\omega} \right|^2 \left[2\pi \sum_{k=1}^M b^2(k) \right]^{-1} \quad (3)$$

Здесь $B = \{b(k), k = \overline{1, M}\}$ – так называемое окно данных, используемое для домножения (неравномерного взвешивания) отрезка реализации $\{X(k), k = \overline{1, M}\}$. Последовательность $b(k)$ чаще всего плавно убывает от середины отрезка реализации к его краям, чем достигается сглаживание краев реализации и в конечном счете уменьшение смещения (систематической ошибки смещения) периодограммы. Большое число разнообразных окон можно найти в [1–3]. В настоящей работе в качестве сглаживающих окон данных B при построении оценки Уэлча используем разложение в ряд Фурье при полиномиальных тригонометрических ядрах типа Джексона [4].

Следующим этапом вычисления спектральной плотности сигналов станет разработка кода, продемонстрированного на рисунке 1, где мы детально рассмотрим и подчеркнем, как этапы генерации сигналов, их спектрального анализа и визуализации взаимосвязаны и дополняют друг друга, обеспечивая полное понимание спектральных характеристик двух сигналов.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.signal import welch

# Параметры сигналов
fs = 1000 # частота дискретизации (Гц)
t = np.arange(0, 1.0, 1/fs) # время от 0 до 1 секунды

# Параметры сигналов
a = 1 # Амплитуда
f0_1 = 50 # частота для S1 (Гц)
f0_2 = 50 # частота для S2 (Гц)

# Сигналы
S1 = a * np.cos(2 * np.pi * f0_1 * t) # Сигнал 1
S2 = a * np.exp(1j * 2 * np.pi * f0_2 * t) # Сигнал 2

# Нахождение спектральных плотностей с улучшенными параметрами
nperseg = 512 # увеличение длины сегмента для более детального анализа
f1, Pxx1 = welch(S1, fs, nperseg=nperseg)
f2, Pxx2 = welch(np.real(S2), fs, nperseg=nperseg)

# Построение графиков
plt.figure(figsize=(12, 8))

# График для сигнала 1
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.semilogy(f1, Pxx1, color='blue', linewidth=2)
plt.title('Спектральная плотность сигнала S1', fontsize=14)
plt.xlabel('частота (Гц)', fontsize=12)
plt.ylabel('спектральная плотность (V^2/Гц)', fontsize=12)
plt.xlim(0, 200) # Ограничение по оси X для лучшего отображения
plt.grid(True)
plt.axvline(x=f0_1, color='red', linestyle='--', label=f'f0 = {f0_1} Гц')
plt.legend()

# График для сигнала 2
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.semilogy(f2, Pxx2, color='green', linewidth=2)
plt.title('Спектральная плотность сигнала S2', fontsize=14)
plt.xlabel('частота (Гц)', fontsize=12)
plt.ylabel('спектральная плотность (V^2/Гц)', fontsize=12)
plt.xlim(0, 200) # Ограничение по оси X для лучшего отображения
plt.grid(True)

plt.tight_layout()
plt.show()
```

Рисунок 1 – Код для оценки спектральной плотности сигналов $S_1(t)$ и $S_2(t)$

После этого результаты визуализируются с помощью графиков, что поможет наглядно проиллюстрировать на рисунке 2 характеристики сигналов в частотной области.

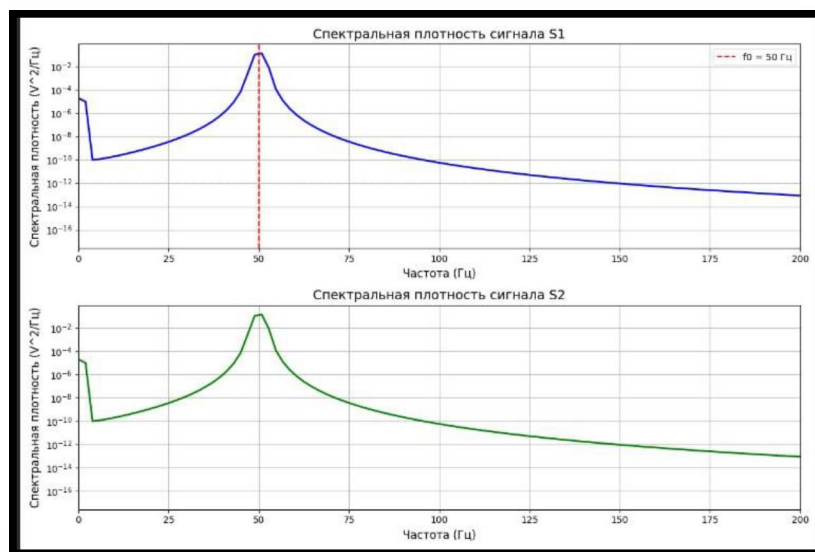


Рисунок 2 – Графики спектральных плотностей сигналов S_1 и S_2

Проанализировав рисунок 2, можно сделать вывод. Графики визуально совпадают, это ожидаемо из-за схожести частоты и амплитуды, но важно учитывать, что они могут иметь разные фазы и другие характеристики. На первом графике видно значительное пикирование на частоте 50 Гц, что соответствует частоте сигнала, полагаясь на формулу 1. Это подтверждает, что сигнал имеет ярко выраженную частотную составляющую. Убывание происходит на частотах отличных от 50 Гц, что свидетельствует о том, что сигнал в основном сосредоточен вокруг этой частоты. На втором графике видно более равномерное распределение спектральной плотности, без ярко выраженных пиков. Это связано с тем, что, глядя на формулу 2, можно сказать, что сигнал является комплексным экспоненциальным, который не имеет реальной амплитуды в классическом смысле. Спектральная плотность также убывает, но не так резко, как у сигнала $S_1(t)$.

При сравнении сигналов $S_1(t)$ и $S_2(t)$ по энергии мы можем выявить, что энергия сигнала является важным индикатором его мощности и, как следствие, его воздействия на систему. Сигнал $S_1(t)$ имеет четко определенную частоту равную 50 Гц и высокую энергию в этой области, что делает его более подходящим для приложений, требующих детального анализа частоты (например, в радиосвязи), а также будет полезен в задачах, где важно конкретное выделение частоты.

В нашем случае различия в энергетических характеристиках $S_1(t)$ и $S_2(t)$ могут быть проанализированы через их спектральные плотности. Сигнал $S_1(t)$ имеет конечную и фиксированную энергию в пределах одного периода, а сигнал $S_2(t)$ может иметь бесконечную энергию, если его рассматривать на бесконечном временном интервале, что делает его менее подходящим для анализа в классическом понимании энергии, но полезным в теоретических расчетах и приложениях, связанных с фазовой информацией.

Исследуемые сигналы могут быть применены в различных задачах цифровой обработки сигналов, включая компрессию, фильтрацию, детекцию и распознавание сигналов. Сигналы $S_1(t)$ и $S_1(t)$ могут быть полезны в телекоммуникационных системах, где важны точки сходства

и различия в обработке сигналов. Например, косинусоидальные волны могут использоваться в модуляции для передачи информации, а комплексные экспоненциальные функции – в задачах, связанных с фазовой манипуляцией или векторной диаграммой.

Список использованных источников

1. Журбенко, И.Г. Анализ стационарных и однородных случайных систем / И.Г. Журбенко. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1987. – 240 с.
2. Бриллинджер, Д. Временные ряды. Обработка данных и теория / Д. Бриллинджер. – М.: Мир, 1980. – 536 с
3. Kay, S.M. *Modern Spectral Estimation: Theory and Application* / S.M. Kay. – Englewood Cliffs (NJ): Prentice-Hall, 1988. – 543 p.
4. Алексеев, В. Г. Оценка спектральной плотности типа Уэлча. Случай дискретного аргумента / В. Г. Алексеев // Автометрия. – 2001. – № 6. – С. 92.

UDC 621.317

INVESTIGATION OF THE CHARACTERISTICS OF MEASURING TELECOMMUNICATION SIGNALS

Zmachynskaya U.A.¹, student of the gr.361403, Marshalova K.Z.², student of the gr.361401

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics¹, Minsk, Republic of Belarus

Filchenkova T.M. – Senior Lecturer

Annotation. In this paper, two signals are analyzed in order to find their spectral density. Graphs of the spectra were constructed using the python programming language, which made it possible to visually assess the distribution of energy across frequencies. The difference in energy between the signals is estimated, and the relationship between the amplitude and duration of the signals is established. Practical applications of signals in digital processing and telecommunication systems have been studied, which underlines their importance in modern information transmission technologies.

Keywords. Amplitude, vector diagram, time interval, complex exponential function, cosine wave, Welch method, modulation, data window, periodogram, Fourier series, signal, spectral density, phase, frequency, noise, energy.