

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники»

Факультет информационных технологий и управления

Кафедра теоретических основ электротехники

**А. П. Курулёв**

**Теория электрических цепей.  
Справочник**

*Рекомендовано УМО по образованию  
в области информатики и радиоэлектроники  
в качестве учебно-методического пособия  
для специальности 1-36 04 02 «Промышленная электроника»*

В трех частях

Часть 3

**Четырехполюсники. Активные цепи.  
Электрические фильтры. Длинные линии**

Минск БГУИР 2016

УДК 621.3.011.7(035)(076)  
ББК 31.211я2  
К93

**Рецензенты:**

кафедра электротехники и систем электропитания  
учреждения образования «Военная академия Республики Беларусь»  
(протокол №6 от 16 февраля 2015 г.);

ведущий инженер-программист отдела научно-технических разработок  
и системного сопровождения проектов научно-производственного  
частного унитарного предприятия «Тетраэдр»,  
кандидат технических наук, доцент Ю. В. Виланский

**Курулёв, А. П.**

К93 Теория электрических цепей. Справочник : учеб.-метод. пособие.  
В 3 ч. Ч. 3 : Четырехполюсники. Активные цепи. Электрические фильтры.  
Длинные линии / А. П. Курулёв. – Минск : БГУИР, 2016. – 114 с. : ил.  
ISBN 978-985-543-158-0 (ч. 3).

Представлен справочный материал по четырем темам теории электрических цепей: основы четырехполюсников; особенности активных электрических цепей; электрические фильтры (ФНЧ, ФВЧ, ПФ, РФ, мостовые и пьезоэлектрические); длинные линии (электрические цепи с распределенными параметрами).

Часть 1 «Электрические цепи постоянного и переменного тока» издана в БГУИР в 2012 г.

Часть 2 «Классический и операторный методы анализа переходных процессов в линейных электрических цепях» издана в БГУИР в 2012 г.

**УДК 621.3.011.7(035)(076)  
ББК 31.211я2**

**ISBN 978-985-543-158-0 (ч. 3)  
ISBN 978-985-488-820-0**

© Курулёв А. П., 2016  
© УО «Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники», 2016

## Предисловие

Учебно-методическое пособие представляет собой краткую, без математических выводов и теоретических обоснований, систематизированную справочную презентацию четырех тем теории электрических цепей.

В первом разделе приведены 6 форм записи уравнений четырехполюсников. Рассмотрена физическая трактовка  $Y$ -,  $Z$ -,  $A$ -,  $B$ -,  $H$ - и  $F$ -параметров, способы их определения; комплексные входные и передаточные функции четырехполюсников, их характеристические и рабочие параметры. Даны основные виды соединений четырехполюсников и описывающие их матричные уравнения; формулы расчета положительной и отрицательной обратной связи и ее влияние на основные характеристики цепи: стабильность коэффициента усиления и полосу пропускания.

Во втором разделе приведены эквивалентные схемы активных электрических цепей: ИТУН, ИНУН, ИНУТ, ИТУТ. Рассмотрены матричный метод анализа, неопределенная матрица проводимостей и ее свойства. На примере эквивалентной схемы транзистора с общей базой методом короткого замыкания определены собственные и взаимные проводимости активной и пассивной частей схемы, а затем неопределенная и определенная матрицы проводимостей цепи. Показана возможность имитации индуктивности с помощью активной  $rC$ -цепи в гираторах. Получена матрица проводимостей гиратора и его эквивалентная схема замещения.

В третьем разделе рассмотрены эквивалентные схемы замещения, характеристические параметры, полосы пропускания и затухания электрических фильтров типа  $k$  (ФНЧ, ФВЧ, ПФ, ЗФ (РФ)), мостовые схемы фильтров и фильтры на пьезоэлектрических резисторах. Дано понятие о фильтрах типа  $m$  и фильтрах типа  $rC$ .

В четвертом разделе рассматриваются длинные линии (цепи с распределенными параметрами) с потерями и без потерь. Даны основные уравнения длинной линии, режимы ее работы, методика отыскания неисправности в линии, примеры решения задач.

Новизна и ценность справочника состоят в том, что в настоящее время в Республике Беларусь нет издания подобного рода, содержащего в презентационном виде справочную информацию по теории электрических цепей в полном соответствии с типовой и рабочей программой данного курса.

При написании пособия автор руководствовался 38-летним опытом преподавания курсов «Электротехника», «Теория электрорадиоцепей», «Теория электрических цепей» в Военной академии Республики Беларусь (1977 – 1995 гг.) и в Белорусском государственном университете информатики и радиоэлектроники (с 1995 г. до настоящего времени), а также материалом приведенной в справочнике технической литературы.

Для работы со справочником пользователю необходимо знать высшую математику, физику и основы теории электрических цепей в объеме учебной программы вуза. Сокращения и условные обозначения, принятые в

справочнике, полностью соответствуют учебнику «Теория электрических цепей» авторов М. П. Батура, А. П. Кузнецов, А. П. Курулёв (под общей редакцией А. П. Курулёва) издательства «Вышэйшая школа» г. Минска (издания 2004, 2007 и 2015 гг.).

Автор благодарен заведующему кафедрой электротехники и систем электропитания учреждения образования «Военная академия Республики Беларусь», кандидату технических наук, доценту А. Е. Калеле, ведущему инженеру-программисту отдела научно-технических разработок и системного сопровождения проектов научно-производственного ЧУП «Тетраэдр», кандидату технических наук, доценту Ю. В. Виланскому, а также заместителю декана факультета информационных технологий и управления по учебной работе В. Н. Пригара и заведующему кафедрой теоретических основ электротехники учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидату технических наук, доценту И. Л. Свито за ряд ценных замечаний, которые позволили улучшить качество пособия.

Пожелания и просьбы направлять по адресу: 220013, Минск, ул. П. Бровки, 6, БГУИР.

## Список сокращений и условных обозначений

### *В первом разделе*

ЧП – четырехполюсник  
ХС – характеристическое сопротивление  
ХПП – характеристическая постоянная передачи  
Б – бел, дБ – децибел  
Нп – непер  
ОС – обратная связь, ООС – отрицательная, ПОС – положительная  
 $A_{jk}$  – алгебраическое дополнение определителя системы уравнений  
 $Z_{вх}$  – входное сопротивление четырехполюсника  
 $Z_{н}$  – сопротивление нагрузки четырехполюсника  
 $Z_{ХХ} (Z_X)$  – сопротивление холостого хода  
 $Z_{КЗ} (Z_K)$  – сопротивление короткого замыкания  
 $Z_C$  – согласованное характеристическое сопротивление ЧП  
 $g_c$  – характеристическая постоянная передачи ЧП  
 $a_c$  – характеристическое затухание ЧП  
 $b_c$  – характеристическая фаза ЧП  
 $K_U(j\omega)$  – комплексная передаточная функция четырехполюсника по напряжению  
 $K_I(j\omega)$  – комплексная передаточная функция четырехполюсника по току  
ch – косинус, sh – синус гиперболический  
lg – логарифм десятичный, ln – натуральный  
 $K_a$  – передаточная функция активного четырехполюсника без обратной связи  
 $K_{OC}$  – передаточная функция цепи обратной связи  
 $U_{OC}$  – напряжение обратной связи  
 $K_a K_{OC}$  – возвратное отношение,  $1 - K_a K_{OC}$  – возвратная разность  
 $|1 \mp K_a(j\omega)K_{OC}(j\omega)|$  – глубина обратной связи  
 $S_{Ka}^K$  – чувствительность четырехполюсника  
 $K_{OC}(j\omega) = K_{OC}$  – условие жесткой обратной связи  
 $\omega_{гр}$  – граничная частота,  $\tau_c$  – постоянная времени цепи

### *Во втором разделе*

ОЭ – общий эмиттер, ОБ – общая база, ОК – общий коллектор  
акт. – активная часть транзистора, пасс. – пассивная  
ИТУН – источник тока, управляемый напряжением  
ИНУТ – источник напряжения, управляемый током  
ИНУН – источник напряжения, управляемый напряжением  
ИТУТ – источник тока, управляемый током  
ЭКВ – эквивалент  
 $I_b$  – ток базы транзистора  
 $I_k$  – ток коллектора транзистора  
 $I_э$  – ток эмиттера транзистора  
 $U_{бэ}$  – напряжение база – эмиттер транзистора

$U_{кб}$  – напряжение коллектор – база транзистора  
 $U_{бк}$  – напряжение база – коллектор транзистора  
 $[Y_n]$  – неопределенная матрица проводимостей цепей  
 $[Y]$  – определенная матрица проводимостей цепей  
 $g_э$  – проводимость эмиттера транзистора  
 $g_к$  – проводимость коллектора транзистора  
 $g_б$  – проводимость базы транзистора  
 $\alpha$  – коэффициент усиления транзистора

*В третьем разделе*

емк. – емкость, инд. – индуктивность  
наст. – настройка  
ФНЧ – фильтр нижних частот  
ФВЧ – фильтр верхних частот  
ПФ – полосовой фильтр  
ЗФ (РФ) – заграждающий (режекторный) фильтр  
Т – Т-образный фильтр, П – П-образный  
 $\omega_{с(гр)}$  – частота среза (граничная)  
 $Z_{сТ}$  – характеристическое сопротивление Т-образного фильтра  
 $Z_{сП}$  – характеристическое сопротивление П-образного фильтра  
Arch – арка-косинус гиперболический  
th – тангенс гиперболический  
 $\rho$  – волновое (характеристическое) сопротивление  
 $\omega_H (\omega_{ФНЧ})$  – текущая частота ФНЧ  
 $\omega_B (\omega_{ФВЧ})$  – текущая частота ФВЧ  
 $\omega_{П} (\omega_{ПФ})$  – текущая частота ПФ  
 $\omega_3 (\omega_{ЗФ})$  – текущая частота ЗФ  
 $\omega_0$  – резонансная частота колебательного контура  
 $Z_1$  – сопротивление продольного плеча фильтра  
 $Z_2$  – сопротивление поперечного плеча фильтра  
 $Z_c$  – характеристическое сопротивление фильтра  
 $a_c$  – характеристическое затухание фильтра  
 $b_c$  – характеристическая фаза фильтра  
 $f_\infty$  – частота полосы (максимума) затухания  
 $L_S$  – динамическая индуктивность пьезоэлектрического резонатора на кварце  
 $C_S$  – динамическая емкость резонатора на кварце  
 $C_P$  – динамическая емкость электронов и пьезоэлектрических пластин резонатора на кварце  
 $R_S$  – активное сопротивление резонатора на кварце  
 $Q$  – добротность колебательного контура  
 $f_S$  – частота последовательного резонатора  
 $f_P$  – частота параллельного резонатора  
 $f_0$  – резонансная частота контура  
 $C_H$  – емкость нагрузки

акт. – активное (сопротивление), реак. – реактивное  
 $\Delta F$  – резонансный промежуток (полоса пропускания фильтра)

*В четвертом разделе*

ген. – генератор

пад. – падающая, отр. – отраженная волна

КЗ – короткое замыкание, ХХ – холостой ход

КБВ – коэффициент бегущей волны

КСВ – коэффициент стоячей волны

$Z_H$  – комплексное сопротивление нагрузки

$r_H$  – активное сопротивление нагрузки

$Z_B$  – комплексное волновое сопротивление линии

$Z_{вх}$  – комплексное входное сопротивление линии

$K_б$  – коэффициент бегущей волны

$K_c$  – коэффициент стоячей волны

$r_0$  – погонное сопротивление

$g_0$  – погонная проводимость

$L_0$  – погонная индуктивность

$C_0$  – погонная емкость

$\gamma$  – коэффициент распространения

$\alpha$  – коэффициент ослабления

$\beta$  – коэффициент фазы

$v_\phi$  – фазовая скорость

$\mu_0$  – магнитная проницаемость воздуха

$\epsilon_0$  – относительная диэлектрическая проницаемость изоляции воздуха

$\delta$  – угол диэлектрических потерь

$p_u$  – коэффициент отражения по напряжению

$p_i$  – коэффициент отражения по току

# 1. Четырехполюсники

## 1.1. Определения и классификация четырехполюсников

По числу внешних зажимов электрические цепи подразделяют на двухполюсники, трехполюсники, четырехполюсники, многополюсники.

*Четырехполюсником* называют часть электрической цепи, имеющую две пары зажимов (1–1' и 2–2'), через которые она подключается к внешней цепи (рис. 1.1, а).

Зажимы 1–1' – входные, 2–2' – выходные. К входным зажимам подключается, как правило, источник электрической энергии, к выходным – нагрузка.

Положительные направления токов и напряжений показаны на рис. 1.1, б.

Классификация четырехполюсников следующая: линейные и нелинейные, активные и пассивные, автономные и неавтономные, обратимые и необратимые, симметричные и несимметричные, уравновешенные и неуравновешенные, регулярные и нерегулярные.

*Линейными* называют четырехполюсники, не содержащие нелинейных элементов.

Четырехполюсник является нелинейным, если он содержит хотя бы один нелинейный элемент.

*Активными* называют четырехполюсники, содержащие источники электрической энергии, пассивными – не имеющие таких источников.

*Автономные* (неуправляемые) четырехполюсники содержат независимые источники электрической энергии.

*Неавтономные* (управляемые) содержат зависимые источники напряжения или тока (например, транзисторы, микросхемы). Неавтономными активными четырехполюсниками являются усилители напряжения или тока.

Четырехполюсник называют *обратимым*, когда передаточные сопротивления входного и выходного контуров не зависят от того, какая из двух пар зажимов является входной, а какая – выходной, то есть выполняется принцип взаимности.

Четырехполюсник называют *симметричным*, когда перемена мест его входных и выходных зажимов не изменяет токов и напряжений в электрической цепи, с которой он соединен.

Симметричные четырехполюсники всегда обратимы.

Четырехполюсник называют *уравновешенным*, если его схема симметрична относительно продольной оси (рис. 1.1, в). У неуравновешенного четырехполюсника один из его элементов может быть непосредственно соединен с зажимом другой пары (рис. 1.1, г). При этом образуется трехполюсник, который используется в четырехполюсном режиме.

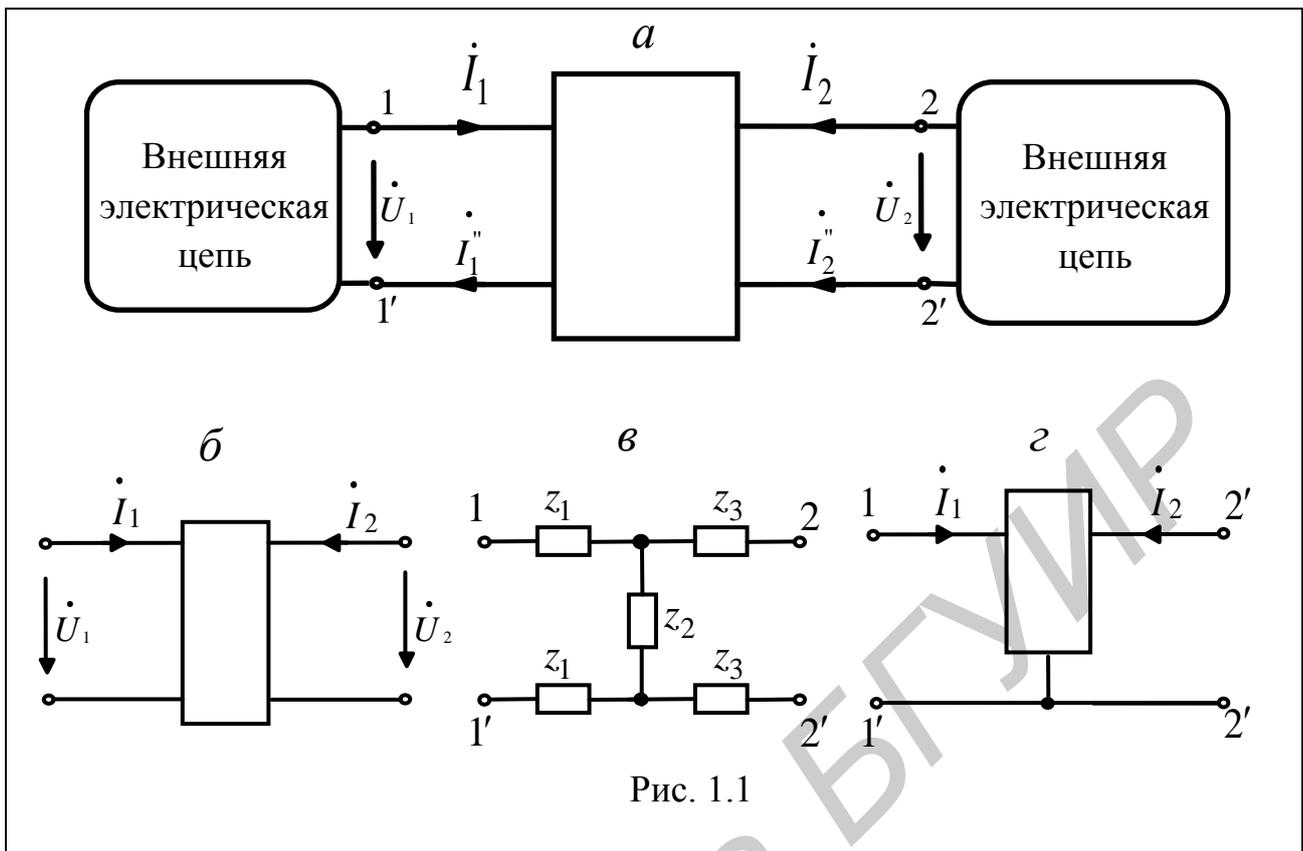


Рис. 1.1

Входную внешнюю электрическую цепь четырехполюсника (см. рис. 1.1, а) обычно представляют эквивалентным источником энергии, а выходную – эквивалентной нагрузкой. Если у такого четырехполюсника равны прямые и обратные токи (напряжения) на входе и выходе, то его называют *регулярным*.

## 1.2. Уравнения четырехполюсников и схемы замещения

При исследовании регулярных четырехполюсников устанавливают соотношения между напряжениями и токами на входе ( $\dot{U}_1, \dot{I}_1$ ) и выходе ( $\dot{U}_2, \dot{I}_2$ ). Любые две переменные из четырех ( $\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{I}_1, \dot{I}_2$ ) можно считать зависимыми и выражать через остальные две, принятые за независимые. Число таких соотношений, называемых *уравнениями четырехполюсников*, равно шести (сочетание их четырех элементов по два), а коэффициенты этих уравнений называют *параметрами четырехполюсников*.

### 1.2.1. Уравнения четырехполюсников в Y-форме

Подключив к входным и выходным зажимам четырехполюсника идеальные источники ЭДС  $\dot{E}_1 = \dot{U}_1, \dot{E}_2 = \dot{U}_2$  (рис. 1.2), получим два контура с контурными токами  $\dot{I}_I$  и  $\dot{I}_{II}$ .

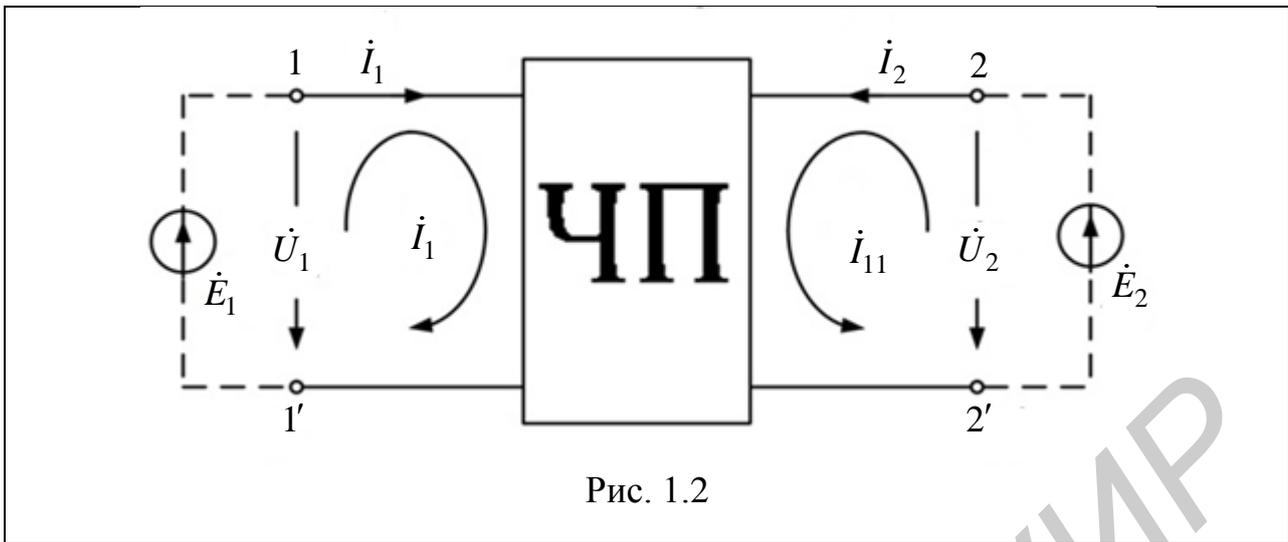


Рис. 1.2

Для определения токов  $\dot{I}_1 = \dot{I}_I$  и  $\dot{I}_2 = \dot{I}_{II}$  воспользуемся формулой Крамера, согласно которой ток в  $k$ -м контуре равен

$$\dot{I}_k = \sum_{j=1}^n \frac{\Delta_{jk}}{\Delta} \dot{E}_j, \quad (1.1)$$

где  $\dot{I}_k$  – токи  $\dot{I}_1$  и  $\dot{I}_2$ ;  $\dot{E}_j$  – источники ЭДС с напряжениями  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$ ;  $\Delta$  – определитель системы контурных токов;  $\Delta_{jk}$  – алгебраическое дополнение определителя  $A$ , получаемое путем вычеркивания в нем  $j$ -й строки и  $k$ -го столбца и умножения на  $(-1)^{j+k}$ .

В соответствии с формулой Крамера (1.1) для схемы на рис. 1.2 можно записать

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{\Delta_{11}}{\Delta} \dot{U}_1 + \frac{\Delta_{21}}{\Delta} \dot{U}_2; \\ \dot{I}_2 &= \frac{\Delta_{12}}{\Delta} \dot{U}_1 + \frac{\Delta_{22}}{\Delta} \dot{U}_2. \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

Так как порядок алгебраических дополнений  $\Delta_{jk}$  на единицу меньше порядка определителя  $\Delta$ , то размерность коэффициентов в системе (1.2) – сименсы, а сама система уравнений примет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1 &= Y_{11} \dot{U}_1 + Y_{12} \dot{U}_2; \\ \dot{I}_2 &= Y_{21} \dot{U}_1 + Y_{22} \dot{U}_2. \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

Такую форму записи уравнений четырехполюсников называют *Y-формой*.

Система (1.3) в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} \text{ или } [\dot{I}] = [Y][\dot{U}],$$

где 
$$[Y] = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} \Delta_{11} & -\Delta_{12} \\ -\Delta_{21} & \Delta_{22} \end{bmatrix}.$$

$Y$ -параметры называют *параметрами короткого замыкания*, так как их определяют путем поочередного короткого замыкания входа и выхода четырехполюсника:

– при  $\dot{U}_2 = 0$  из системы (1.3):  $Y_{11} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} [\text{СМ}];$

$$Y_{21} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} [\text{СМ}];$$

– при  $\dot{U}_1 = 0$  из системы (1.3):  $Y_{12} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} [\text{СМ}];$

$$Y_{22} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} [\text{СМ}].$$

Если  $Y_{12} = Y_{21}$ , то четырехполюсники обратимые (так как выполняется принцип взаимности).

Если  $Y_{11} = Y_{22}$ , то четырехполюсники симметричные.

### 1.2.2. Уравнения четырехполюсников в $Z$ -форме

Уравнения четырехполюсников в  $Z$ -форме получают путем решения системы (1.3) относительно  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$ :

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2; \\ \dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2. \end{cases} \quad (1.4)$$

В системе (1.4)

$$Z_{11} = \frac{Y_{22}}{|Y|}; \quad Z_{12} = -\frac{Y_{12}}{|Y|}; \quad Z_{21} = -\frac{Y_{21}}{|Y|}; \quad Z_{22} = \frac{Y_{11}}{|Y|};$$

$$|Y| = Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}.$$

Z-параметры называют параметрами холостого хода, так как их определяют в режиме холостого хода на одной из сторон четырехполюсника:

$$\text{– при } \dot{i}_2 = 0 \text{ из системы (1.4): } Z_{11} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{i}_1} [\text{Ом}];$$

$$Z_{21} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{i}_1} [\text{Ом}];$$

$$\text{– при } \dot{i}_1 = 0 \text{ из системы (1.4): } Z_{22} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{i}_2} [\text{Ом}];$$

$$Z_{12} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{i}_2} [\text{Ом}].$$

Для обратимых (взаимных) четырехполюсников  $Z_{12} = Z_{21}$ , для симметричных  $Z_{11} = Z_{22}$ .

Система (1.4) в матричной форме имеет вид

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \end{bmatrix} \text{ или } [\dot{U}] = [Z][\dot{i}],$$

где  $[Z] = \frac{1}{\Delta_{11,22}} \begin{bmatrix} \Delta_{22} & \Delta_{21} \\ \Delta_{12} & \Delta_{11} \end{bmatrix}$ .

Здесь  $\Delta_{11,22}$  – двойное алгебраическое дополнение, получаемое из определителя  $\Delta$  путем вычеркивания двух строк и двух столбцов с номерами 1 и 2.

### 1.2.3. Уравнения четырехполюсников в $A$ -форме

Уравнения четырехполюсников в  $A$ -форме получают путем решения системы (1.3) относительно  $\dot{U}_1$  и  $\dot{I}_1$ :

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}(-\dot{I}_2); \\ \dot{I}_1 &= A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}(-\dot{I}_2), \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

где  $A_{11} = -\frac{Y_{22}}{Y_{21}}; \quad A_{12} = -\frac{1}{Y_{21}}; \quad A_{21} = -\frac{|Y|}{Y_{21}}; \quad A_{22} = -\frac{Y_{11}}{Y_{21}}.$

Параметры  $A_{11}$  и  $A_{22}$  безразмерные, параметр  $A_{12}$  измеряется в омах,  $A_{21}$  – в сименсах.

Определяют  $A$ -параметры в режимах холостого хода и короткого замыкания на выходе четырехполюсников:

- при  $\dot{I}_2 = 0$  из системы (1.5):  $A_{11} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}; A_{21} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} [\text{Ом}];$
- при  $\dot{U}_2 = 0$  из системы (1.5):  $A_{22} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2}; A_{12} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} [\text{Ом}].$

Система (1.5) в матричной форме имеет вид

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix} \quad \text{или} \quad \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix}.$$

Для обратимых четырехполюсников

$$[A] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 1.$$

### 1.2.4. Уравнения четырехполюсников в формах $B, H, F$

Уравнения четырехполюсников в  $B$ -,  $H$ - и  $F$ -форме получают путем решения системы (1.3) относительно  $(\dot{U}_2, \dot{I}_2)$ ,  $(\dot{U}_1, \dot{I}_2)$  и  $(\dot{I}_1, \dot{U}_2)$  соответственно:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_2 &= B_{11}\dot{U}_1 + B_{12}(-\dot{I}_1); \\ \dot{I}_2 &= B_{21}\dot{U}_1 + B_{22}(-\dot{I}_1). \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

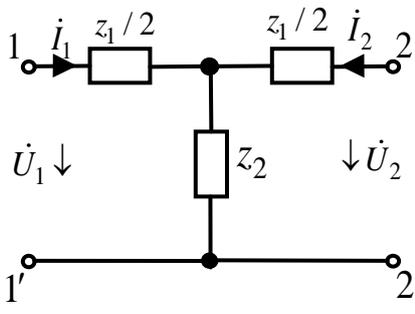
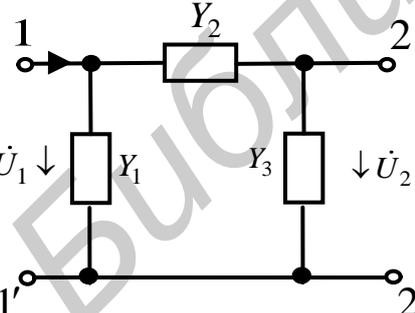
$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= H_{11}\dot{I}_1 + H_{12}\dot{U}_2; \\ \dot{I}_2 &= H_{21}\dot{I}_1 + H_{22}\dot{U}_2. \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1 &= F_{11}\dot{U}_1 + F_{12}\dot{I}_2; \\ \dot{U}_2 &= F_{21}\dot{U}_1 + F_{22}\dot{I}_2. \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

Все шесть форм записи уравнений четырехполюсников (1.3) – (1.8) могут быть получены одна из другой. Соотношения параметров всех шести форм приведены в прил. 1.

### 1.3. Способы определения параметров четырехполюсников

#### 1.3.1. Расчетный способ

 <p>Рис. 1.3</p>	<p>Пример 1 (рис. 1.3). Найти Z-параметры T-образного четырехполюсника.</p> <p>Решение</p> <p>В режиме холостого хода</p> $Z_{11} = Z_{22} = Z_1/2 + Z_2.$ <p>Из системы уравнений четырехполюсника в Z-форме (1.4) в режиме холостого хода:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– при <math>\dot{I}_2 = 0</math>     <math>Z_{21} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{I}_1 \cdot Z_2}{\dot{I}_1} = Z_2;</math></li> <li>– при <math>\dot{I}_1 = 0</math>     <math>Z_{12} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} = \frac{\dot{I}_2 \cdot Z_2}{Z_2} = Z_2.</math></li> </ul>
 <p>Рис. 1.4</p>	<p>Пример 2 (рис 1.4). Найти Y-параметры П-образного четырехполюсника.</p> <p>Решение</p> <p>В режиме короткого замыкания:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– при <math>\dot{U}_2 = 0</math>     <math>Y_{11} = Y_1 + Y_2;</math></li> <li>– при <math>\dot{U}_1 = 0</math>     <math>Y_{22} = Y_1 + Y_3.</math></li> </ul> <p>Из системы уравнений четырехполюсника в Y-форме (1.3) в режиме короткого замыкания:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– при <math>\dot{U}_2 = 0</math>     <math>Y_{21} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} = \frac{-\dot{U}_1 \cdot Y_2}{\dot{U}_1} = -Y_2;</math></li> <li>– при <math>\dot{U}_1 = 0</math>     <math>Y_{12} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} = \frac{-\dot{U}_2 \cdot Y_2}{\dot{U}_2} = -Y_2.</math></li> </ul>

### 1.3.2. Экспериментальный способ

Пример 3. Определить  $A$ -параметры обратимого четырехполюсника.

**Решение**

Так как четырехполюсник обратимый, опытным путем определим только три параметра: два сопротивления (холостого хода и короткого замыкания) на входных зажимах и одно сопротивление (холостого хода) на выходных зажимах.

Для этого сначала подключим вольтметр, амперметр и фазометр к входу четырехполюсника (рис. 1.5).

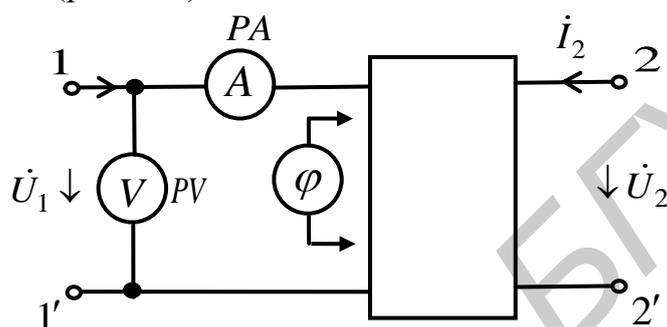


Рис. 1.5

В режиме холостого хода ( $i_2 = 0$ ) измерим ток  $i_{1X}$ , напряжение  $U_{1X}$  и  $\phi_{1X}$ . Система уравнений (1.5) в этом режиме принимает вид

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{1X} &= A_{11}\dot{U}_2; \\ \dot{i}_{1X} &= A_{21}\dot{U}_2. \end{aligned} \right\}$$

Разделим первое уравнение этой системы на второе:

$$\dot{U}_{1X}/\dot{i}_{1X} = (U_{1X}/I_{1X})e^{j\phi_{1X}},$$

откуда

$$Z_{1X} = \dot{U}_{1X}/\dot{i}_{1X} = A_{11}/A_{21}. \quad (1.9)$$

В режиме короткого замыкания ( $U_2 = 0$ ) измерим ток  $i_{1K}$ , напряжение  $U_{1K}$  и фазу  $\phi_{1K}$ . Система уравнений (1.5) в этом режиме примет вид

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{1K} &= -A_{12}\dot{i}_2; \\ \dot{i}_{1K} &= -A_{22}\dot{i}_2. \end{aligned} \right\}$$

Разделим первое уравнение этой системы на второе:

$$\dot{U}_{1K}/\dot{i}_{1K} = A_{11}/A_{22} = Z_{1K}. \quad (1.10)$$

В результате проведения опыта со стороны входных зажимов 1–1' получено два уравнения (1.9) и (1.10) с четырьмя неизвестными.

В качестве третьего уравнения используем соотношение для обратимых четырехполюсников:

$$A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 1. \quad (1.11)$$

Для получения четвертого уравнения подключим приборы к выходным зажимам четырехполюсника 2–2' и в режиме холостого хода ( $\dot{I}_2 = 0$ ) измерим ток  $\dot{I}_{2X}$ , напряжение  $\dot{U}_{2X}$  и  $\varphi_{2X}$ . Система уравнений (1.5) в этом режиме принимает вид

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{2X} &= A_{22}\dot{U}_1; \\ \dot{I}_{2X} &= A_{21}\dot{U}_1. \end{aligned} \right\}$$

Разделим первое уравнение этой системы на второе:

$$\dot{U}_{2X}/\dot{I}_{2X} = (U_{2X}/I_{2X})e^{j\varphi_{2X}},$$

откуда

$$Z_{2X} = \dot{U}_{2X}/\dot{I}_{2X} = A_{22}/A_{21}. \quad (1.12)$$

Уравнения (1.9) – (1.12) образуют систему

$$\left. \begin{aligned} A_{11}/A_{21} &= Z_{1X}; \quad A_{12}/A_{22} = Z_{1K}; \\ A_{22}/A_{21} &= Z_{2X}; \quad A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 1. \end{aligned} \right\} \quad (1.13)$$

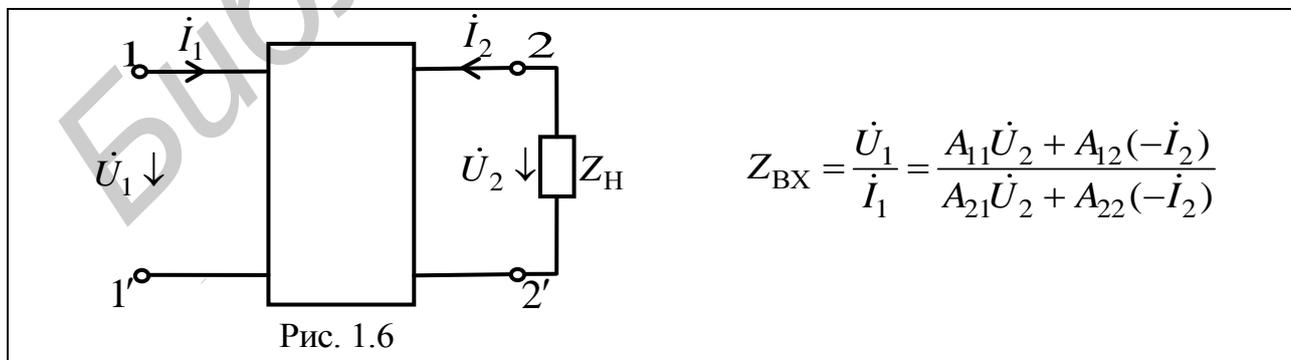
Решив систему уравнений (1.13), определим все четыре А-параметра четырехполюсника:

$$A_{11} = A_{22} \frac{Z_{1X}}{Z_{2X}}; \quad A_{12} = A_{22} Z_{1K}; \quad A_{21} = \frac{A_{22}}{Z_{2X}}; \quad A_{22} = \sqrt{\frac{Z_{2X}}{Z_{1X} - Z_{2K}}}.$$

*Примечание.* Для необратимых четырехполюсников уравнение  $A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 1$  в системе (1.13) можно заменить соотношением  $Z_{2K} = A_{12}/A_{11}$ .

#### 1.4. Комплексное входное сопротивление четырехполюсника

Комплексное входное сопротивление четырехполюсника (рис. 1.6) можно получить, разделив первое уравнение системы (1.5) на второе.



Так как  $\dot{U}_2 = -\dot{I}_2 Z_H$ , то

$$Z_{BX} = \frac{A_{11}Z_H + A_{12}}{A_{21}Z_H + A_{22}}. \quad (1.14)$$

При  $Z_H = \infty$  (режим холостого хода)  $Z_X = \frac{A_{11}}{A_{21}}$ .

При  $Z_H = 0$  (режим короткого замыкания)  $Z_K = \frac{A_{12}}{A_{22}}$ .

Произведение  $Z_K Z_X = \frac{A_{11}A_{12}}{A_{21}A_{22}}$  при симметричном четырехполюснике (когда  $A_{11} = A_{22}$ ) принимает вид

$$Z_X Z_K = \frac{A_{12}}{A_{21}}. \quad (1.15)$$

Воспользовавшись прил. 1, можно выразить  $A$ -параметры в формуле (1.15) через  $Y$ -,  $Z$ -параметры и другие.

### 1.5. Комплексные передаточные функции четырехполюсника

Для системы передачи, представленной на рис. 1.7, комплексная передаточная функция по напряжению, учитывающая внутреннее сопротивление источника, равна

$$K_U(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{E}} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1 + Z_i \dot{I}_1} = \frac{Z_{21}}{Z_{11} + Z_i}.$$

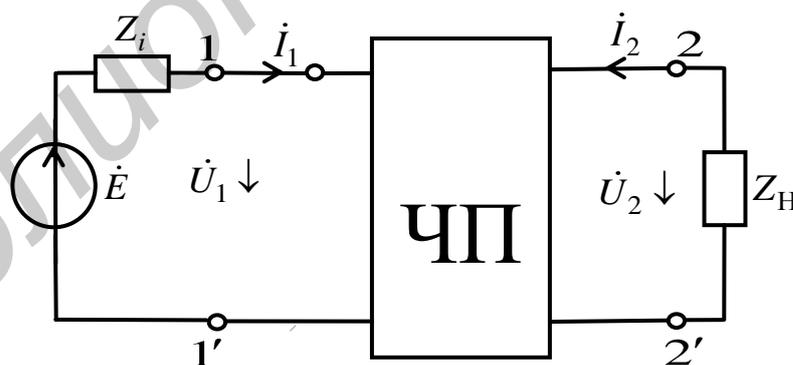


Рис. 1.7

Комплексная передаточная функция по напряжению, учитывающая сопротивление нагрузки, имеет вид

$$K_U(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{-Y_{21}}{1/Z_H + Y_{22}}.$$

Комплексная передаточная функция по напряжению (или рабочий коэффициент передачи по напряжению), учитывающая как внутреннее сопротивление источника, так и сопротивление нагрузки, равна

$$K_{U_{\text{раб}}}(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{E}} = \frac{-Y_{21}}{(1 + Y_{11}/Y_i)(Y_{12} + Y_H)}$$

Номинальный рабочий коэффициент передачи активной мощности есть отношение активной мощности в нагрузке  $P = U_2^2/r_H$  к максимальной активной мощности  $P_{O_{\text{max}}} = E^2/(4r_i)$ :

$$K_{\text{раб}} = \frac{P}{P_{O_{\text{max}}}} = \frac{4r_i U_2^2}{r_H E^2} = \frac{4r_i}{r_H} |K_U(j\omega)|^2 = |\hat{K}_U(j\omega)|^2,$$

где нормированная передаточная функция по напряжению

$$\hat{K}_U(j\omega) = 2K_U(j\omega) \sqrt{\frac{r_i}{r_H}} = 2 \frac{\dot{U}_2}{\dot{E}} \sqrt{\frac{r_i}{r_H}}$$

## 1.6. Характеристические параметры четырехполюсника

### 1.6.1. Характеристическое сопротивление

Характеристическое (или согласованное) сопротивление  $Z_C$  симметричного четырехполюсника – такое сопротивление, при подключении которого к выходным зажимам 2–2' (см. рис. 1.6), то есть  $Z_H = Z_C$ , входное сопротивление  $Z_{\text{вх}}$  на зажимах 1–1' будет равно  $Z_C$ .

Подставив в выражение (1.14)  $Z_{\text{вх}} = Z_C$  и  $Z_H = Z_C$ , для симметричного четырехполюсника ( $A_{11} = A_{22}$ ) получим

$$A_{21}Z_C^2 = A_{12}, \text{ откуда } Z_C = \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}}.$$

Учитывая соотношение (1.15), получим

$$Z_C = \sqrt{Z_X Z_K}. \quad (1.16)$$

Формулы для расчета сопротивлений холостого хода и короткого замыкания Т- и П-образного четырехполюсников (см. рис. 1.8 и 1.9) приведены на с.19.

Для T-образного четырехполюсника

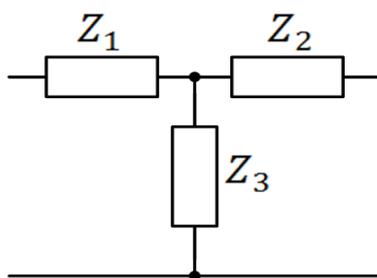


Рис. 1.8

$$\left. \begin{aligned} Z_X &= Z_1 + Z_3; \\ Z_K &= Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}; \end{aligned} \right\} \text{со стороны входа}$$

$$\left. \begin{aligned} Z_X &= Z_2 + Z_3; \\ Z_K &= Z_2 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_3}. \end{aligned} \right\} \text{со стороны выхода}$$

Для П-образного четырехполюсника

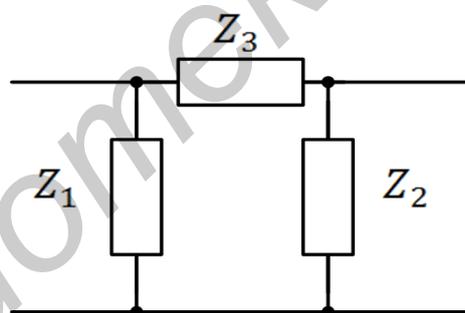


Рис. 1.9

$$\left. \begin{aligned} Z_X &= \frac{Z_1(Z_3 + Z_2)}{Z_1 + Z_2 + Z_3}; \\ Z_K &= \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_3}; \end{aligned} \right\} \text{со стороны входа}$$

$$\left. \begin{aligned} Z_X &= \frac{Z_2(Z_1 + Z_3)}{Z_1 + Z_2 + Z_3}; \\ Z_K &= \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}. \end{aligned} \right\} \text{со стороны выхода}$$

### 1.6.2. Характеристическая постоянная передачи

<p>Характеристическая постоянная передачи согласованного четырехполюсника по току</p>	<p>Характеристическая постоянная передачи согласованного</p>	<p>согласованного</p>
$g_c = \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \cdot \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right]. \quad (1.17)$		
<p>При <math>\dot{U}_1 = -Z_C \dot{I}_1</math> и <math>\dot{U}_2 = -Z_C \dot{I}_2</math></p>		
$g_c = \frac{1}{2} \ln \frac{Z_C \dot{I}_1^2}{Z_C \dot{I}_2^2} = \ln \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2}.$		
<p>Характеристическая постоянная передачи согласованного четырехполюсника по напряжению</p>	<p>Характеристическая постоянная передачи согласованного</p>	<p>согласованного</p>
$g_c = \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \frac{\frac{\dot{U}_1}{Z_C}}{\frac{\dot{U}_2}{Z_C}} = \ln \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}$		
<p>или</p>		
$e^{g_c} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{1}{K_U(j\omega)} = \frac{1}{K_I(j\omega)}.$		
<p>Характеристическое затухание и характеристическая фаза</p>		
$g_c = a_c + jb_c,$		
$e^{g_c} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{U_1}{U_2} \frac{e^{j(\psi_1 - \psi_2)}}{b_c} = e^{a_c} e^{jb_c}.$		
<p>Характеристическое затухание</p>		
$a_c = \ln \frac{U_1}{U_2} = \ln \frac{I_1}{I_2} \quad [\text{Нп}] \quad \text{или} \quad [\text{дБ}].$		
<p>Характеристическая фаза</p>		
$b_c = \psi_1 - \psi_2 \quad [\text{град}] \quad \text{или} \quad [\text{рад}].$		

<p>Характеристическая постоянная передачи согласованного четырехполюсника по мощности</p> $\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \cdot \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = e^{2a_c} e^{j2b_c};$ $\frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} = \frac{S_1}{S_2} = e^{2a_c},$ <p>где <math>S_1</math> и <math>S_2</math> – полные мощности соответственно на входе и выходе четырехполюсника.</p> $a_c = \frac{1}{2} \ln \frac{S_1}{S_2} \text{ [Нп]};$ $a_c = 20 \frac{1}{2} \lg \frac{S_1}{S_2} = 10 \lg \frac{S_1}{S_2} \text{ [дБ]}.$	
1 Нп = 8,686 дБ	1 дБ = 0,115 Нп

### 1.6.3. Рабочие параметры четырехполюсников

<p>Рабочая постоянная передачи</p> $g = a + jb = \ln \frac{1}{\hat{K}_U(j\omega)} = \ln \left  \frac{1}{\hat{K}_U(\omega)} \right  - j\varphi(\omega),$ <p>где <math>\hat{K}_U(j\omega)</math> – нормированная передаточная функция четырехполюсника по напряжению; <math>1/\hat{K}_U(j\omega)</math> – рабочий коэффициент передачи.</p> $a = \ln \left  \frac{1}{\hat{K}_U(\omega)} \right  = \ln \frac{E}{2U_2} \sqrt{\frac{r_H}{r_i}} - \text{рабочее затухание};$ $b = -\varphi(\omega) = \psi_1(\omega) - \psi_2(\omega) - \text{рабочая фаза}.$
--

### 1.7. Уравнения четырехполюсника в гиперболических функциях

Для анализа электрических цепей с распределенными параметрами (например длинных линий) используют уравнения четырехполюсника в гиперболических функциях.

Выразим А-параметр четырехполюсника в уравнениях системы (1.5) через характеристическую постоянную передачи  $g_c$ , учитывая, что

$$\operatorname{ch} g_c = \frac{e^{g_c} + e^{-g_c}}{2}; \quad \operatorname{sh} g_c = \frac{e^{g_c} - e^{-g_c}}{2},$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}(-\dot{I}_2); \\ \dot{I}_1 &= A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}(-\dot{I}_2). \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = A_{11} + \frac{A_{12}(-\dot{I}_2)}{\dot{U}_2};$$

$e^{g_c} \rightarrow \dot{U}_2 \leftarrow -Z_C \dot{I}_2$   
 $e^{g_c} = A_{11} + \frac{A_{12}}{Z_C}$   
 $\swarrow \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}}$

$$e^{g_c} = A_{11} + \sqrt{A_{21}A_{12}};$$

$$e^{-g_c} = \frac{1}{A_{11} + \sqrt{A_{21}A_{12}}} \cdot \frac{A_{11} - \sqrt{A_{21}A_{12}}}{A_{11} - \sqrt{A_{21}A_{12}}} = \frac{A_{11} - \sqrt{A_{21}A_{12}}}{\underbrace{A_{11}^2 - A_{21}A_{12}}_{A_{11} = A_{22}}},$$

но  $A_{11}A_{22} - A_{21}A_{12} = 1$ , тогда  $e^{-g_c} = A_{11} - \sqrt{A_{21}A_{12}}$ .

Так как  $\begin{cases} \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \text{ch } x & (\text{косинус гиперболический}); \\ \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \text{sh } x & (\text{синус гиперболический}), \end{cases}$

то  $\begin{cases} \frac{e^{g_c} + e^{-g_c}}{2} = A_{11} = A_{22} = \text{ch } g_c; \\ \frac{e^{g_c} - e^{-g_c}}{2} = A_{11} = A_{22} = \text{sh } g_c. \end{cases}$

$$Z_C = \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}}, \quad \text{но } A_{21} = \frac{A_{12}}{Z_C}, \quad \text{тогда } \text{sh } g_c = \sqrt{A_{21}A_{12}} = \frac{A_{12}}{Z_C},$$

откуда  $A_{12} = Z_C \text{sh } g_c.$

$$Z_C = \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}}, \quad \text{но } A_{12} = Z_C^2 A_{21}, \quad \text{тогда } \text{sh } g_c = \sqrt{A_{21}A_{12}} = Z_C A_{21},$$

откуда  $A_{21} = \frac{\text{sh } g_c}{Z_C}.$

Таким образом,

$$A_{11} = A_{22} = \operatorname{ch} g_c;$$

$$A_{21} = \frac{\operatorname{sh} g_c}{Z_C};$$

$$A_{12} = Z_C \operatorname{sh} g_c.$$

Тогда уравнения ЧП в гиперболических функциях

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \operatorname{ch} g_c \dot{U}_2 + Z_C \operatorname{sh} g_c (-\dot{I}_2); \\ \dot{I}_1 &= \frac{\operatorname{sh} g_c}{Z_C} \dot{U}_2 + \operatorname{ch} g_c (-\dot{I}_2). \end{aligned} \right\}$$

### 1.8. Основные виды соединений согласованных четырехполюсников

Основные виды соединений:

- каскадное (рис. 1.10);
- последовательное (рис. 1.11);
- параллельное (рис. 1.12);
- последовательно-параллельное (рис. 1.13);
- параллельно-последовательное (рис. 1.14).

Каскадное соединение

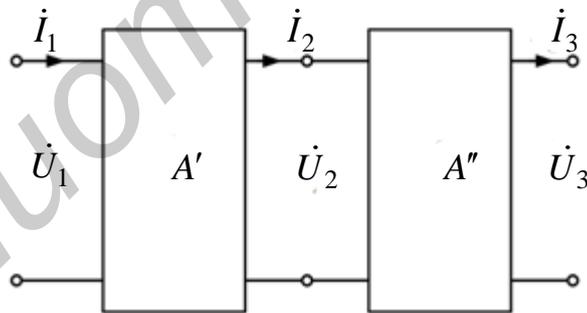


Рис. 1.10

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A'_{11} & A'_{12} \\ A'_{21} & A'_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A''_{11} & A''_{12} \\ A''_{21} & A''_{22} \end{bmatrix}}_{\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_3 \\ \dot{I}_3 \end{bmatrix}$$

Последовательное соединение (по току)

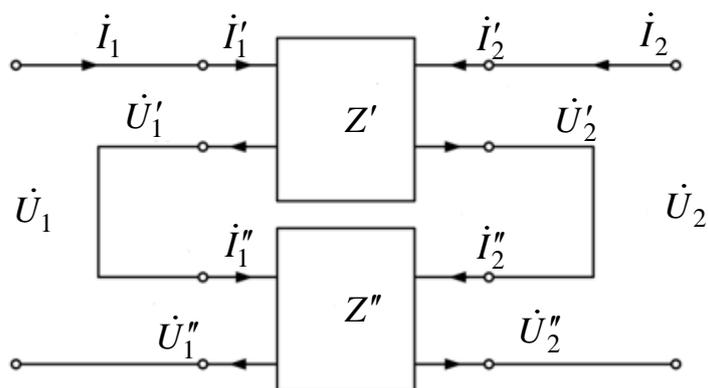


Рис. 1.11

Вход:  
 $\dot{U}_1 = \dot{U}'_1 + \dot{U}''_1$   
 $\dot{i}_1 = \dot{i}'_1 = \dot{i}''_1$

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \end{bmatrix},$$

Выход:  
 $\dot{U}_2 = \dot{U}'_2 + \dot{U}''_2$   
 $\dot{i}_2 = \dot{i}'_2 + \dot{i}''_2$

где  $\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'_{11} & Z'_{12} \\ Z'_{21} & Z'_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z''_{11} & Z''_{12} \\ Z''_{21} & Z''_{22} \end{bmatrix}$

Параллельное соединение (по напряжению)

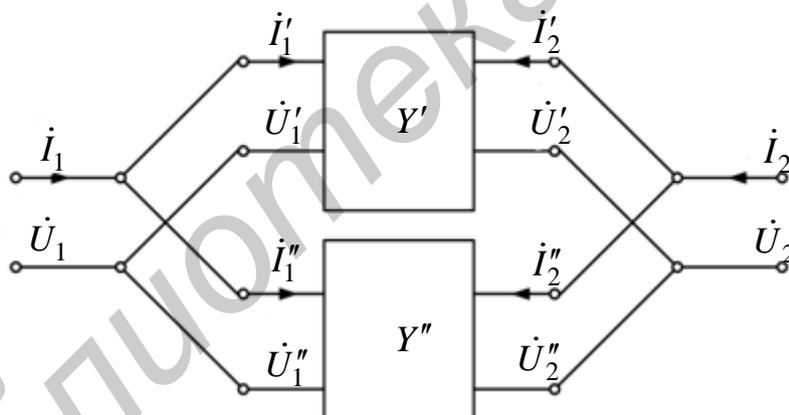


Рис. 1.12

Вход:  
 $\dot{U}_1 = \dot{U}'_1 = \dot{U}''_1$   
 $\dot{i}_1 = \dot{i}'_1 + \dot{i}''_1$

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix},$$

Выход:  
 $\dot{U}_2 = \dot{U}'_2 = \dot{U}''_2$   
 $\dot{i}_2 = \dot{i}'_2 + \dot{i}''_2$

где  $\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y'_{11} & Y'_{12} \\ Y'_{21} & Y'_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y''_{11} & Y''_{12} \\ Y''_{21} & Y''_{22} \end{bmatrix}$

Последовательно-параллельное соединение

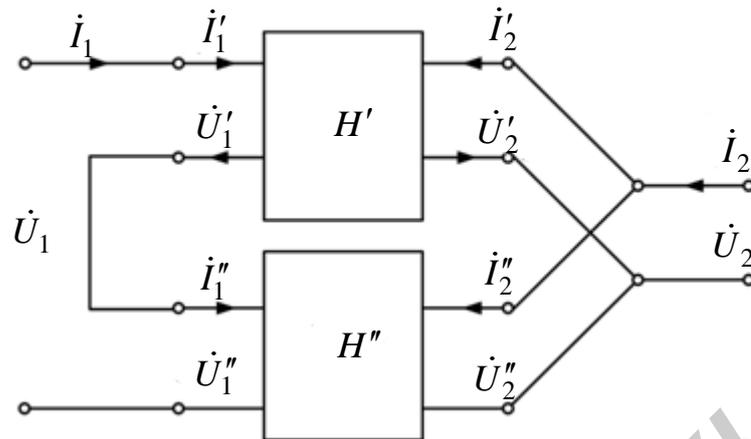


Рис. 1.13

Вход:  
 $\dot{U}_1 = \dot{U}'_1 + \dot{U}''_1$   
 $\dot{i}_1 = \dot{i}'_1 = \dot{i}''_1$

Выход:  
 $\dot{U}_2 = \dot{U}'_2 = \dot{U}''_2$   
 $\dot{i}_2 = \dot{i}'_2 + \dot{i}''_2$

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{i}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix},$$

где  $\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H'_{11} & H'_{12} \\ H'_{21} & H'_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H''_{11} & H''_{12} \\ H''_{21} & H''_{22} \end{bmatrix}$

Параллельно-последовательное соединение

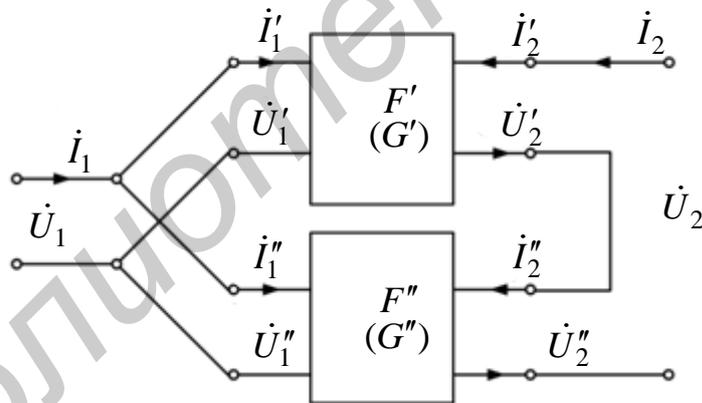


Рис. 1.14

Вход:  
 $\dot{U}_1 = \dot{U}'_1 = \dot{U}''_1$   
 $\dot{i}_1 = \dot{i}'_1 + \dot{i}''_1$

Выход:  
 $\dot{U}_2 = \dot{U}'_2 + \dot{U}''_2$   
 $\dot{i}_2 = \dot{i}'_2 = \dot{i}''_2$

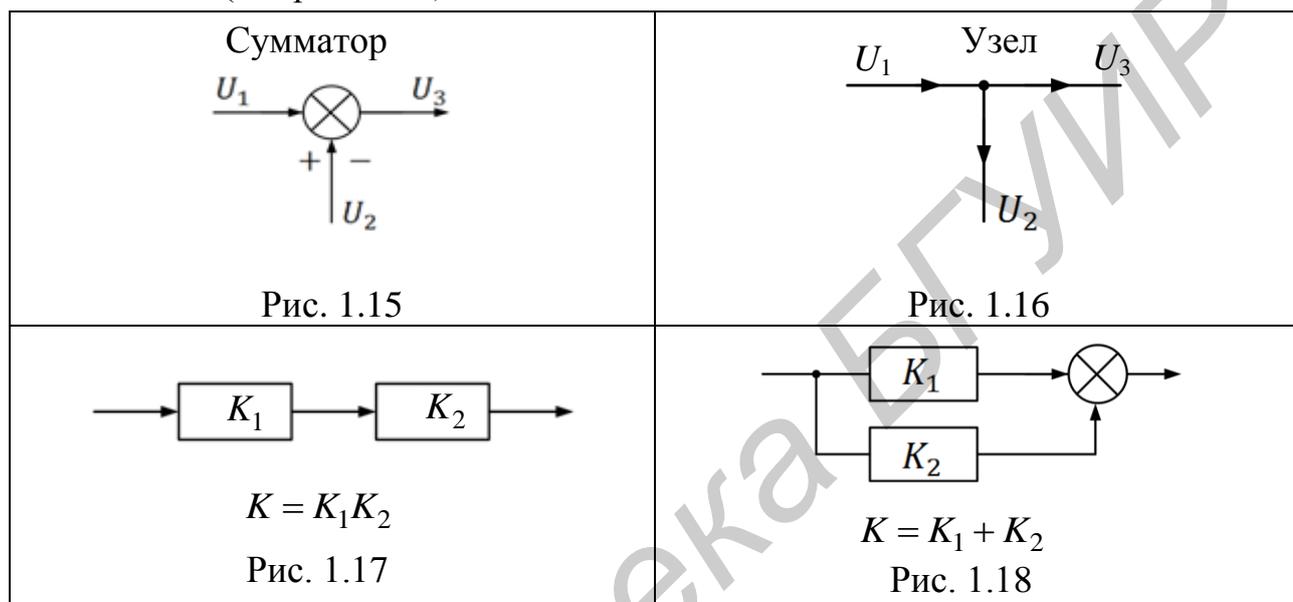
$$\begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{i}_2 \end{bmatrix},$$

где  $\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F'_{11} & F'_{12} \\ F'_{21} & F'_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F''_{11} & F''_{12} \\ F''_{21} & F''_{22} \end{bmatrix}$

### 1.9. Обратная связь в четырехполюсниках

В структурной схеме электрической цепи, представленной в виде однонаправленных четырехполюсников, не нагружающих друг друга, сложение или вычитание сигналов изображают *сумматором* (рис. 1.15), разветвление сигналов изображают *узлом* (рис. 1.16).

При цепочечных соединениях однонаправленных четырехполюсников (см. рис. 1.17) их коэффициенты передачи перемножаются, а параллельно включенных (см. рис. 1.18) – складываются.



В структурной схеме электрической цепи с обратной связью (рис. 1.19)  $K_a(j\omega) = U_{\text{вых}}(j\omega)/U_1(j\omega)$  – коэффициент передачи активного четырехполюсника без обратной связи;  $K_{\text{OC}}(j\omega) = U_{\text{OC}}(j\omega)/U_{\text{вых}}(j\omega)$  – коэффициент передачи цепи обратной связи.

В формуле (1.18) произведение  $K_a K_{\text{OC}} = \frac{U_{\text{OC}}}{U_1}$  называют *возвратным отношением*, а знаменатель  $1 \mp K_a K_{\text{OC}}$  – *возвратной разностью*.

Модуль возвратной разности  $|1 \mp K_a K_{\text{OC}}| \gg 1$  называют *глубиной обратной связи*.

Если  $|1 \mp K_a K_{\text{OC}}| \gg 1$ , то  $K \approx 1/K_{\text{OC}}$  и обратную связь называют *глубокой*.

Обратную связь называют *положительной* (ПОС) при совпадении по фазе сигнала на входе цепи  $U_{\text{вх}}$  и выходе цепи обратной связи  $U_{\text{OC}}$ .

Если сигналы  $U_{\text{OC}}$  и  $U_{\text{вх}}$  находятся в противофазе, то обратная связь *отрицательная* (ОСС).

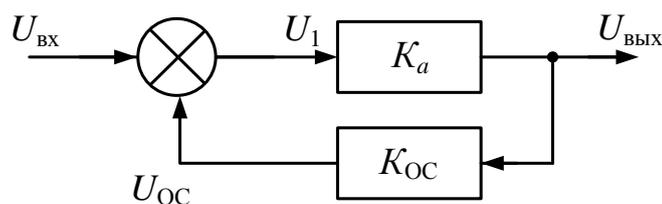


Рис. 1.19

При  $U_1 = U_{\text{ВХ}} \pm U_{\text{ОС}}$

$$U_{\text{ВХ}} = U_1 \mp U_{\text{ОС}}$$

$$K = \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_1 \mp U_{\text{ОС}}} = \frac{\frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_1}}{1 \mp \frac{U_{\text{ОС}}}{U_1} \cdot \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_1}} = \frac{K_a}{1 \mp K_a K_{\text{ОС}}}, \quad (1.18)$$

где  $K_a K_{\text{ОС}} = \frac{U_{\text{ОС}}}{U_1}$  – возвратное отношение.

В общем случае возвратное отношение является функцией частоты и сдвиг по фазе между  $U_{\text{ОС}}$  и  $U_{\text{ВХ}}$  может быть в пределах от 0 до  $\pi$ . При этом обратную связь считают положительной, если возвратная разность в формуле (1.18)  $|1 \mp K_a K_{\text{ОС}}| < 1$ , а  $|K| > |K_a|$ , и отрицательной, если  $|1 \mp K_a K_{\text{ОС}}| > 1$ , а  $|K| < |K_a|$ .

Обратную связь называют *жесткой*, когда передаточная функция цепи обратной связи не зависит от частоты:  $K_{\text{ОС}}(j\omega) = K_{\text{ОС}}$ .

Передаточную функцию более сложной цепи с обратной связью (рис. 1.20) записывают формулой (1.19).

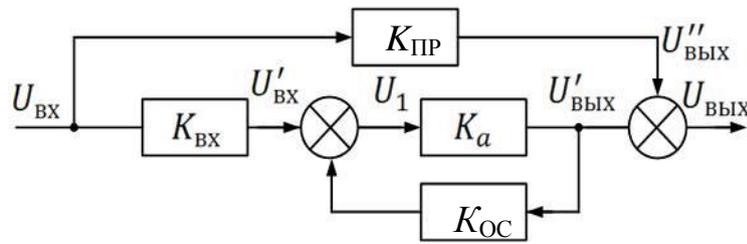


Рис. 1.20

Для пассивной цепи  $K_{\text{пр}} = \frac{U''_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}}$ ,

для входной цепи  $K_{\text{вх}} = \frac{U'_{\text{ВХ}}}{U_{\text{ВХ}}}$ , тогда  $K = \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = \left\{ \left[ \frac{K_a}{1 \mp K_a K_{\text{ОС}}} \right] K_{\text{вх}} + K_{\text{пр}} \right\}$ . (1.19)

### 1.10. Влияние обратной связи на характеристики цепи

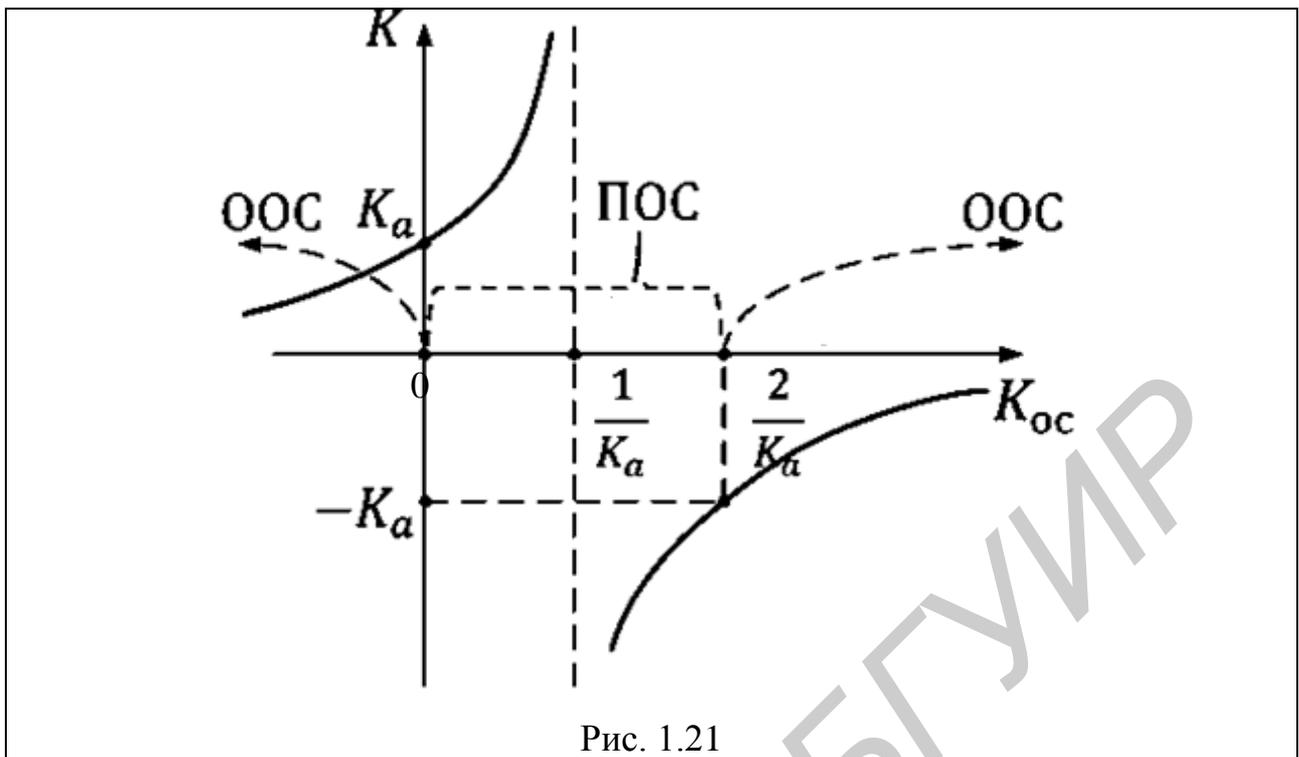
#### 1.10.1. Влияние обратной связи на коэффициент усиления цепи

Если  $K_a(j\omega)$  и  $K_{\text{ОС}}(j\omega)$  в схеме на рис. 1.19 не зависят от частоты входного сигнала и напряжение обратной связи отрицательно, то коэффициент усиления данной цепи

$$K = \frac{K_a}{1 - K_a K_{\text{ОС}}}. \quad (1.20)$$

Изменяя в формуле (1.20)  $K_{\text{ОС}}$  (при  $K_a = \text{const}$ ), на рис. 1.21 строим график  $K = f(K_{\text{ОС}})$ .

$K_{\text{ОС}} = 0$	$K = K_a$
$K_{\text{ОС}} = \frac{1}{K_a}$	$K \rightarrow \infty$
$K_{\text{ОС}} = \frac{2}{K_a}$	$K \rightarrow -K_a$
$K_{\text{ОС}} \rightarrow \infty$	$K \rightarrow 0$



Из графика на рис. 1.21 видно, что при  $0 < K_{OC} < \frac{2}{K_a}$  обратная связь положительна и  $|K| > |K_a|$ , а при  $K_{OC} < 0$  и  $K_{OC} > \frac{2}{K_a}$  – отрицательна и  $|K| < |K_a|$ .

### 1.10.2. Влияние изменения коэффициента усиления активной цепи на коэффициент усиления цепи с обратной связью

Если  $K_a(j\omega)$  и  $K_{OC}(j\omega)$  в схеме на рис. 1.19 не зависят от частоты входного сигнала и напряжение обратной связи отрицательно, то коэффициент усиления цепи определяется по формуле (1.20).

Изменяя в формуле (1.20)  $K_a$  (при  $K_{OC} = \text{const}$ ), на рис. 1.22 строим график  $K = f(K_a)$ .

$K_a = 0$	$K = 0$
$K_a = \frac{1}{K_{OC}}$	$K \rightarrow \infty$
$K_a = \frac{2}{K_{OC}}$	$K = -\frac{2}{K_{OC}}$
$K_a \rightarrow \infty$	$K \rightarrow -\frac{1}{K_{OC}}$

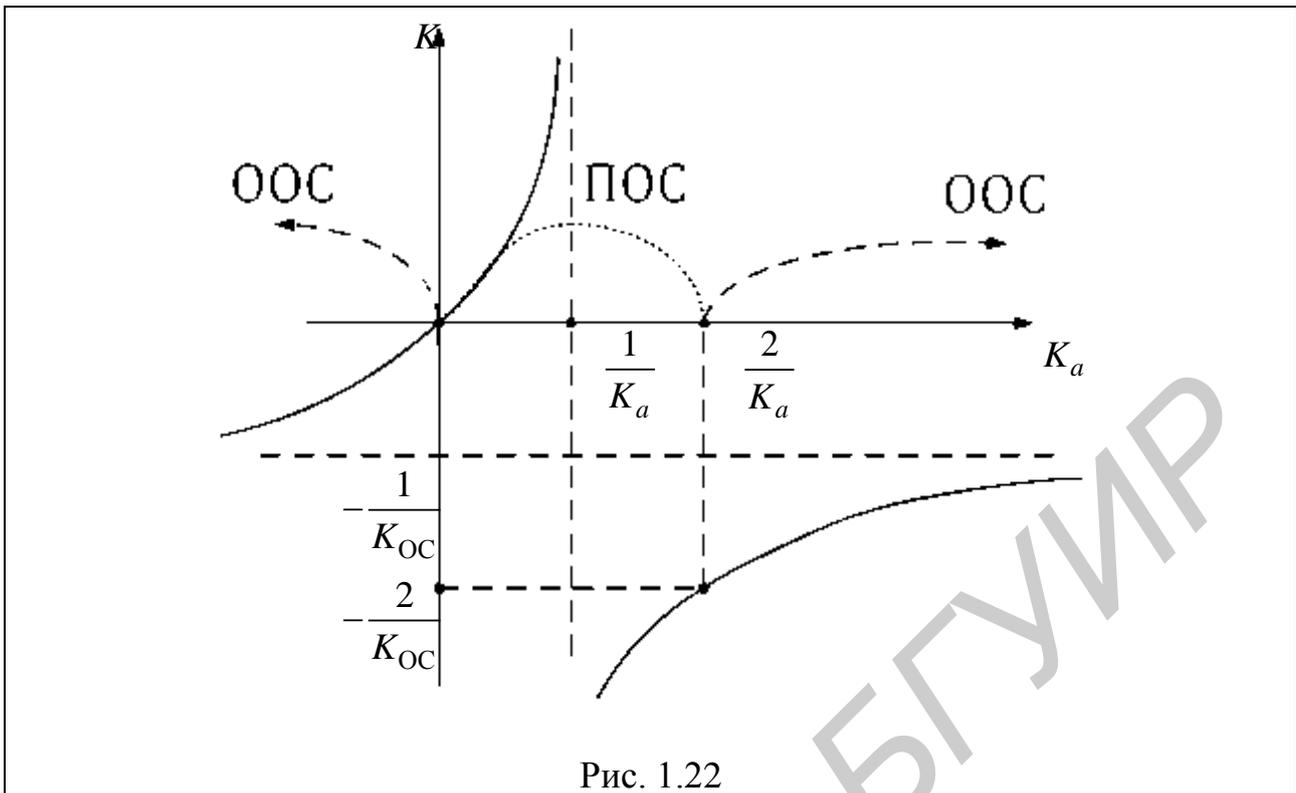


Рис. 1.22

Из графика на рис. 1.22 видно, что при  $K_a > \frac{2}{K_{OC}}$  и  $K_a < 0$  обратная связь отрицательна и  $|K| > |K_a|$ , а при  $0 < K_a < \frac{2}{K_{OC}}$  – положительна и  $|K| > |K_a|$ .

### 1.10.3. Влияние нестабильности коэффициента усиления активной части цепи на стабильность коэффициента усиления цепи с обратной связью

Влияние нестабильности коэффициента усиления активной части цепи  $K_a(j\omega)$  на стабильность коэффициента усиления цепи с обратной связью  $K(j\omega)$  (см. рис. 1.19) характеризуется чувствительностью  $S_{K_a}^K$ , под которой понимают отношение относительного изменения величины  $K(j\omega)$  к относительному изменению величины  $K_a(j\omega)$ :

$$S_{K_a}^K = \frac{dK/K}{dK_a/K_a} = \frac{K_a}{K} \frac{dK}{dK_a}. \quad (1.21)$$

Подставив в выражение (1.21) формулу (1.20) и взяв производную, получим

$$S_{K_a}^K = 1/(1 - K_a K_{OC}). \quad (1.22)$$

Анализ соотношения (1.22) показывает, что ООС ( $|1 - K_a K_{OC}| > 1$ ) уменьшает чувствительность цепи  $S_{K_a}^K$ , а значит, улучшает стабильность коэффициента усиления цепи с обратной связью. ПОС ( $|1 - K_a K_{OC}| < 1$ ) ухудшает стабильность цепи.

Для повышения стабильности коэффициента усиления цепи применяют глубокую ООС ( $|1 - K_a K_{OC}| \gg 1$ ). При этом стабильность коэффициента усиления цепи с обратной связью зависит только от стабильности цепи обратной связи.

#### 1.10.4. Влияние обратной связи на характеристики интегрирующей цепи

Интегрирующая цепь (рис. 1.23) имеет комплексную передаточную функцию

$$K_a(j\omega) = \frac{K_a}{1 + j\omega\tau_{ц}}, \quad (1.23)$$

то есть цепь является апериодической.

Схема интегрирующей цепи, охваченной жесткой обратной связью ( $K_{OC}(j\omega) = K_{OC}$ ), приведена на рис. 1.24.

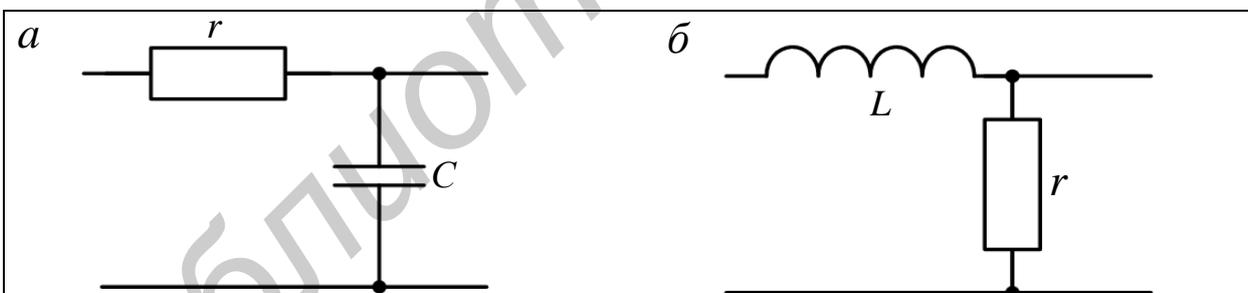


Рис. 1.23

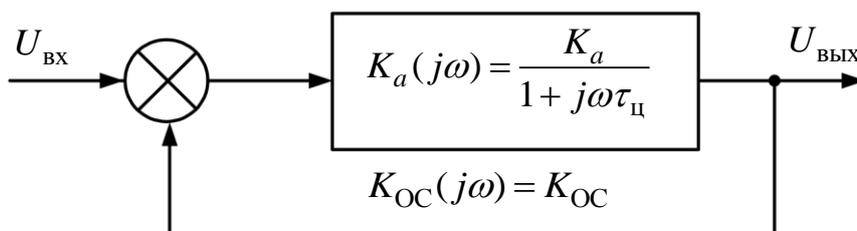


Рис. 1.24

Подставив соотношения (1.23) и  $K_{OC}(j\omega) = K_{OC}$  в формулу (1.18), получим комплексную передаточную функцию интегрирующей цепи (1.24), охваченной жесткой обратной связью:

$$\begin{aligned}
 K(j\omega) &= \frac{\frac{K_a}{1 + j\omega\tau_{\Pi}}}{1 \mp K_{OC} \frac{K_a}{1 + j\omega\tau_{\Pi}}} = \frac{K_a}{\underbrace{1 \mp K_{OC}K_a}_{\text{Возвратная}} + j\omega\tau_{\Pi}} = \\
 &= \frac{\frac{K_a}{1 \mp K_{OC}K_a}}{1 + j\omega \frac{\tau_{\Pi}}{1 \mp K_{OC}K_a}} = \frac{K'_a}{1 + j\omega\tau'_{\Pi}}.
 \end{aligned} \tag{1.24}$$

Соотношения (1.23) и (1.24) идентичны, то есть при охвате апериодического звена (интегрирующей цепи) жесткой обратной связью цепь остается апериодической.

При ООС  $K'_a$  и  $\tau'_{\Pi}$  уменьшаются, а при ПОС – увеличиваются.

Приравняв модуль АЧХ цепи (1.24) к уровню  $\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,707$ , получим граничную частоту полосы пропускания (1.25):

$$\begin{aligned}
 \frac{K'_a}{\sqrt{1 + \omega^2(\tau'_{\Pi})^2}} &= \frac{K'_a}{\sqrt{2}}; \\
 1 + \omega^2(\tau'_{\Pi})^2 &= 2; \\
 \omega_{\text{гр}} &= \frac{1}{\tau'_{\Pi}} = \frac{1}{\frac{\tau_{\Pi}}{1 \mp K_a K_{OC}}}.
 \end{aligned} \tag{1.25}$$

График нормированной АЧХ цепи приведен на рис. 1.25.

$$\text{ООС: } |1 \mp K_{\text{ОС}} K_a| > 1 \quad \tau_{\text{ц}} \downarrow \quad \omega_{\text{гр}} \uparrow$$

$$\text{ПОС: } |1 \mp K_{\text{ОС}} K_a| < 1 \quad \tau_{\text{ц}} \uparrow \quad \omega_{\text{гр}} \downarrow$$

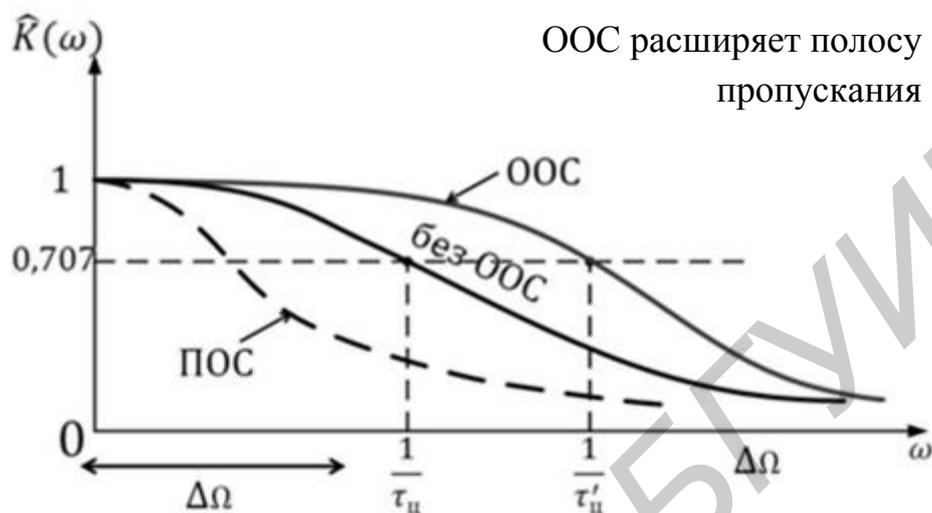


Рис. 1.25

Из рис. 1.25 видно, что ПОС сужает, а ООС расширяет полосу пропускания цепи.

#### 1.10.5. Влияние обратной связи на характеристики дифференцирующей цепи

Дифференцирующая цепь (рис. 1.26) имеет комплексную передаточную функцию

$$K_a(j\omega) = \frac{K_a}{1 + \frac{1}{j\omega\tau_{\text{ц}}}} = \frac{K_a j\omega\tau_{\text{ц}}}{1 + j\omega\tau_{\text{ц}}}, \quad (1.26)$$

то есть цепь является апериодической.

Схема дифференцирующей цепи, охваченной жесткой обратной связью ( $K_{\text{ОС}}(j\omega) = K_{\text{ОС}}$ ), приведена на рис. 1.27.

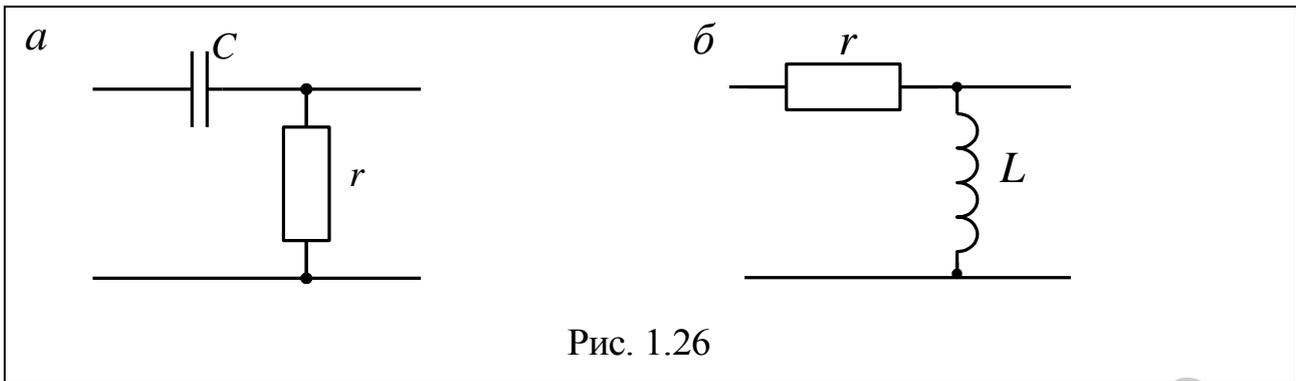


Рис. 1.26

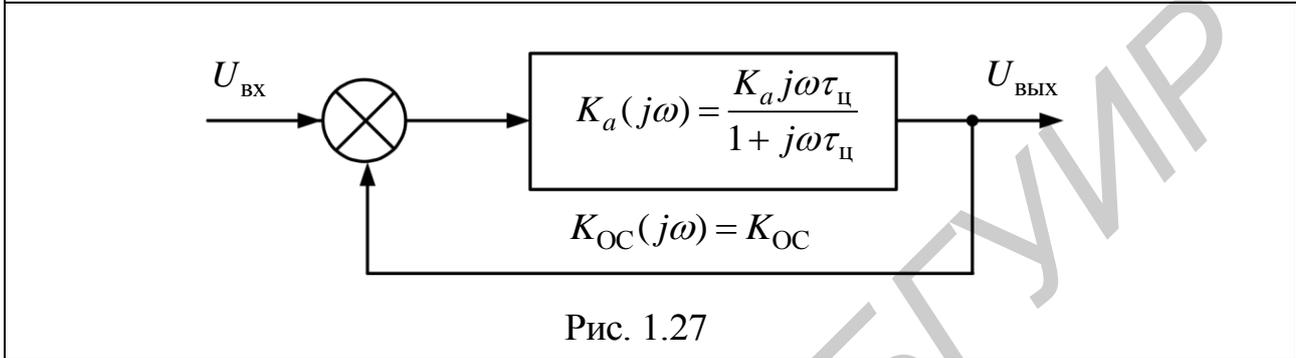


Рис. 1.27

Подставив соотношения (1.26) и  $K_{OC}(j\omega) = K_{OC}$  в формулу (1.18), получим комплексную передаточную функцию (1.27) дифференцирующей цепи, охваченной жесткой обратной связью.

$$\begin{aligned}
 K(j\omega) &= \frac{K_a}{1 \mp K_{OC}K_a} = \frac{\frac{K_a j\omega\tau_{ц}}{1 + j\omega\tau_{ц}}}{1 \mp \frac{K_{OC}K_a j\omega\tau_{ц}}{1 + j\omega\tau_{ц}}} = \\
 &= \frac{K_a j\omega\tau_{ц}}{1 \mp K_{OC}K_a j\omega\tau_{ц} + j\omega\tau_{ц}} = \frac{K_a}{\frac{1}{j\omega\tau_{ц}} + 1 \mp \underbrace{K_{OC}K_a}_{\text{Возвратная разность}}} = \\
 &= \frac{\frac{K_a}{1 \mp K_{OC}K_a}}{1 + \frac{1}{j\omega\tau_{ц}(1 \mp K_{OC}K_a)}} = \frac{K'_a}{1 + \frac{1}{j\omega\tau'_{ц}}}, \\
 K(j\omega) &= \frac{K'_a}{1 + \frac{1}{j\omega\tau'_{ц}}} \tag{1.27}
 \end{aligned}$$

Соотношения (1.26) и (1.27) идентичны, то есть при охвате дифференцирующей цепи жесткой обратной связью цепь остается аperiodической.

При ООС  $K'_a$  уменьшается, а  $\tau'_{ц}$  возрастает, тогда как при ПОС  $K'_a$  возрастает, а  $\tau'_{ц}$  уменьшается.

Приравняв модуль АЧХ цепи (1.27) к уровню  $\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,707$ , получим граничную часть полосы пропускания (1.28).

$$\frac{K'_a}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega_{гр}^2 (\tau'_{ц})^2}}} = \frac{K'_a}{\sqrt{2}};$$

$$1 + \frac{1}{\omega_{гр}^2 (\tau'_{ц})^2} = 2;$$

$$\tau'_{ц} = \tau_{ц} (1 \mp K_{ОС} K_a);$$

$$\omega_{гр} = \frac{1}{\tau'_{ц}} \tag{1.28}$$

График нормированной АЧХ цепи приведен на рис. 1.28.

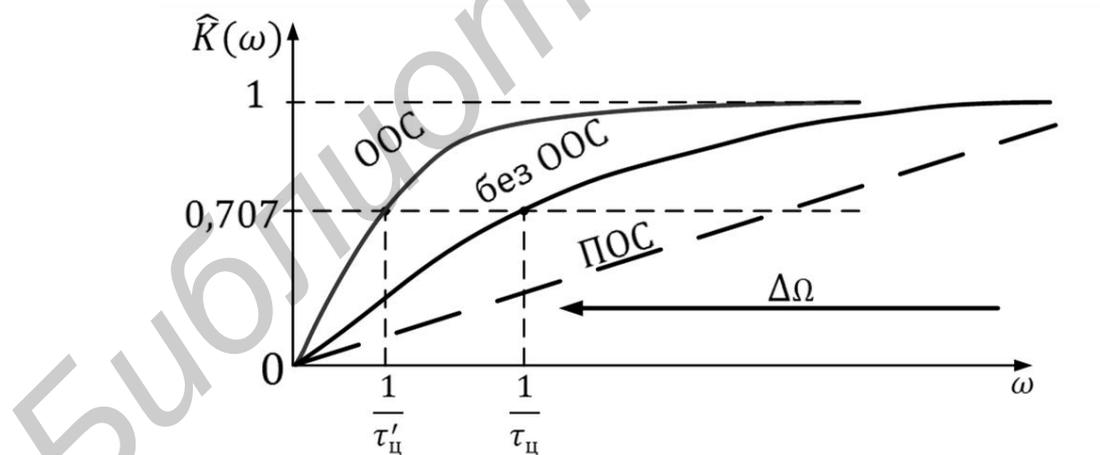


Рис. 1.28

Из рис. 1.28 следует, что ООС расширяет, а ПОС сужает полосу пропускания цепи.

## 2. Активные цепи

### 2.1. Эквивалентные схемы активных цепей

Активные электрические цепи содержат зависимые источники тока или напряжения (например, транзисторы, интегральные микросхемы и прочее).

Особенности активных цепей:

- в них возможно усиление сигналов по мощности (за счет энергии источников, находящихся в цепях питания активных элементов);
- они, как правило, однонаправлены и необратимы, то есть сигнал передается в одном направлении (например  $Z_{12} \neq Z_{21}, Y_{12} \neq Y_{21}$ );
- они позволяют изменять знак сопротивлений цепи (например, с помощью активных сопротивлений и емкостей получать индуктивные сопротивления);
- они позволяют осуществлять операции суммирования, дифференцирования, интегрирования сигналов.

Методы анализа активных цепей:

- 1) метод, использующий эквивалентные схемы активных цепей;
- 2) матричный метод.

Первый метод осуществляется с применением *двух подходов*.

*Первый подход.* Один из них основан на представлении активной части цепи в виде четырехполюсника. Например, биполярный транзистор (рис. 2.1–2.3) рассматривается как четырехполюсник, параметры которого определяют с помощью одной из шести систем уравнений (1.3)–(1.8). Такой подход не требует рассмотрения внутренних физических процессов активных элементов цепи.

Биполярный транзистор  
с общим эмиттером

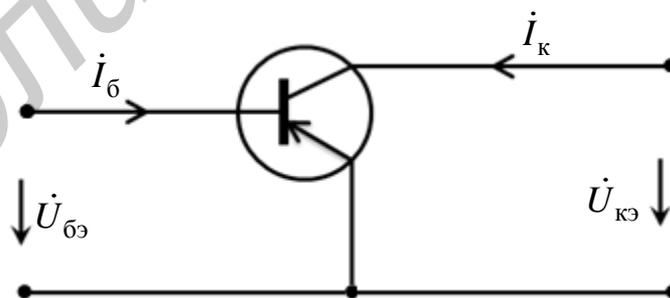


Рис. 2.1

Биполярный транзистор  
с общей базой

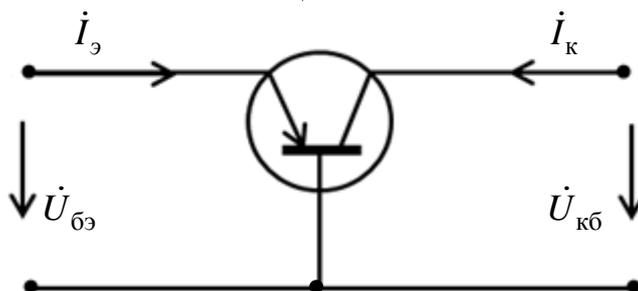


Рис. 2.2

Биполярный транзистор  
с общим коллектором

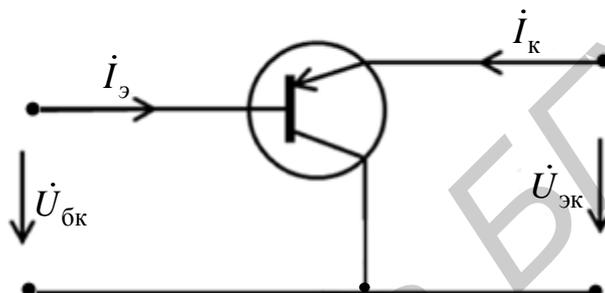


Рис. 2.3

Схемы замещения активных четырехполюсников в соответствии с уравнениями в  $Y$ -,  $Z$ - и  $H$ -формах приведены на рис. 2.4–2.6.

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1 &= Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2; \\ \dot{I}_2 &= Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2. \end{aligned} \right\}$$

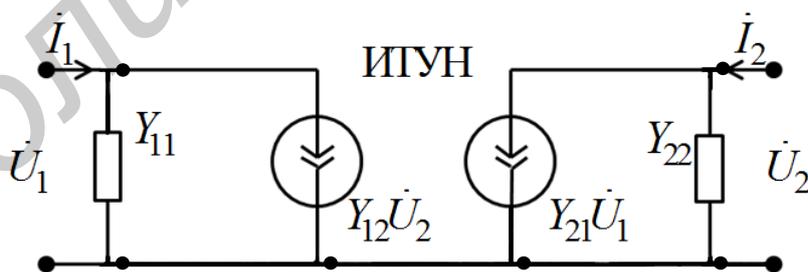


Рис. 2.4

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2; \\ \dot{U}_2 &= Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2. \end{aligned} \right\}$$

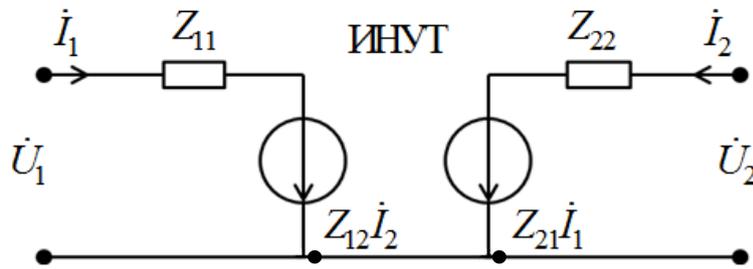


Рис. 2.5

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= H_{11}\dot{I}_1 + H_{12}\dot{U}_2; \\ \dot{I}_2 &= H_{21}\dot{I}_1 + H_{22}\dot{U}_2. \end{aligned} \right\}$$

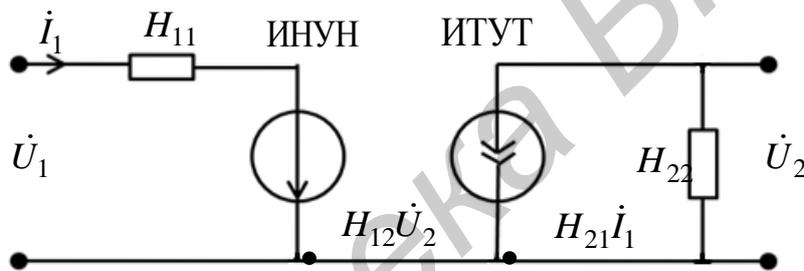


Рис. 2.6

На рис. 2.4 генератор тока  $Y_{12}\dot{U}_2$  учитывает влияние  $\dot{U}_2$  на входной ток  $\dot{I}_1$ , а генератор  $Y_{21}\dot{U}_1$  – на входной ток  $\dot{I}_2$ . Оба генератора являются зависимыми источниками тока, управляемыми напряжениями (сокращенно ИТУН).

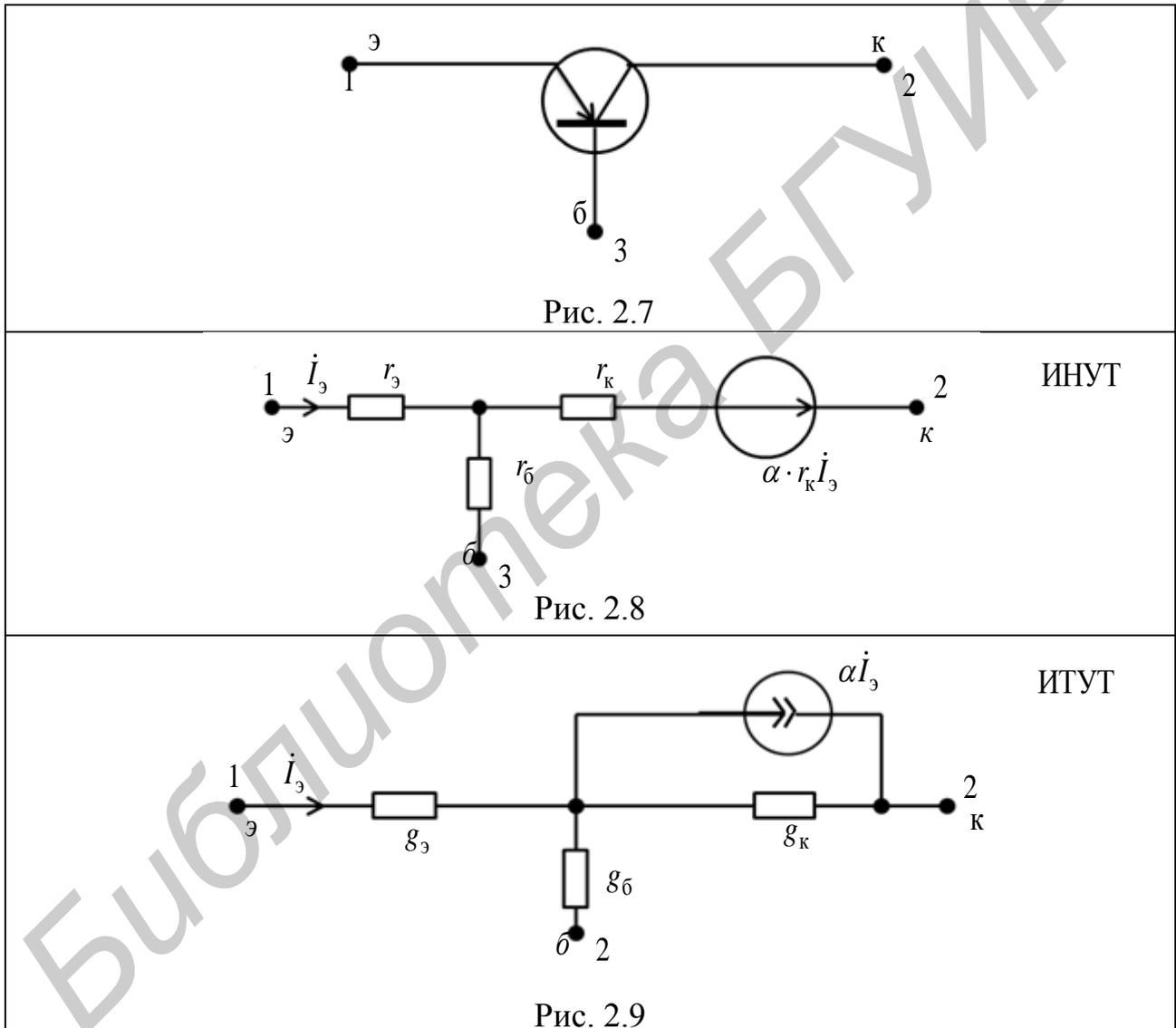
На рис. 2.5 источник напряжения  $Z_{12}\dot{I}_2$  учитывает влияние тока  $\dot{I}_2$  на  $\dot{U}_1$ , а источник  $Z_{21}\dot{I}_1$  – влияние  $\dot{I}_1$  на  $\dot{U}_2$ . Оба генератора являются зависимыми источниками напряжения, управляемыми токами (сокращенно ИНУТ).

На рис. 2.6 источник напряжения  $H_{12}\dot{U}_2$  учитывает влияние напряжения  $\dot{U}_2$  на напряжение  $\dot{U}_1$  (сокращенно ИНУН – источник напряжения, управляемый напряжением), а источник тока  $H_{21}\dot{I}_1$  учитывает влияние тока  $\dot{I}_1$  на ток  $\dot{I}_2$  (сокращенно ИТУТ – источник тока, управляемый током).

*Второй подход* анализа активных цепей – использующий эквивалентные схемы – основан на учете процессов, протекающих внутри активного электронного прибора.

Так, для биполярного транзистора (рис. 2.7) низкочастотная схема замещения с общей базой, содержащая зависимый источник ЭДС (ИНУТ), приведена на рис. 2.8, а схема, содержащая зависимый источник тока, на рис. 2.9. Схемы замещения на рис. 2.8 и 2.9 учитывают физические параметры  $r_э, r_б, r_к$  (активные сопротивления соответственно эмиттера, базы и коллектора транзистора) или проводимости  $g_э, g_б, g_к$ , а также  $\alpha$  (коэффициент усиления транзистора по току).

Для анализа схем с транзистором применяют  $H$ -параметры.



Анализ активных схем с использованием эквивалентных схем нагляден, но громоздок и не позволяет формализовать решение.

Формализовать определение передаточных функций и частотных характеристик активных электрических цепей позволяет *матричный метод*.



$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

Неопределенная матрица проводимостей (2.2) имеет свойства, облегчающие ее составление и позволяющие проверять правильность ее составления.

*Свойство 1.* Алгебраическая сумма элементов каждого столбца равна нулю.

Пусть  $\dot{\phi}_1 \neq 0$ , тогда система уравнений (2.1) примет вид

$$\left. \begin{array}{l} Y_{11}\dot{\phi}_1 = \dot{I}_1 \\ Y_{21}\dot{\phi}_1 = \dot{I}_2 \\ \dots \\ Y_{n1}\dot{\phi}_1 = \dot{I}_n \end{array} \right\}, \text{ откуда } (Y_{11} + Y_{21} + \dots + Y_{n1})\dot{\phi}_1 = \underbrace{\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dots + \dot{I}_n}_0, \\ \text{но } \dot{\phi}_1 \neq 0, \text{ и в соответствии с первым законом Кирхгофа}$$

$$\sum_{k=1}^n Y_{kj} = 0. \quad (2.4)$$

*Свойство 2.* Алгебраическая сумма элементов каждой строки равна нулю.

Пусть потенциалы всех узлов увеличились на постоянную величину  $\dot{\phi}_0$ , тогда первое уравнение системы (2.1) примет вид

$$Y_{11}(\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_0) + Y_{12}(\dot{\phi}_2 + \dot{\phi}_0) + \dots + Y_{1n}(\dot{\phi}_n + \dot{\phi}_0) = \dot{I}_1.$$

После группировки

$$\underbrace{(Y_{11}\dot{\phi}_1 + Y_{12}\dot{\phi}_2 + \dots + Y_{1n}\dot{\phi}_n)}_{\dot{I}_1} + \underbrace{(Y_{11} + Y_{12} + \dots + Y_{1n})}_{0} \dot{\phi}_0 = \dot{I}_1,$$

но  $\dot{\phi}_0 \neq 0$ , тогда

$$\sum_{j=1}^n Y_{jk} = 0. \quad (2.5)$$

Матрицу проводимостей, обладающую свойствами 1 и 2, называют *особенной*. Ее определитель равен нулю.

### 2.2.2. Метод короткого замыкания

Способ определения собственных и взаимных проводимостей узлов неопределенной матрицы (2.1), пригодный как для активных, так и для пассивных электрических цепей, называют *методом короткого замыкания*.

*Суть метода.* Для электрической цепи, содержащей  $n$  узлов, можно составить  $n$  узловых уравнений (см. формулу (2.1)). Для  $k$ -го узла уравнение имеет вид

$$Y_{k1}\dot{\varphi}_1 + Y_{k2}\dot{\varphi}_2 + \dots + Y_{kj}\dot{\varphi}_j + \dots + Y_{kn}\dot{\varphi}_n = \dot{J}_k. \quad (2.6)$$

Из этого уравнения видно, что ток  $k$ -го узла определяется наложением частичных токов, вызванных каждым из приложенных потенциалов  $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \dots, \dot{\varphi}_n$ , действующих независимо друг от друга. Поэтому проводимость  $Y_{kj}$  можно определить, если все узлы заземлить, а к узлу  $j$  подключить источник ЭДС  $\dot{\varphi}_j$ . Тогда из уравнения (2.6) получаем

$$\boxed{Y_{kj} = \frac{\dot{J}_k}{\dot{\varphi}_j}}, \quad (2.7)$$

где первый индекс  $k$  у проводимости  $Y_{kj}$  относится к току, а второй  $j$  – к потенциалу узла.

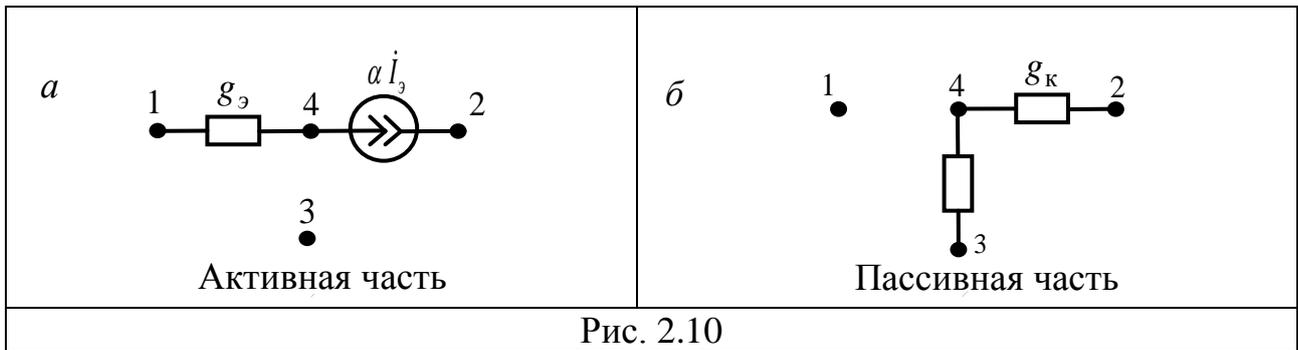
При  $\dot{\varphi}_j = 1$  В  $Y_{kj}$  численно равна  $\dot{J}_k$ .

### 2.2.3. Неопределенная матрица проводимостей транзистора

С помощью метода короткого замыкания составим неопределенную матрицу проводимостей транзистора с общей базой (см. рис. 2.9).

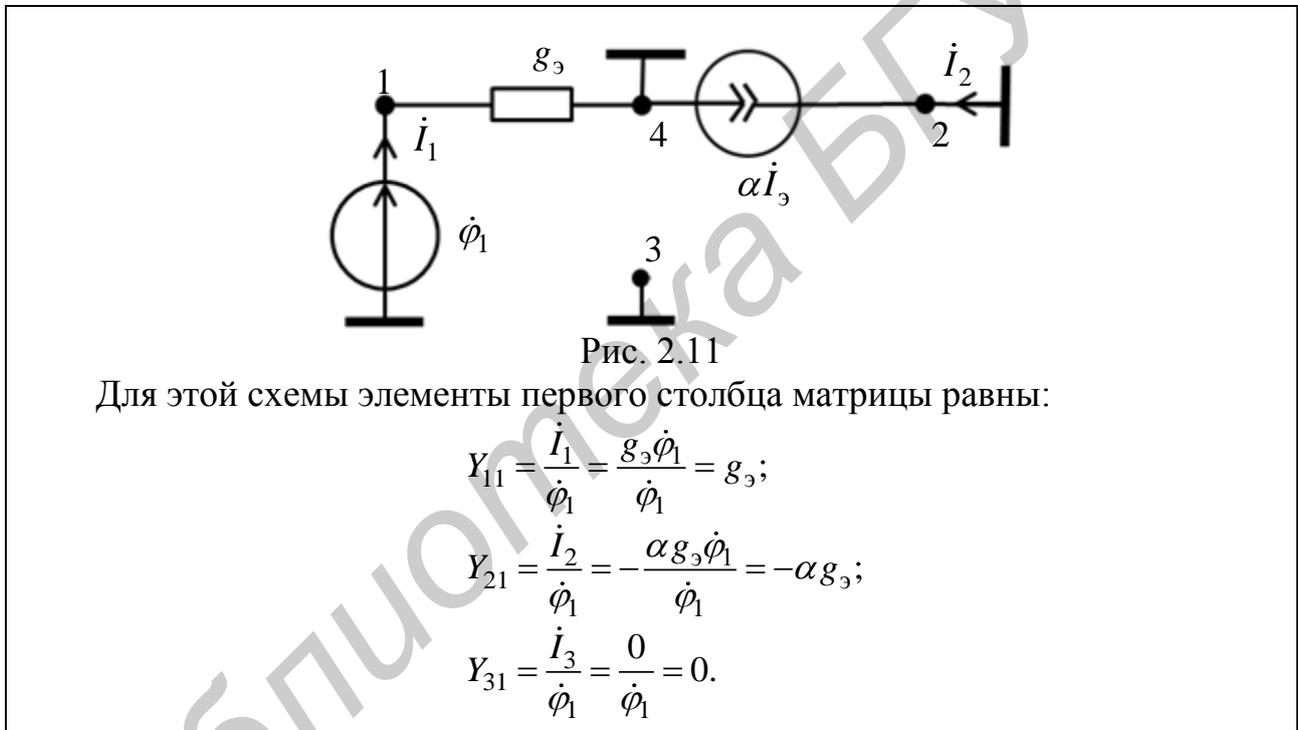
Поскольку узлов в схеме на рис. 2.9 четыре, то неопределенная матрица проводимостей будет содержать 4 столбца и 4 строки. Элементы первых трех столбцов и строк найдем методом короткого замыкания, а элементы четвертого столбца и четвертой строки получим, используя свойства (2.4) и (2.5) неопределенной матрицы проводимостей.

Для упрощения разделим схему, приведенную на рис. 2.9, на две части: активную (рис. 2.10, а) и пассивную (рис. 2.10, б).



Найдем неопределенную матрицу проводимостей  $[Y_{\text{Н акт}}]$  активной части схемы (см. рис. 2.10, *a*).

Согласно методу короткого замыкания, подключив источник ЭДС  $\dot{\phi}_1$  к узлу 1 и заземлив остальные узлы, получим схему, приведенную на рис. 2.11.



Далее, подключив источник ЭДС  $\dot{\phi}_2$  к узлу 2 и заземлив остальные узлы, получим схему, приведенную на рис. 2.12.

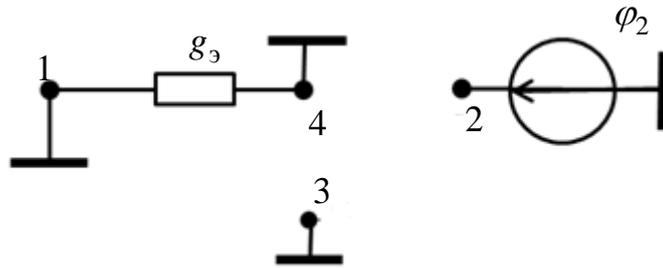


Рис. 2.12

Для этой схемы элементы второго столбца матрицы равны:

$$Y_{12} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{\phi}_2} = \frac{0}{\dot{\phi}_2} = 0;$$

$$Y_{22} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{\phi}_2} = \frac{0}{\dot{\phi}_2} = 0;$$

$$Y_{32} = \frac{\dot{I}_3}{\dot{\phi}_2} = \frac{0}{\dot{\phi}_2} = 0.$$

Подключив источник ЭДС  $\dot{\phi}_3$  к узлу 3 и заземлив остальные узлы, получим схему, приведенную на рис. 2.13.

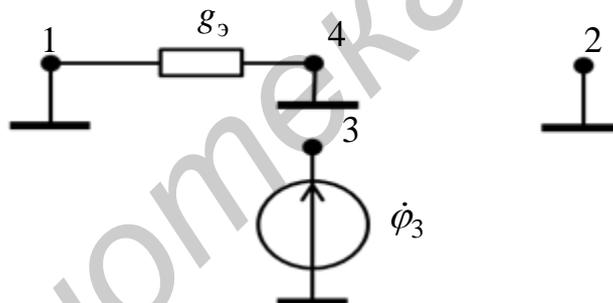


Рис. 2.13

Для этой схемы элементы третьего столбца матрицы равны:

$$Y_{13} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{\phi}_3} = 0;$$

$$Y_{23} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{\phi}_3} = 0;$$

$$Y_{33} = \frac{\dot{I}_3}{\dot{\phi}_3} = 0.$$

В результате неопределенная матрица проводимостей  $[Y_{\text{H акт}}]$  активной части схемы (см. рис. 2.10, а) будет следующая:

$$[Y_{\text{H акт}}] = \begin{bmatrix} g_3 & 0 & 0 & -g_3 \\ -\alpha g_3 & 0 & 0 & \alpha g_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(1-\alpha)g_3 & 0 & 0 & (1-\alpha)g_3 \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

В матрице (2.8) элементы четвертого столбца получены с помощью свойства (2.4), а элементы четвертой строки – с помощью свойства (2.5) неопределенной матрицы проводимостей.

Найдем неопределенную матрицу проводимостей  $[Y_{\text{H пас}}]$  пассивной части схемы (см. рис. 2.10, б).

Для этого, согласно методу короткого замыкания, подключив источник ЭДС  $\dot{\varphi}_1$  к узлу 1 и заземлив остальные узлы, получим схему, приведенную на рис. 2.14.

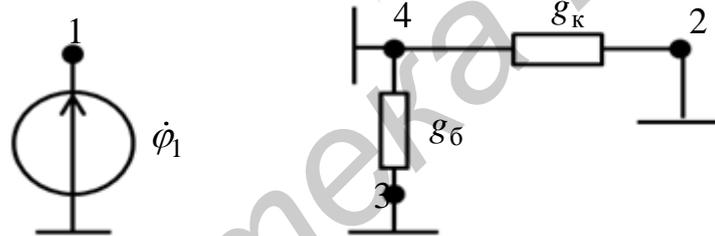


Рис. 2.14

Для этой схемы элементы первого столбца матрицы равны:

$$Y_{11} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{\varphi}_1} = 0;$$

$$Y_{21} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{\varphi}_1} = 0;$$

$$Y_{31} = \frac{\dot{I}_3}{\dot{\varphi}_1} = 0.$$

Далее, подключив источник ЭДС  $\dot{\varphi}_2$  к узлу 2 и заземлив остальные узлы, получим схему, приведенную на рис. 2.15.

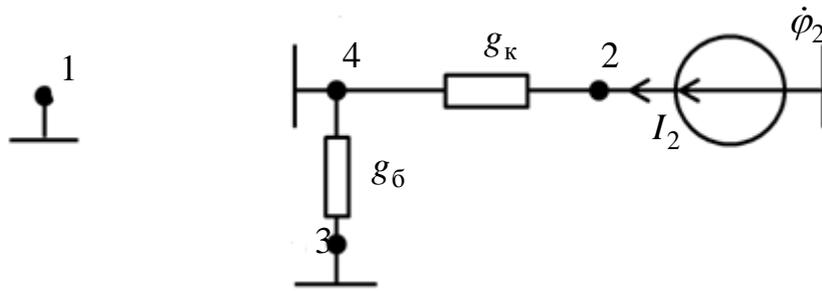


Рис. 2.15

Для этой схемы элементы второго столбца матрицы равны:

$$Y_{12} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{\phi}_2} = 0;$$

$$Y_{22} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{\phi}_2} = \frac{g_к \dot{\phi}_2}{\dot{\phi}_2} = g_к;$$

$$Y_{32} = \frac{\dot{I}_3}{\dot{\phi}_2} = 0.$$

Подключив источник ЭДС  $\dot{\phi}_3$  к узлу 3 и заземлив остальные узлы, получим схему, приведенную на рис. 2.16.

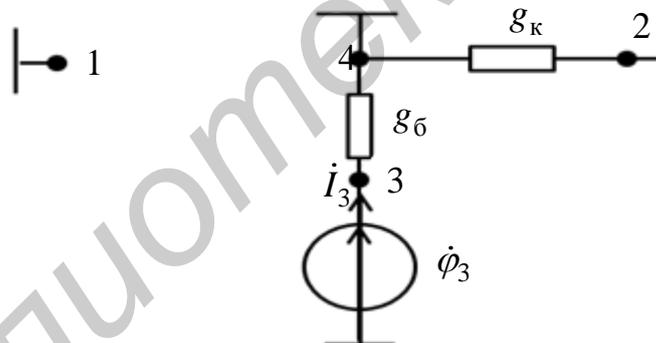


Рис. 2.16

Для этой схемы элементы третьего столбца матрицы равны:

$$Y_{13} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{\phi}_3} = 0;$$

$$Y_{23} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{\phi}_3} = 0;$$

$$Y_{33} = \frac{\dot{I}_3}{\dot{\phi}_3} = \frac{g_б \dot{\phi}_3}{\dot{\phi}_3} = g_б.$$

В результате неопределенная матрица проводимостей  $[Y_{Н\text{ пас}}]$  пассивной части схемы (см. рис. 2.10, б) будет следующая:

$$[Y_{Н\text{ пас}}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_k & 0 & -g_k \\ 0 & 0 & g_6 & -g_6 \\ 0 & -g_k & -g_6 & g_k + g_6 \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

В матрице (2.9) элементы четвертого столбца получены с помощью свойства (2.4), а элементы четвертой строки – с помощью свойства (2.5) неопределенной матрицы проводимостей.

В итоге неопределенная матрица проводимостей транзистора, приведенного на рис. 2.9, равна сумме двух матриц (2.8) и (2.9).

$$[Y_{Н\text{ акт}}] + [Y_{Н\text{ пас}}] = [Y_{Н}]$$

$$[Y_{Н}] = \begin{bmatrix} g_3 & 0 & -g_3 \\ -\alpha g_3 & g_k & \alpha g_3 - g_k \\ -(1-\alpha)g_3 & -g_k & g_k + g_6 + (1-\alpha)g_3 \end{bmatrix}. \quad (2.10)$$

Заземлив 3-й узел, получим определенную матрицу:

$$[Y] = \begin{bmatrix} g_3 & 0 & -g_3 \\ -\alpha g_3 & g_k & \alpha g_3 - g_k \\ -(1-\alpha)g_3 & -g_k & g_k + g_6 + (1-\alpha)g_3 \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

### 2.3. Гиратор

Гиратор – это такой активный четырехполюсник, реактивное входное сопротивление которого имеет знак, обратный знаку реактивного сопротивления, подключенного к его выходу.

В частности, если к выходу гиратора подключить конденсатор, то входное его сопротивление будет иметь индуктивный характер (рис. 2.17). Обобщенная схема гиратора приведена на рис. 2.18, эквивалентная – на рис. 2.4.



Рис. 2.17



Рис. 2.18

Для анализа гиратора используем систему  $Y$ -параметров (2.12), полагая, что  $Z_{11} = r_{11}$ ,  $Z_{12} = r_{12}$ ,  $Z_{21} = r_{21}$ ,  $Z_{22} = r_{22}$ :

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2; \\ \dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2. \end{cases} \quad (2.12)$$

Входная проводимость гиратора (рис. 2.18) равна  $Y_{\text{ВХ}} = \dot{I}_1 / \dot{U}_1$ .

Разделив первое уравнение системы (2.12) на  $\dot{U}_1$ , получим

$$Y_{\text{ВХ}} = Y_{11} + Y_{12} \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}. \quad (2.13)$$

Для определения отношения  $\dot{U}_2 / \dot{U}_1$ , разделив второе уравнение системы (2.12) на  $\dot{U}_1$ , и учитывая, что  $\dot{I}_2 = -\dot{U}_2 Y_{\text{Н}}$ , получим  $-Y_{\text{Н}} \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = Y_{21} + Y_{22} \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$ , откуда

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = -Y_{21} / (Y_{22} + Y_{\text{Н}}). \quad (2.14)$$

Подставив равенство (2.14) в уравнение (2.13), получим

$$Y_{\text{ВХ}} = Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22} + Y_{\text{Н}}}. \quad (2.15)$$

При  $Y_{11} \approx 0$ ,  $Y_{22} \approx 0$

$$Y_{\text{ВХ}} = \frac{1}{j\omega L} \rightarrow \boxed{Y_{\text{ВХ}} = -\frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{\text{Н}}}} \leftarrow Y_{\text{Н}} = j\omega C$$

$$\frac{1}{j\omega L} = -\frac{Y_{12}Y_{21}}{j\omega C};$$

$$L_{\text{экв}} = -\frac{C}{Y_{12}Y_{21}}. \quad (2.16)$$

Так как величины  $C$  и  $L_{\text{экв}}$  положительны, то для выполнения условия (2.16)  $Y_{12}$  и  $Y_{21}$  должны быть различны по знаку, при этом  $Y$ -матрица гиратора имеет вид

$$[Y] = \begin{bmatrix} 0 & -Y_{12} \\ Y_{21} & 0 \end{bmatrix}$$

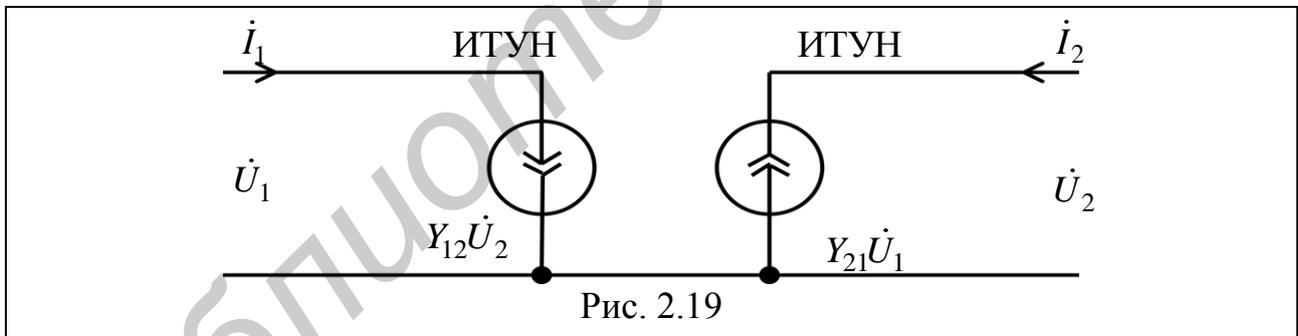
или

$$[g] = \begin{bmatrix} 0 & g_{12} \\ -g_{21} & 0 \end{bmatrix},$$

откуда уравнения гиратора записывают следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \dot{i}_1 &= Y_{12}\dot{U}_2; \\ \dot{i}_2 &= -Y_{21}\dot{U}_1. \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

Согласно системе (2.17) эквивалентная схема гиратора приведена на рис. 2.19



### 3. Электрические фильтры

#### 3.1. Классификация фильтров

Электрическим фильтром называют четырехполюсник, через который электрические колебания одних частот проходят с малым затуханием, а других – с большим.

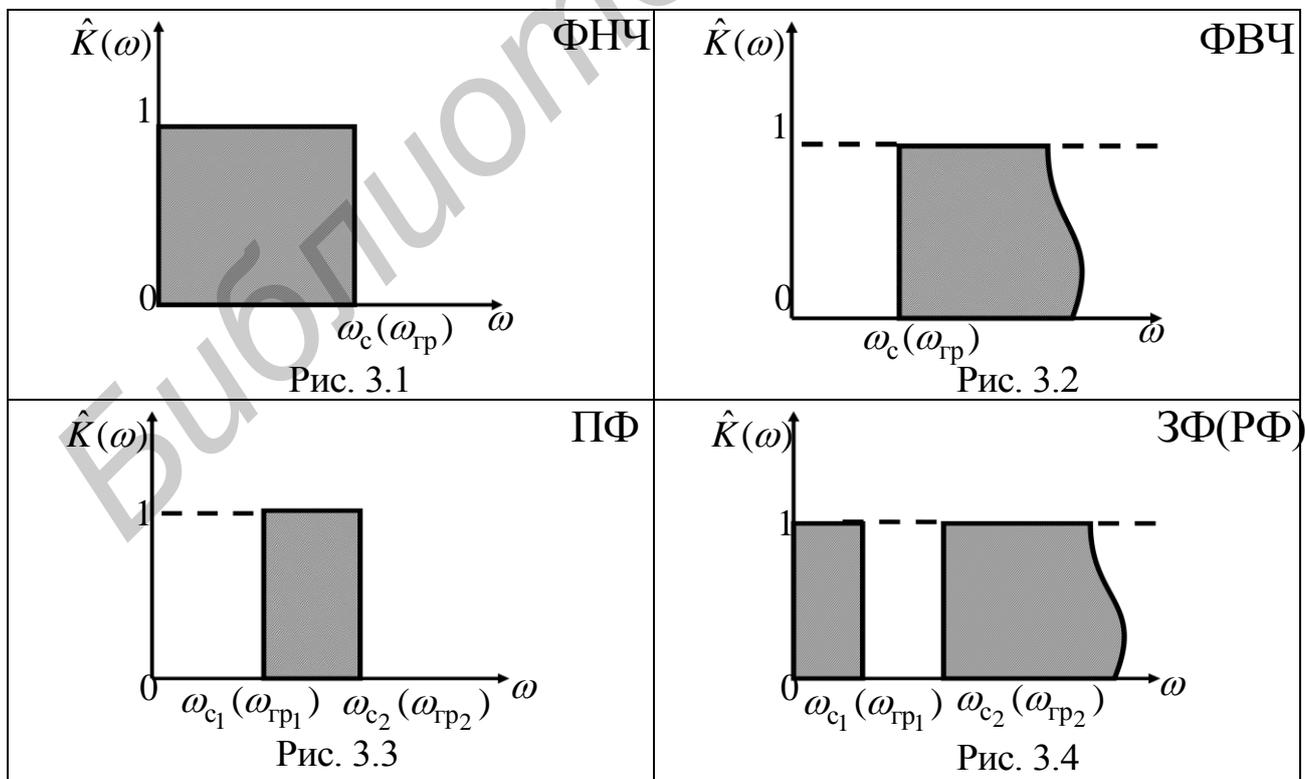
Диапазон частот, в пределах которого затухание не превышает некоторого установленного значения, называют *полосой пропускания* (или *прозрачности*) фильтра, а диапазон частот, где затухание меньше некоторого заданного значения, – *полосой затухания* (или *задерживания*).

#### Классификация электрических фильтров

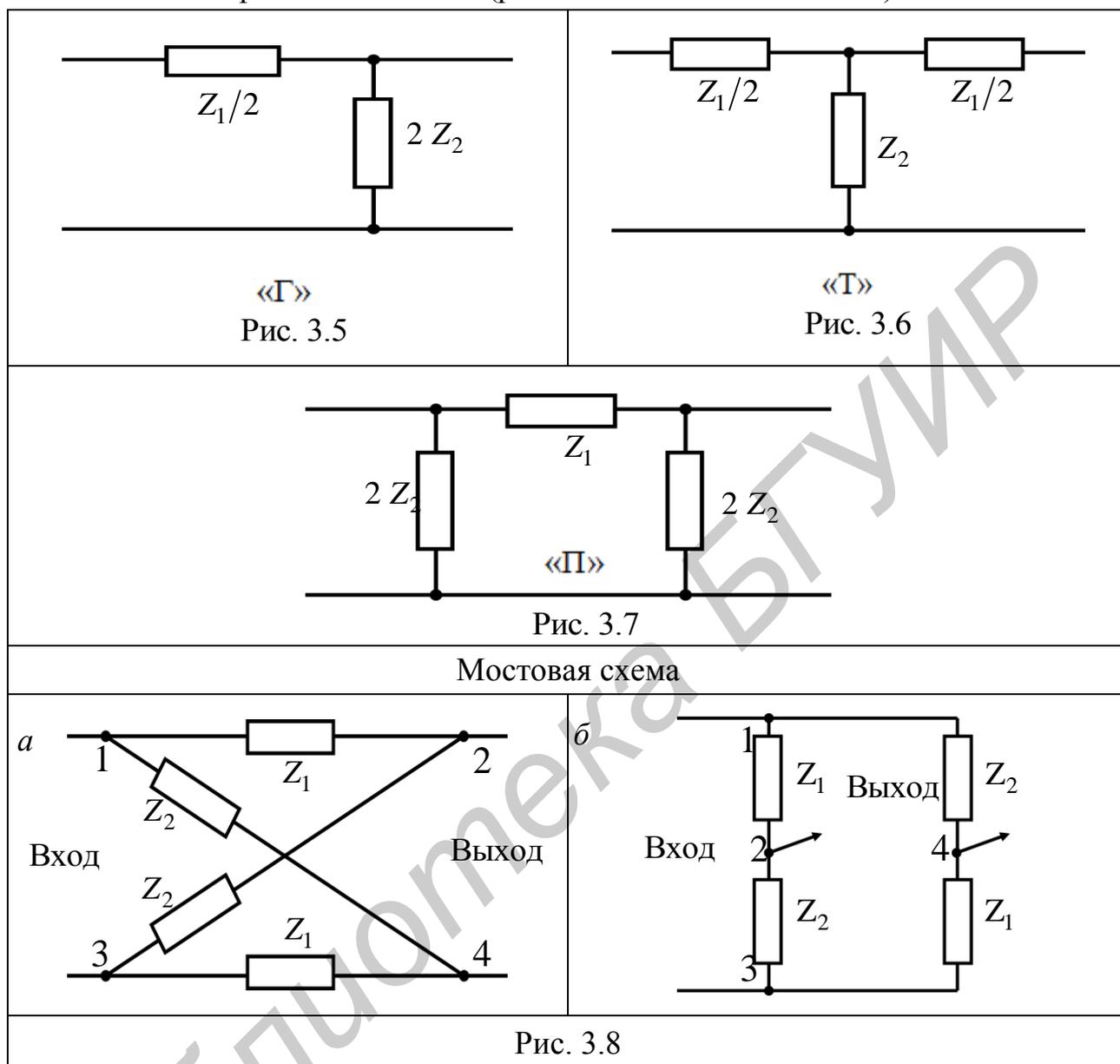
По расположению полос пропускания и затухания электрические фильтры подразделяются на:

- ФНЧ – фильтры нижних частот (рис. 3.1);
- ФВЧ – фильтры верхних частот (рис. 3.2);
- ПФ – полосовые фильтры (рис. 3.3);
- ЗФ (РФ) – заграждающие (режекторные) фильтры (рис. 3.4).

На рис. 3.1–3.4 показаны нормированные АХЧ (амплитудно-частотные характеристики) идеальных фильтров, где заштрихованы области частот, пропускаемых фильтрами;  $\omega_c, \omega_{c1}(\omega_{гр1}), \omega_{c2}(\omega_{гр2})$  – частоты среза (границные), определяющие полосу пропускания фильтра.



По схемам электрические фильтры могут быть Г-, Т-, П-образными и мостовыми четырехполюсниками (рис. 3.5–3.8 соответственно).



Значения сопротивлений в схеме на рис. 3.5–3.6 ( $Z_1/2$  и  $Z_2$ ) и в схеме на рис. 3.7 ( $Z_1$  и  $2Z_2$ ) приняты такими для того, чтобы при стыковке следующих каскадов сопротивление продольного плеча фильтра оставалось равным  $Z_1$  (рис. 3.9), а поперечного –  $Z_2$  (рис. 3.10).

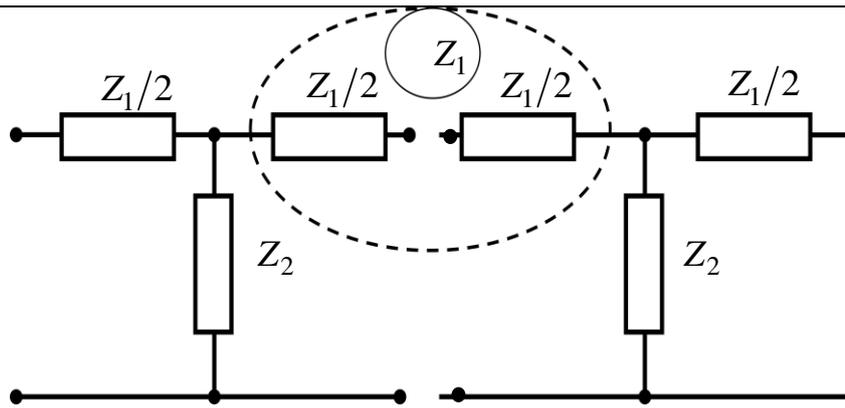


Рис. 3.9

$$Z_1 = \frac{Z_1}{2} + \frac{Z_1}{2}$$

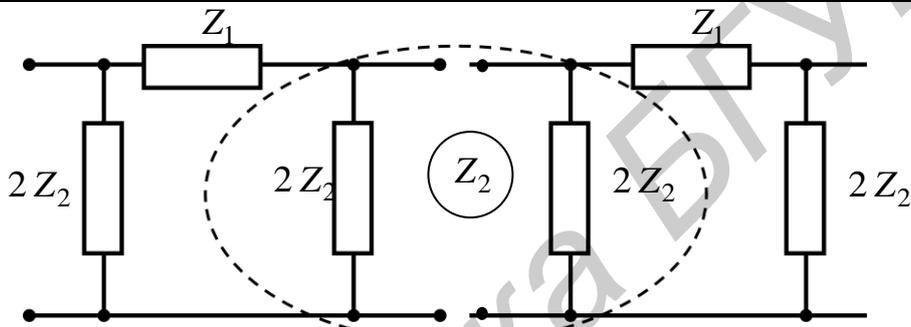


Рис. 3.10

$$Z_2 = \frac{2Z_2 \cdot 2Z_2}{2(Z_2 + Z_2)} = \frac{4Z_2^2}{4Z_2}$$

По числу звеньев фильтры могут быть однозвенными, двухзвенными и многозвенными.

По типу входящих в них элементов фильтры классифицируются на реактивные (содержащие только элементы  $L$  и  $C$ ), электромеханические, пьезоэлектрические (кварцевые), безындуктивные (типа  $RC$ ), активные  $RC$ -фильтры.

Фильтры могут быть типа  $k$  и типа  $m$ . Фильтры, у которых произведение сопротивлений продольного и поперечного плеч представляет собой некоторое постоянное для данного фильтра число  $k$ , не зависящее от частоты, называют  $k$ -фильтрами. Фильтры, у которых это произведение зависит от частоты, называют  $m$ -фильтрами.

Сопротивление нагрузки  $Z_H$  на выходе фильтра может быть согласовано с характеристическим сопротивлением фильтра  $Z_C$  ( $Z_H = Z_C$ ).

Входное сопротивление  $k$ -фильтра при этом также равно  $Z_C$ .

В  $k$ -фильтрах  $Z_C$  существенно изменяется в зависимости от частоты входного сигнала  $\omega$  в пределах полосы пропускания. Это обстоятельство вызывает необходимость изменять сопротивление нагрузки  $k$ -фильтра с изменением частоты входного сигнала (особенно вблизи границы полосы пропускания), что нежелательно.

В  $m$ -фильтрах при определенных значениях коэффициента  $m$  сопротивление  $Z_C$  мало изменяется с изменением частоты  $\omega$  (в пределах полосы пропускания), поэтому нагрузка по модулю может быть практически одна и та же для различных  $\omega$ , находящихся в этих пределах.

### 3.2. Характеристические параметры фильтров

**Характеристическое сопротивление.** Для симметричных Т- и П-образных схем фильтров, как и для симметричных четырехполюсников, характеристическое сопротивление  $Z_C$  определяется выражением

$$Z_C = \sqrt{Z_X \cdot Z_K},$$

где для Т-образной схемы фильтра (см. рис. 3.6) сопротивления холостого хода  $Z_X$  и короткого замыкания  $Z_K$  соответственно равны

$$Z_X = \frac{Z_1}{2} + Z_2; \quad (3.1)$$

$$Z_K = \frac{Z_1}{2} + \frac{\frac{Z_1 Z_2}{2}}{\frac{Z_1}{2} + Z_2}, \quad (3.2)$$

а для П-образной схемы фильтра (см. рис. 3.7)  $Z_X$  и  $Z_K$  соответственно равны

$$Z_X = \frac{2Z_2 \cdot (Z_1 + 2Z_2)}{2Z_2 + Z_1 + 2Z_2}; \quad (3.3)$$

$$Z_K = \frac{2Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + 2Z_2}. \quad (3.4)$$

Подставим формулы (3.1) и (3.2) в  $Z_C$ , получим  $Z_{CT}$  для Т-образной схемы:

$$Z_{CT} = \sqrt{Z_1 \cdot Z_2} \cdot \sqrt{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}. \quad (3.5)$$

При подстановке формул (3.3) и (3.4) в  $Z_c$  получим  $Z_{\text{СП}}$  для П-образной схемы:

$$Z_{\text{СП}} = \frac{\sqrt{Z_1 \cdot Z_2}}{\sqrt{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}}. \quad (3.6)$$

**Характеристическая постоянная передачи.** Для определения характеристической постоянной передачи  $g_c = a_c + jb_c$  для Т- и П-образных схем фильтров воспользуемся известными из теории четырехполюсников соотношениями

$$g_c = \text{Arch} A_{11}; \quad (3.7)$$

$$A_{11} = A_{22} = \sqrt{Z_x / (Z_x - Z_k)}. \quad (3.8)$$

Подставив в соотношение (3.8) сопротивления  $Z_x$  и  $Z_k$  (формулы (3.1)–(3.4)) для Т- и П-образных схем фильтров, получим

$$A_{11\text{T}} = A_{11\text{П}} = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2}. \quad (3.9)$$

С учетом выражения (3.9) характеристическая постоянная передачи (3.7) имеет вид

$$g_c = \text{Arch}\left(1 + \frac{Z_1}{2Z_2}\right). \quad (3.10)$$

Используя соотношение

$$\text{sh} \frac{g_c}{2} = \sqrt{\frac{\text{ch} g_c - 1}{2}},$$

характеристическую постоянную передачи можно определять и по следующей формуле:

$$g_c = 2 \text{Arsh} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}}. \quad (3.11)$$

### 3.3. Полосы пропускания и затухания. Условие прозрачности фильтра

Качество фильтра тем выше, чем более выражены его фильтрующие свойства, то есть чем более ослабляется сигнал в полосе затухания, а в полосе пропускания идеального фильтра характеристическое затухание равно нулю ( $a_c = 0$ ). Так как в полосе пропускания фильтра  $a_c = 0$ , то

$$\text{ch} g_c = \text{ch}(a_c + jb_c) = \text{ch}(0 + jb_c) = \text{ch} b_c = \cos b_c = 1 + Z_1/2Z_2.$$

Но  $\cos b_c$  изменяется в пределах  $-1 \leq \cos b_c \leq 1$ , тогда  $-1 \leq 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} \leq 1$ . Прибавив ко всем членам последнего неравенства  $-1$  и разделив их на  $2$ , получим *условие прозрачности реактивного фильтра*:

$$-1 \leq \frac{Z_1}{4Z_2} \leq 0. \quad (3.12)$$

Неравенство (3.12) выполняется, если в полосе пропускания сопротивления  $Z_1$  и  $Z_2$  *чисто реактивны и противоположны по знаку* ( $x_c$  и  $x_L$ ), причем  $Z_1 \leq 4Z_2$ .

За пределами этого неравенства выполняются условия полосы затухания фильтра:

$$\frac{Z_1}{4Z_2} \leq 1; \quad \frac{Z_1}{4Z_2} \geq 0. \quad (3.13)$$

Формулы расчета характеристического затухания  $a_c$  и характеристической фазы  $b_c$  для реактивного фильтра:

а) в *полосе пропускания*  $a_c = 0$ ; подставив  $g_c = jb_c$  в выражение (3.11), получим

$$b_c = 2 \arcsin \frac{1}{2j} \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}}; \quad (3.14)$$

б) в *полосе затухания*  $g_c = a_c + jb_c$ , тогда

$$\operatorname{sh} \frac{g_c}{2} = \operatorname{sh} \left( \frac{a_c}{2} + j \frac{b_c}{2} \right) = \operatorname{sh} \frac{a_c}{2} \cos \frac{b_c}{2} + j \operatorname{ch} \frac{a_c}{2} \sin \frac{b_c}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}}. \quad (3.15)$$

Если сопротивления  $Z_1$  и  $Z_2$  реактивны и имеют противоположный знак:

$$\sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}} = \sqrt{-\left| \frac{Z_1}{Z_2} \right|} = j \sqrt{\left| \frac{Z_1}{Z_2} \right|},$$

то уравнение (3.15) примет вид

$$\operatorname{sh} \frac{a_c}{2} \cos \frac{b_c}{2} + j \operatorname{ch} \frac{a_c}{2} \sin \frac{b_c}{2} = j \sqrt{\left| \frac{Z_1}{Z_2} \right|}. \quad (3.16)$$

Чтобы равенство (3.16) выполнялось, необходимо выполнить условие  $\operatorname{sh} \frac{a_c}{2} \cos \frac{b_c}{2} = 0$ . Но так как в полосе затухания  $a_c \neq 0$ , то в последнем равенстве  $\cos \frac{b_c}{2} = 0$ , откуда

$$b_c = \pm\pi. \quad (3.17)$$

Подставив это значение  $b_c$  в выражение

$$j \operatorname{ch} \frac{a_c}{2} \sin \frac{b_c}{2} = j \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}},$$

получим

$$a_c = 2 \operatorname{Arch} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}}. \quad (3.18)$$

На практике полного согласования фильтра с нагрузкой обеспечить не удается, поэтому рассматривают не характеристическую, а рабочую постоянную передачи.

Рабочая постоянная передачи

$$\begin{aligned} g = a + jb &= \ln \frac{1}{\widehat{K}_u(j\omega)} = \\ &= \ln \frac{1}{\widehat{K}_u(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}} = \ln \left[ \frac{1}{\widehat{K}_u(\omega)} \cdot e^{-j\varphi(\omega)} \right] = \ln \frac{1}{\widehat{K}_u(\omega)} - j\varphi(\omega), \end{aligned} \quad (3.19)$$

где рабочее затухание

$$a = \ln \frac{1}{\widehat{K}_u(\omega)} \quad [\text{Нп}];$$

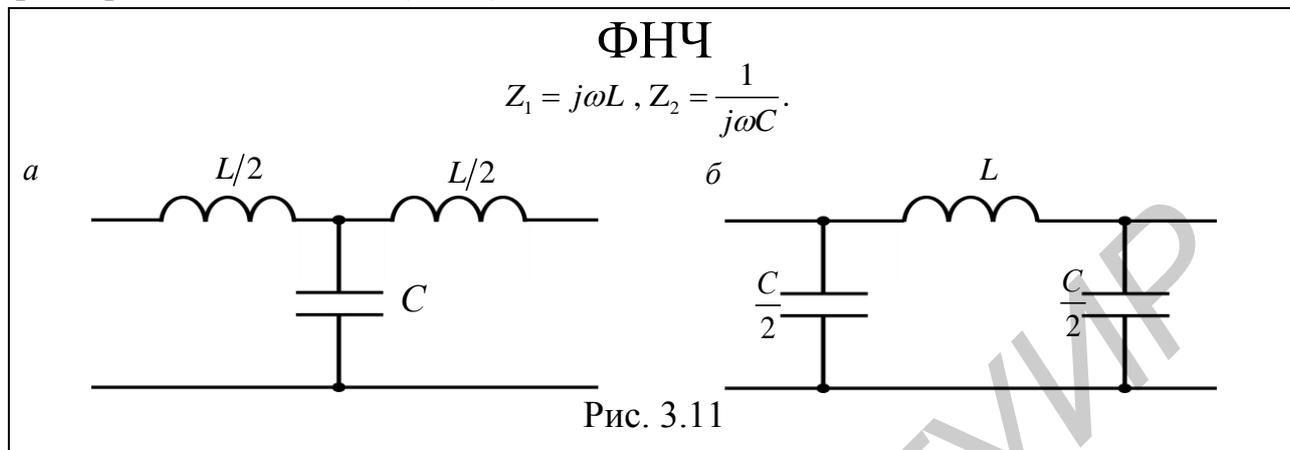
$$a = 20 \lg \frac{1}{\widehat{K}_u(\omega)} \quad [\text{дБ}],$$

рабочая фаза

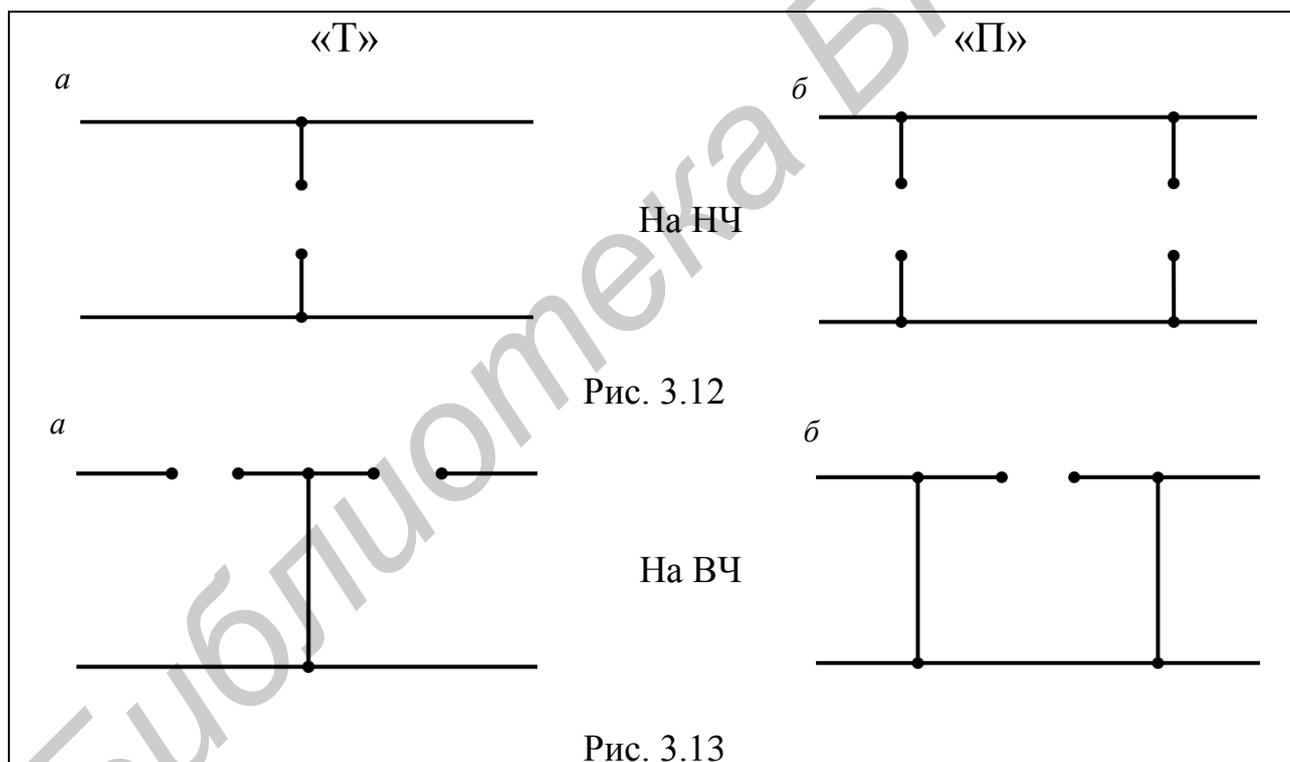
$$b = -\varphi(\omega) \quad [\text{град}] \text{ или } [\text{рад}].$$

### 3.4. LC-фильтры нижних частот типа $k$

На рис. 3.11, *a* и *б* приведены соответственно Т- и П-образные схемы фильтра нижних частот (ФНЧ).



Принцип работы ФНЧ поясняется на рис. 3.12 и 3.13.



Сигналы на низких частотах (НЧ) практически без затухания проходят через продольное плечо фильтра (индуктивное сопротивление которого на НЧ мало:  $Z_1 = j\omega L \rightarrow 0$ ) и почти не шунтируются поперечным емкостным плечом:  $Z_2 = \frac{1}{j\omega C} \rightarrow \infty$  (см. рис. 3.12, *a* для Т-фильтра и рис. 3.12, *б* для П-фильтра).

Колебания высоких частот (ВЧ) значительно затухают при прохождении продольного плеча фильтра и шунтируются поперечным плечом (см. рис. 3.13, а для Т-фильтра и рис. 3.13, б для П-фильтра).

Условие прозрачности ФНЧ в согласованном режиме (то есть  $Z_H = Z_C$ ) получим, подставив  $Z_1 = j\omega L$  и  $Z_2 = \frac{1}{j\omega C}$  в неравенство (3.12):

$$-1 \leq \frac{j\omega L}{4/(j\omega C)} \leq 0,$$

откуда частота среза (граничная частота) ФНЧ

$$\omega_{\text{грФНЧ}} = \frac{2}{\sqrt{LC}}. \quad (3.20)$$

Характеристические параметры  $a_c, b_c$  и  $Z_c$  ФНЧ:

1. В полосе пропускания характеристическое затухание

$$a_c = 0, \quad (3.21)$$

характеристическая фаза  $b_c$  при подстановке  $Z_1 = j\omega L$  и  $Z_2 = \frac{1}{j\omega C}$  в выражение (3.14) с учетом формулы (3.20) равна

$$b_c = 2 \arcsin \frac{1}{2j} \sqrt{\frac{j\omega L}{1/(j\omega C)}} = 2 \arcsin \frac{\omega}{\omega_{\text{гр}}}. \quad (3.22)$$

Характеристическое сопротивление для Т-образной схемы ФНЧ  $Z_{CT}$  при подстановке  $Z_1 = j\omega L$  и  $Z_2 = \frac{1}{j\omega C}$  в выражение (3.5) равно

$$Z_{CT} = \sqrt{Z_1 Z_2} \sqrt{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}} = \rho \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{\text{гр}}^2}}, \quad (3.23)$$

где  $\rho = \sqrt{L/C}$  – номинальное характеристическое сопротивление фильтра.

В полосе пропускания при  $\omega = 0$   $Z_{CT} = \rho$ , а при  $\omega = \omega_{\text{гр}}$   $Z_{CT} = 0$ .

Характеристическое сопротивление для П-образной схемы ФНЧ  $Z_{CP}$  при подстановке  $Z_1 = j\omega L$  и  $Z_2 = \frac{1}{j\omega C}$  в выражение (3.6) равно

$$Z_{CP} = \frac{\rho}{\sqrt{1 - \omega^2/\omega_{\text{гр}}^2}}. \quad (3.24)$$

В полосе пропускания при  $\omega = 0$   $Z_{CP} = \rho$ , а при  $\omega = \omega_{\text{гр}}$   $Z_{CP} = \infty$ .

2. В полосе затухания характеристическое затухание  $a_c$  при подстановке  $Z_1 = j\omega L$  и  $Z_2 = \frac{1}{j\omega C}$  в выражение (3.18) с учетом формулы (3.20) равно

$$a_c = 2 \operatorname{Arch} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}} = 2 \operatorname{Arch} \frac{1}{2} \sqrt{\omega^2 LC} = 2 \operatorname{Arch} \frac{\omega}{\omega_{\text{гр}}}. \quad (3.25)$$

Характеристическая фаза  $b_c$ , учитывая формулу (3.17) и то, что выражение (3.22) – положительная величина, равна

$$b_c = \pi. \quad (3.26)$$

Характеристическое сопротивление для Т-образной схемы ФНЧ  $Z_{C_T}$  в полосе затухания при подстановке  $\omega \rightarrow \infty$  в выражение (3.23) носит индуктивный характер:

$$Z_{C_T} = \rho \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{\text{гр}}^2}} \approx \rho \sqrt{-\frac{\omega^2}{\omega_{\text{гр}}^2}} \approx \rho \sqrt{j^2 \frac{\omega^2}{\omega_{\text{гр}}^2}} \approx \rho \cdot j \frac{\omega}{\omega_{\text{гр}}} \approx j\omega L \rightarrow \infty,$$

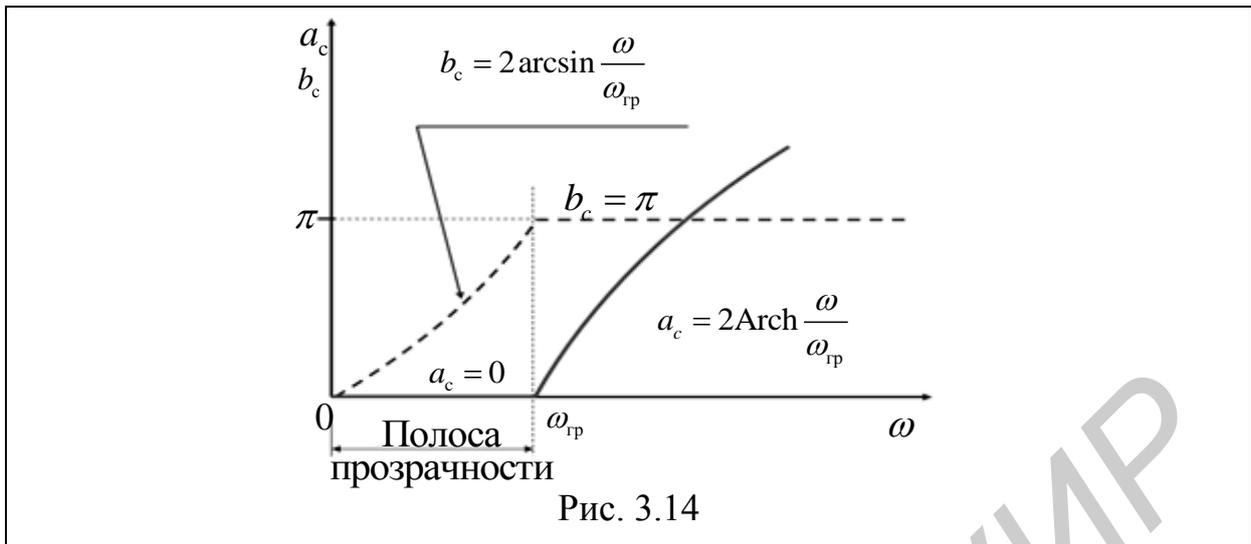
где  $L = \rho / \omega_{\text{гр}}$ . (3.27)

Характеристическое сопротивление для П-образной схемы ФНЧ  $Z_{C_{\text{П}}}$  в полосе затухания при подстановке  $\omega \rightarrow \infty$  в выражение (3.24) носит емкостный характер:

$$Z_{C_{\text{П}}} = \frac{\rho}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{\text{гр}}^2}}} \approx \frac{\rho}{\sqrt{j^2 \frac{\omega^2}{\omega_{\text{гр}}^2}}} \approx \frac{\rho}{j\omega / \omega_{\text{гр}}} \approx \frac{1}{j\omega C} \rightarrow 0, \quad (3.28)$$

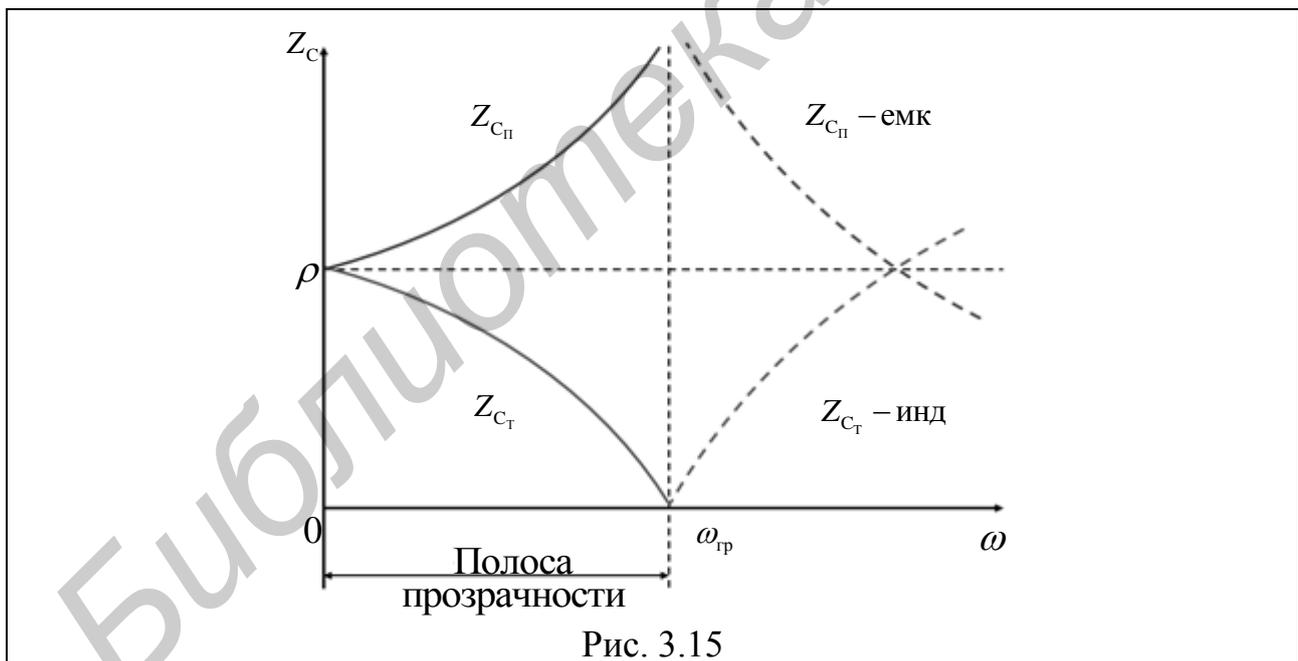
где  $C = 1 / \rho \omega_{\text{гр}}$ .

По полученным формулам (3.21), (3.22), (3.25) и (3.26) на рис. 3.14 построены графики  $a_c = f(\omega)$  и  $b_c = f(\omega)$ .



Из рис. 3.14 видно, что в полосе пропускания постоянной величиной является характеристическое затухание  $a_c = 0$ , а в полосе затухания – характеристическая фаза  $b_c = \pi$ .

По полученным формулам (3.23), (3.24), (3.27) и (3.28) на рис. 3.15 построены графики  $Z_{CT} = f(\omega)$  и  $Z_{CII} = f(\omega)$ .



Из рис. 3.15 видно, что на низких частотах  $Z_{CT} \approx Z_{CII} \approx \rho$ , то есть на НЧ для согласованного каскадного соединения не имеет значения схема ФНЧ (Т- или П-образная). На границе полосы пропускания (при  $\omega = \omega_{гр}$ ) для согласованного низкоомного каскадного соединения целесообразно использовать Т-образную схему ФНЧ (так как на  $\omega = \omega_{гр}$   $Z_{CT} \rightarrow 0$ ). Если же

каскадное соединение высокоомное, то целесообразно выбирать П-образную схему ФНЧ (так как на  $\omega = \omega_{гр}$   $Z_{CII} \rightarrow \infty$ ).

При ориентированных расчетах ФНЧ по характеристическим параметрам задают активное сопротивление нагрузки ( $r_H = \rho$ ) и полосу пропускания фильтра  $\omega_{гр}$ , то есть

$$r_H = \rho = \sqrt{L/C}; \quad \omega_{гр} = 2/\sqrt{LC},$$

откуда сопротивления продольного и поперечного плеч ФНЧ

$$L = 2r_H/\omega_{гр}; \quad C = 2/(\omega_{гр}r_H).$$

### 3.5. LC-фильтры верхних частот типа к

По известным параметрам ФНЧ путем преобразования частоты расчет фильтра верхних частот (ФВЧ) можно свести к расчету ФНЧ, который в этом случае называют фильтром-прототипом.

Графики идеальных амплитудно-частотных характеристик ФНЧ и ФВЧ (рис. 3.16) будут симметричны относительно граничной частоты  $\omega_{гр}$ , если в расчетных формулах для ФНЧ произвести замену:

$$\omega_{ФНЧ} = -\omega_{гр}^2/\omega_{ФВЧ}, \quad (3.29)$$

где  $\omega_{ФНЧ}$  – текущая частота ФНЧ;  $\omega_{гр}$  – граничная частота ФВЧ;  $\omega_{ФВЧ}$  – текущая частота ФВЧ.

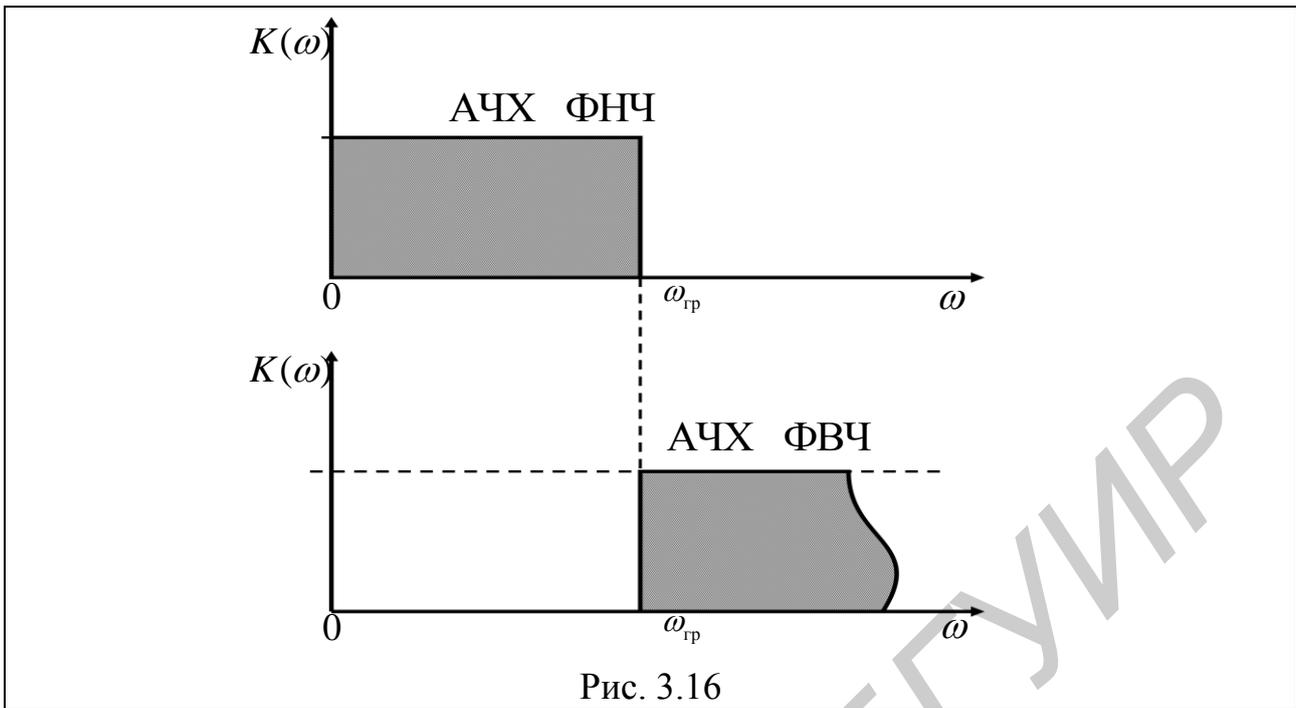


Рис. 3.16

Граничную частоту  $\omega_{гр}$  в выражении (3.29) получим из условия прозрачности фильтра, подставив в неравенство (3.12) значения сопротивлений продольного  $Z_1 = 1/(j\omega C)$  и поперечного  $Z_2 = j\omega L$  плеч ФВЧ:

$$-1 \leq \frac{1/(j\omega C)}{4j\omega L} \leq 0,$$

откуда

$$\omega_{гр} = \frac{1}{2\sqrt{LC}}. \quad (3.30)$$

Элементы продольного и поперечного плеч ФВЧ определяют путем подстановки формул преобразования частоты (3.29) и граничной частоты (3.30) в выражения для сопротивления соответствующих плеч ФНЧ-прототипа:

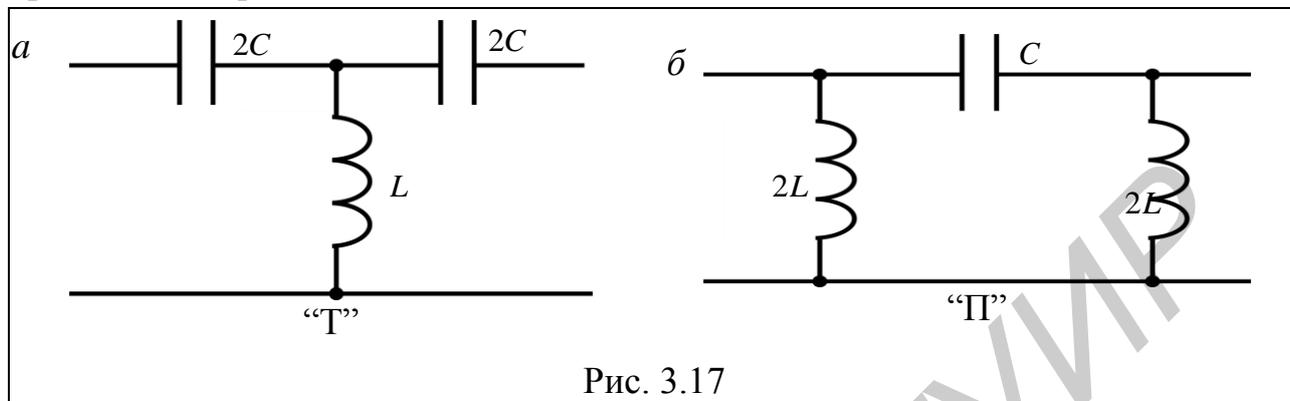
$$Z_1 = j\omega_{ФНЧ} L = -j \frac{\omega_{гр}^2}{\omega_{ФНЧ}} L = \frac{1}{j\omega_{ФВЧ} \cdot \frac{1}{\omega_{гр}^2 L}} = \frac{1}{j\omega_{ФВЧ} C_{ФВЧ}}, \quad (3.31)$$

где  $C_{ФВЧ} = \frac{1}{\omega_{гр}^2 L}$ ;

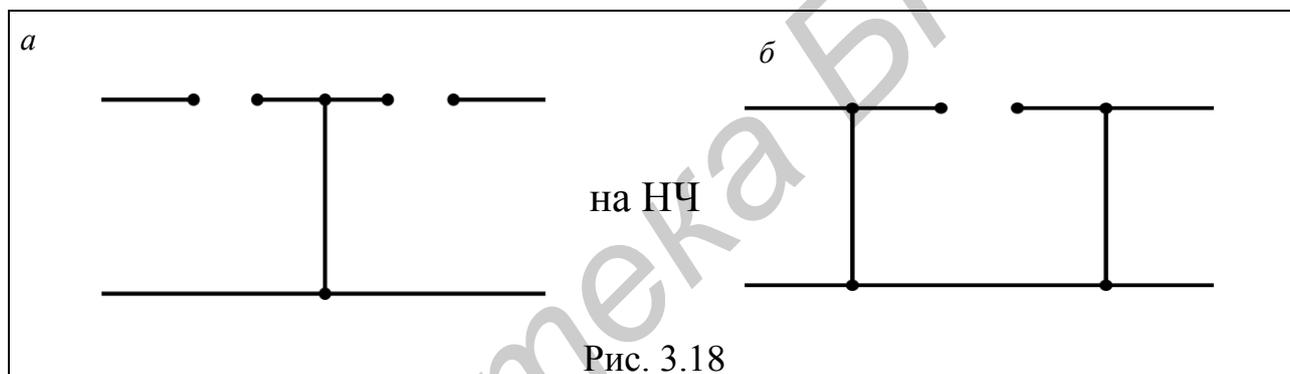
$$Z_2 = \frac{1}{j\omega_{ФНЧ} C} = -\frac{1}{j \frac{\omega_{гр}^2}{\omega_{ФВЧ}} C} = j\omega_{ФВЧ} \cdot \frac{1}{\omega_{гр}^2 C} = j\omega_{ФВЧ} L_{ФВЧ}, \quad (3.32)$$

где  $L_{ФВЧ} = \frac{1}{\omega_{гр}^2 C}$ .

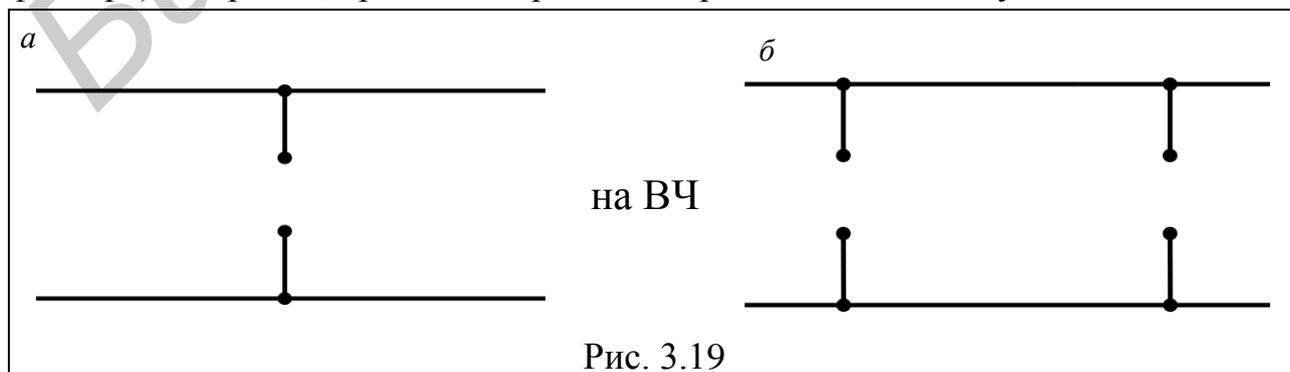
Согласно формулам (3.31) и (3.32) схемы Т- и П-образного ФВЧ приведены на рис. 3.17, а и б соответственно.



Принцип работы ФВЧ поясняют рис. 3.18 и 3.19.



На низких частотах (НЧ) сопротивление продольного плеча (как у Т-фильтра (рис. 3.18, а), так и у П-фильтра (рис. 3.18, б)) очень большое, так как  $Z_1 = 1/(j\omega_{ФВЧ} C_{ФВЧ})$ , и колебания низких частот проходят через продольное плечо с очень большим затуханием. Кроме того, эти колебания шунтируются малым сопротивлением поперечных плеч ( $Z_2 = j\omega L$ ). Колебания высоких частот (см. рис. 3.19, а для Т-фильтра и рис. 3.19, б для П-фильтра), напротив, проходят через ФВЧ практически без затухания.



### Характеристические параметры $a_c$ , $b_c$ и $z_c$ ФВЧ

1. В *полосе пропускания* характеристическое затухание  $a_c = 0$  (по определению), характеристическая фаза  $b_c$  при подстановке равенства (3.29) в выражение (3.22) с учетом формулы (3.30) равна

$$b_c = 2 \arcsin \frac{\omega_{\text{ФНЧ}}}{\omega_{\text{ГР}}} = -2 \arcsin \frac{\omega_{\text{ГР}}}{\omega_{\text{ФВЧ}}}. \quad (3.33)$$

Характеристическое сопротивление для Т-образной схемы ФВЧ  $Z_{\text{CT}}$  при подстановке равенства (3.29) в формулу (3.23) равно

$$Z_{\text{CT}} = \rho \sqrt{1 - \frac{\omega_{\text{ФНЧ}}^2}{\omega_{\text{ГР}}^2}} = \rho \sqrt{1 - \frac{\omega_{\text{ГР}}^2}{\omega_{\text{ФВЧ}}^2}}. \quad (3.34)$$

В *полосе пропускания* при  $\omega = \omega_{\text{ГР}}$   $Z_{\text{CT}} = 0$ , а при  $\omega \rightarrow \infty$   $Z_{\text{CT}} \rightarrow \rho$ .

Характеристическое сопротивление для П-образной схемы ФВЧ  $Z_{\text{CП}}$  при подстановке равенства (3.29) в формулу (3.24) равно

$$Z_{\text{CП}} = \frac{\rho}{\sqrt{1 - \frac{\omega_{\text{ФНЧ}}^2}{\omega_{\text{ГР}}^2}}} = \frac{\rho}{\sqrt{1 - \frac{\omega_{\text{ГР}}^2}{\omega_{\text{ФВЧ}}^2}}}. \quad (3.35)$$

В *полосе пропускания*  $Z_{\text{CП}}$  при подстановке  $\omega = \omega_{\text{ГР}}$  в выражение (3.35) носит индуктивный характер:

$$Z_{\text{CП}} = \frac{\rho}{1 - \frac{\omega_{\text{ГР}}^2}{\omega_{\text{ФВЧ}}^2}} \rightarrow \infty, \quad (3.36)$$

а при  $\omega \rightarrow \infty$

$$Z_{\text{CП}} \rightarrow \rho. \quad (3.37)$$

2. В *полосе затухания* характеристическое затухание  $a_c$  при подстановке равенства (3.29) в формулу (3.25) равно

$$a_c = 2 \operatorname{Arch} \frac{\omega_{\text{ГР}}^2}{\omega_{\text{ФВЧ}}^2} = 2 \operatorname{Arch} \frac{\omega_{\text{ГР}}}{\omega_{\text{ФВЧ}}}. \quad (3.38)$$

Характеристическая фаза  $b_c$ , учитывая формулу (3.17) и то, что выражение (3.33) – отрицательная величина, равна

$$b_c = -\pi. \quad (3.39)$$

Характеристическое сопротивление для Т-образной схемы ФВЧ  $Z_{C_T}$  в полосе затухания при подстановке  $\omega=0$  в выражение (3.34) носит емкостный характер:

$$Z_{C_T} = \rho \sqrt{1 - \frac{\omega_{гр}^2}{\omega_{ФВЧ}^2}} \rightarrow \infty. \quad (3.40)$$

Характеристическое сопротивление для П-образной схемы ФВЧ  $Z_{C_{II}}$  при подстановке  $\omega = 0$  в выражение (3.35) носит индуктивный характер

$$Z_{C_{II}} = \frac{\rho}{\sqrt{1 - \frac{\omega_{гр}^2}{\omega_{ФВЧ}^2}}} \rightarrow 0. \quad (3.41)$$

По полученным формулам (3.33), (3.38), (3.39) на рис. 3.20 построены графики  $a_c = f(\omega)$  и  $b_c = f(\omega)$ .

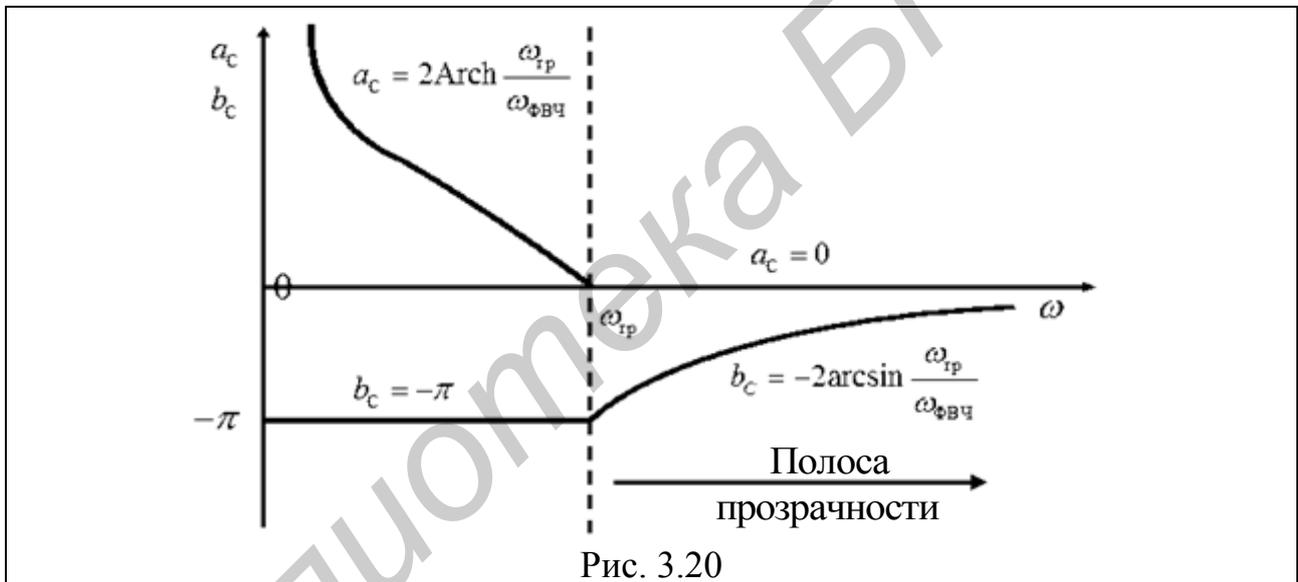
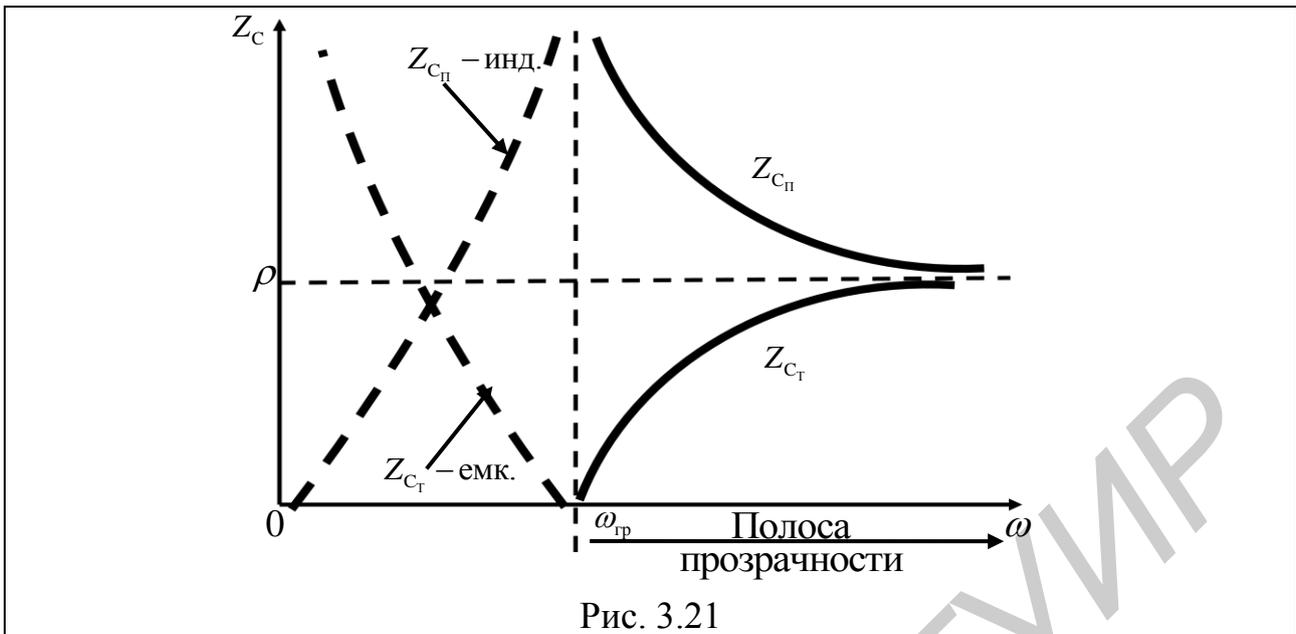


Рис. 3.20

По полученным формулам (3.34), (3.35), (3.40) и (3.41) на рис. 3.21 построены графики  $Z_{C_T} = f(\omega)$  и  $Z_{C_{II}} = f(\omega)$ .



Из рис. 3.21 видно, что на сверхвысоких частотах (СВЧ)  $Z_c = Z_{c_{П}} \approx \rho$ , то есть на СВЧ при каскадном соединении не имеет значения схема ФВЧ (Т- или П-образная). На границе полосы пропускания (при  $\omega = \omega_{гр}$ ) для согласованного низкоомного каскадного соединения целесообразно использовать Т-образную схему ФВЧ (так как на  $\omega = \omega_{гр}$   $Z_{c_{Т}} \rightarrow 0$ ). Если же каскадное соединение высокоомное, то для согласования целесообразно выбирать П-образную схему ФВЧ (так как на  $\omega = \omega_{гр}$   $Z_{c_{П}} \rightarrow \infty$ ).

### 3.6. Полосовые LC-фильтры типа k

При преобразовании фильтра – прототипа ФНЧ в полосовой фильтр (ПФ) используется формула пересчета:

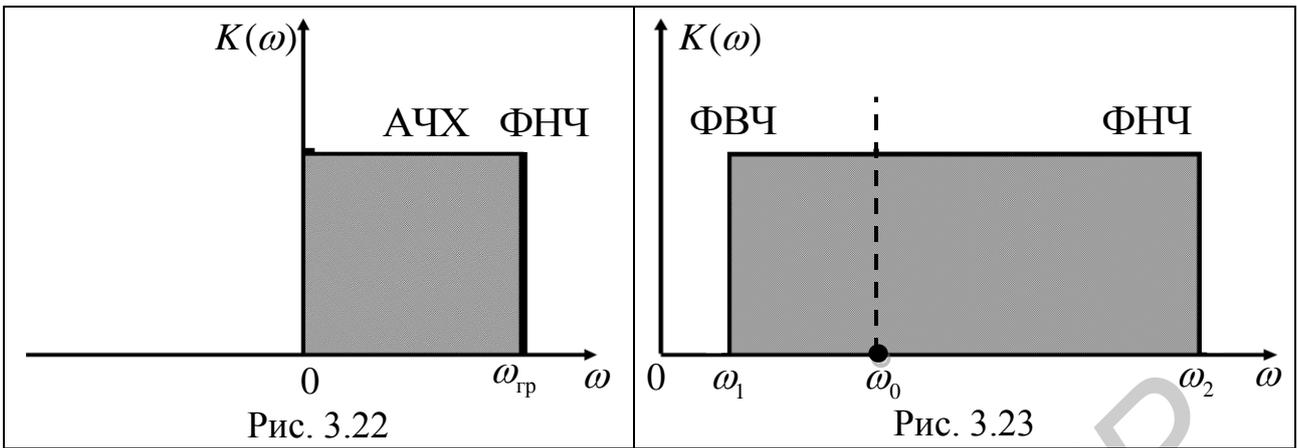
$$\omega_{ФНЧ} = \frac{\omega_{ПФ}^2 - \omega_0^2}{\omega_{ПФ}}, \quad (3.42)$$

где  $\omega_{ПФ}$  – текущая частота ПФ;  $\omega_0$  – центральная частота ПФ:

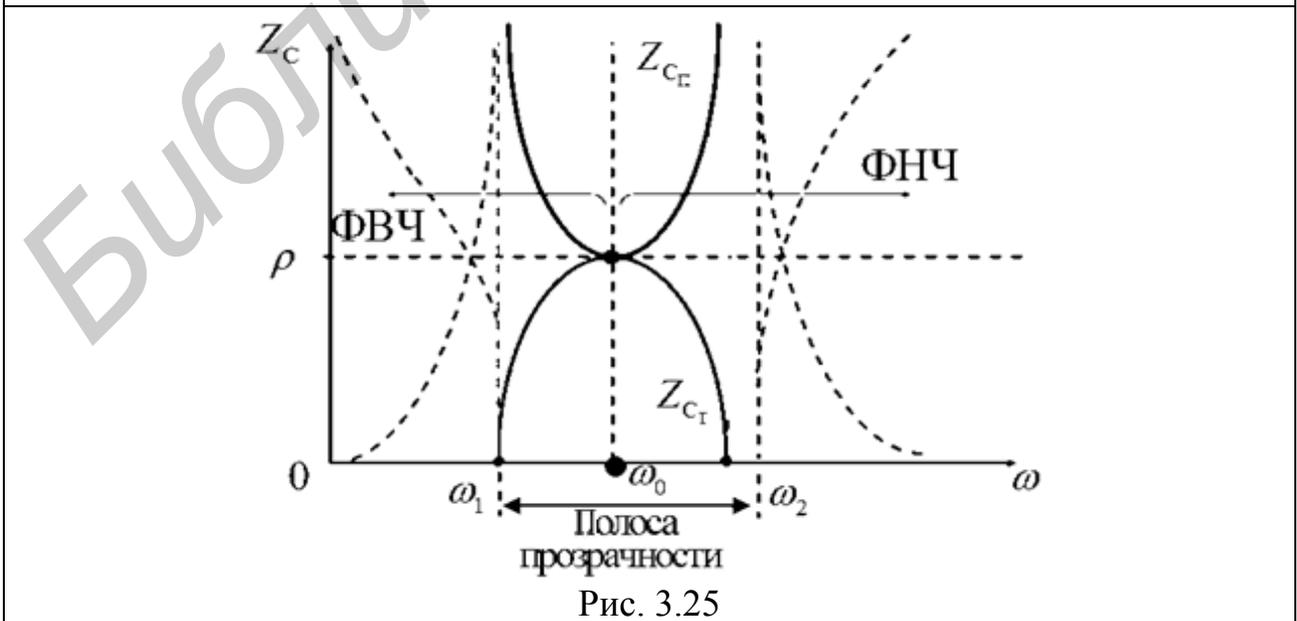
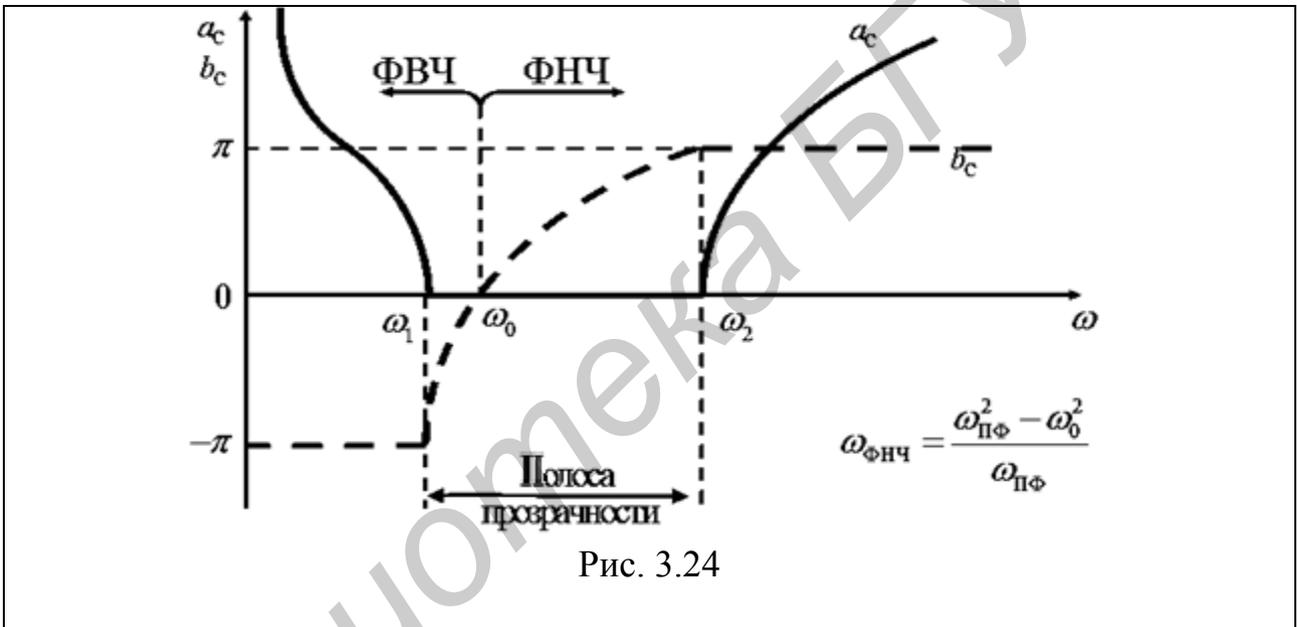
$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2}. \quad (3.43)$$

Здесь  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – граничные частоты ПФ.

На рис. 3.22 изображена идеальная АЧХ ФНЧ-прототипа, на рис. 3.23 – идеальная АЧХ ПФ.



Поэтому графики характеристических параметров ПФ  $a_c$ ,  $b_c$  и  $Z_c$  представляют собой геометрическое наложение графиков этих параметров ФНЧ-прототипа и ФВЧ (рис. 3.24 и 3.25) относительно центральной частоты  $\omega_0$ .



Граничные частоты ПФ  $\omega_1$  и  $\omega_2$  получают из уравнения (3.42) подстановкой  $\omega_{\text{ФНЧ}} = \omega_{\text{гр}}$ :

$$\omega_{\text{гр}} = \frac{\omega_{\text{ПФ}}^2 - \omega_0^2}{\omega_{\text{ПФ}}}.$$

После преобразования последнее равенство имеет вид

$$\omega_{\text{ПФ}}^2 - \omega_{\text{гр}} \omega_{\text{ПФ}} - \omega_0^2 = 0,$$

откуда

$$\omega_1 = -\frac{\omega_{\text{гр}}}{2} + \sqrt{\frac{\omega_{\text{гр}}^2}{4} + \omega_0^2}; \quad (3.44)$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_{\text{гр}}}{2} + \sqrt{\frac{\omega_{\text{гр}}^2}{4} + \omega_0^2}. \quad (3.45)$$

Отрицательные частоты физического смысла не имеют, поэтому в выражениях (3.44) и (3.45) перед радикалом оставим знак «+».

Элементы плеч ПФ определяют путем подстановки в сопротивление продольного  $Z_1 = j\omega L$  и поперечного  $z_2 = \frac{1}{j\omega C}$  плеч ФНЧ-прототипа текущей частоты  $\omega = \omega_{\text{ФНЧ}}$ , используя формулу пересчета (3.42).

При этом сопротивление продольного плеча ПФ

$$\begin{aligned} Z_1 &= j\omega_{\text{ФНЧ}} L_{\text{ФНЧ}} = j \frac{\omega_{\text{ПФ}}^2 - \omega_0^2}{\omega_{\text{ПФ}}} L_{\text{ФНЧ}} = \\ &= j\omega_{\text{ПФ}} L_{1\text{ПФ}} - j \frac{\omega_0^2 L_{\text{ФНЧ}}}{\omega_{\text{ПФ}}} = \\ &= j\omega_{\text{ПФ}} L_{1\text{ПФ}} + \frac{1}{j\omega_{\text{ПФ}} C_{1\text{ПФ}}}, \end{aligned} \quad (3.46)$$

где  $L_{1\text{ПФ}} = L_{\text{ФНЧ}}$ ;  $C_{1\text{ПФ}} = \frac{1}{\omega_0^2 C_{\text{ФНЧ}}}$ .

Из формулы (3.46) следует, что в продольном плече ПФ последовательно соединены индуктивность  $L_{1\text{ПФ}}$  и емкость  $C_{1\text{ПФ}}$ , то есть продольное плечо ПФ представляет собой идеальный последовательный колебательный контур (рис. 3.26 и 3.28).

Проводимость поперечного плеча ПФ:

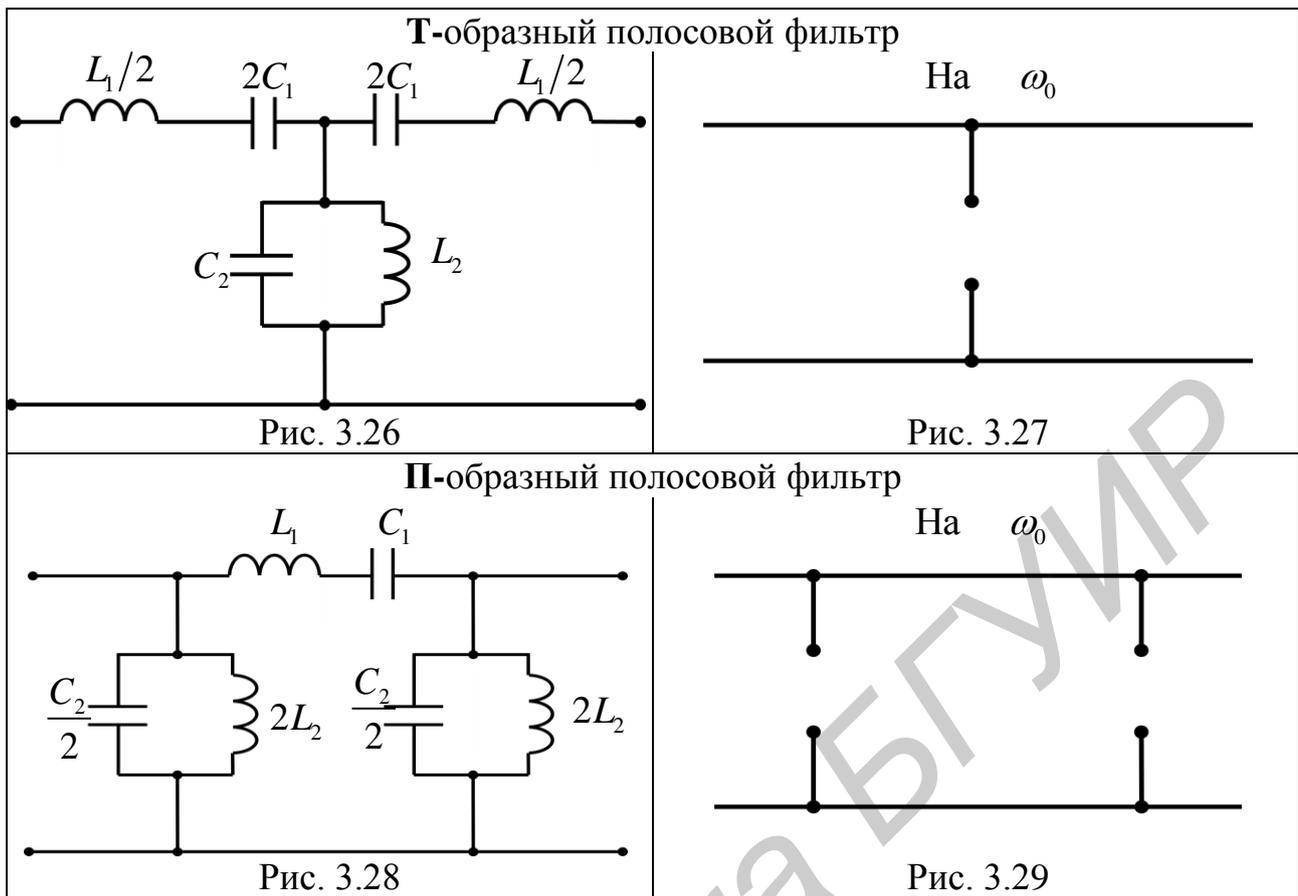
$$\begin{aligned}
 Y_2 &= \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{1/(j\omega_{\text{ФНЧ}} C_{\text{ФНЧ}})} = j\omega_{\text{ФНЧ}} C_{\text{ФНЧ}} = \\
 &= j \frac{\omega_{\text{ПФ}}^2 - \omega_0^2}{\omega_{\text{ПФ}}} C_{\text{ФНЧ}} = j\omega_{\text{ПФ}} C_{\text{ФНЧ}} - j \frac{\omega_0^2 C_{\text{ФНЧ}}}{\omega_{\text{ПФ}}} = \\
 &= j\omega_{\text{ПФ}} C_{\text{ФНЧ}} + \frac{1}{j\omega_{\text{ПФ}} / (\omega_0^2 C_{\text{ФНЧ}})} = \\
 &= j\omega_{\text{ПФ}} C_{2_{\text{ПФ}}} + \frac{1}{j\omega_{\text{ПФ}} L_{2_{\text{ПФ}}}}, \quad (3.47)
 \end{aligned}$$

где  $C_{2_{\text{ПФ}}} = C_{\text{ФНЧ}}$ ;  $L_{2_{\text{ПФ}}} = \frac{1}{\omega_0^2 C_{\text{ФНЧ}}}$ .

Из формулы (3.47) следует, что в поперечном плече ПФ параллельно соединены индуктивность  $L_{2_{\text{ПФ}}}$  и емкость  $C_{2_{\text{ПФ}}}$ , то есть поперечное плечо ПФ представляет собой идеальный параллельный колебательный контур (см. рис. 3.26 и 3.28).

Физика работы полосового фильтра поясняется схемами замещения, приведенными на рис. 3.27 и 3.29. Колебательные контуры плеч настраивают на частоту проходящего через ПФ сигнала. Это – центральная частота  $\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$ , она же является резонансной для контуров плеч ПФ. Сопротивление продольного плеча, являющегося идеальным последовательным колебательным контуром, на резонансной частоте  $\omega_0$  равно нулю (на схемах замещения, приведенных на рис. 3.27 и 3.29, продольное плечо изображено короткозамкнутым проводником). Сопротивление поперечного плеча на этих схемах замещения изображено в виде разрыва (или холостого хода ХХ), так как на резонансной частоте  $\omega_0$  сопротивление идеального параллельного колебательного контура равно бесконечности.

Поэтому колебания входных сигналов с частотами, близкими к  $\omega_0$ , будут проходить через ПФ с минимальным затуханием. В диапазоне частот входного сигнала  $\omega < \omega_1$  и  $\omega > \omega_2$  сопротивление последовательных контуров резко возрастает, а параллельных – падает. В связи с этим сигналы с частотами вне полосы прозрачности ПФ проходят по продольному плечу фильтра с большим затуханием и шунтируются поперечным плечом фильтра.



Для эффективной работы ПФ его параметры должны удовлетворять условию  $L_{1П}C_{1ПФ} = L_{2ПФ}C_{1ПФ}$ .

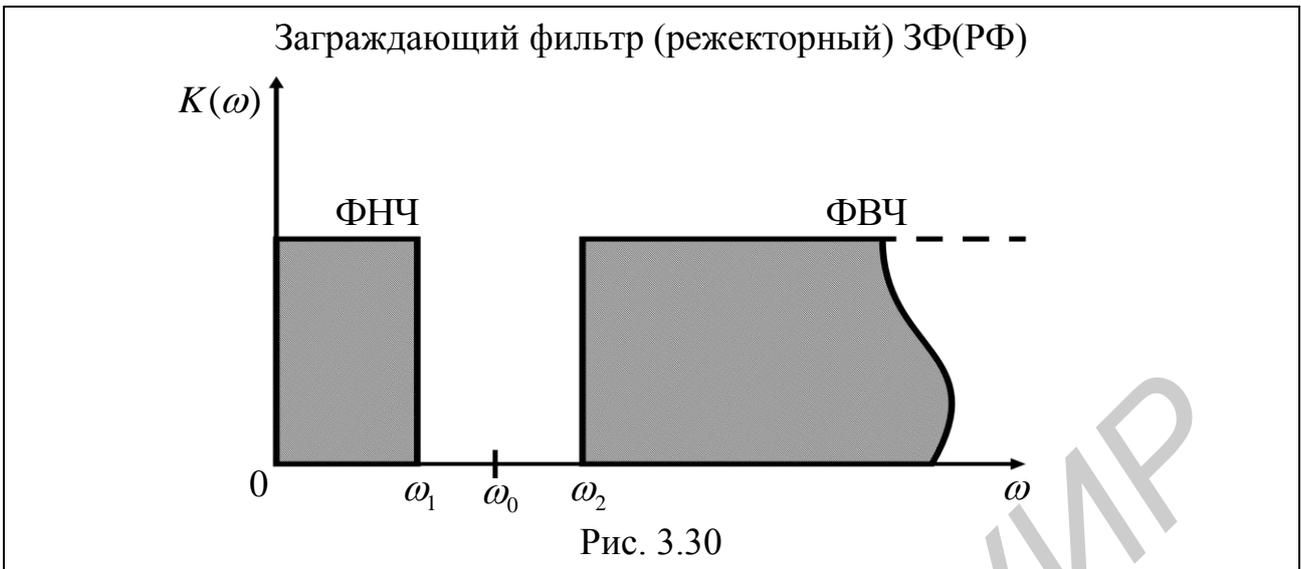
### 3.7. Заграждающие (режекторные) LC-фильтры типа k

При преобразовании ФНЧ-прототипа в заграждающий (режекторный) фильтр (ЗФ или РФ) замену текущей частоты ЗФ (РФ) производят по формуле

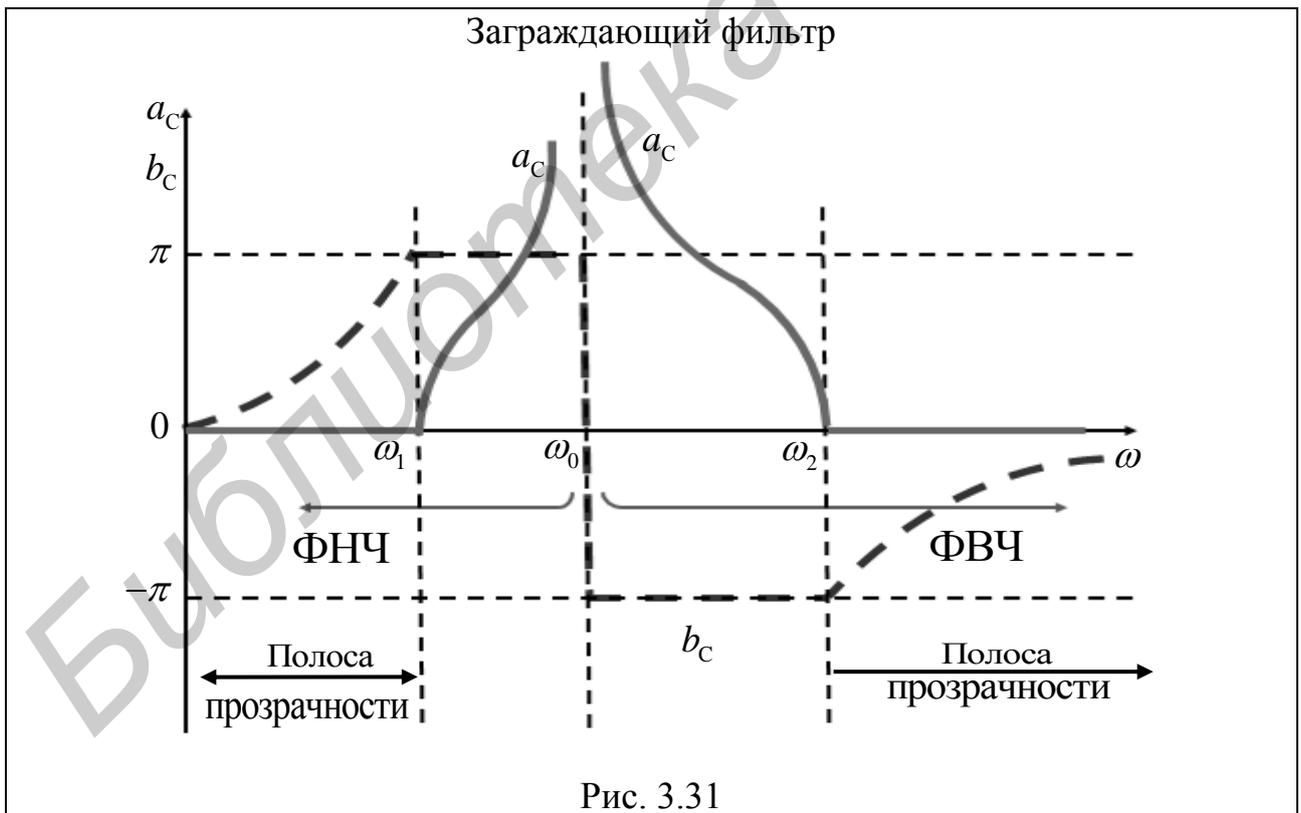
$$\omega_{\text{ФНЧ}} = \frac{\omega_{3\Phi} \omega_{\text{гр}}^2}{\omega_0^2 - \omega_{3\Phi}^2}, \quad (3.48)$$

где  $\omega_{3\Phi}$  – текущая частота ЗФ;  $\omega_0$  – центральная (режектируемая) частота;  $\omega_{\text{гр}}$  и  $\omega_{\text{ФНЧ}}$  – соответственно граничная и текущая частоты ФНЧ-прототипа.

Идеальная АЧХ ЗФ изображена на рис. 3.30.



На частотах  $\omega < \omega_1$  ЗФ имеет характеристические параметры ФНЧ-прототипа, а на  $\omega > \omega_2$  – ФВЧ. Поэтому графики  $a_c$ ,  $b_c$  (рис. 3.31) и  $Z_c$  (рис. 3.32) являются наложением друг на друга относительно центральной частоты  $\omega_0$  графиков соответствующих характеристик ФНЧ и ФВЧ.



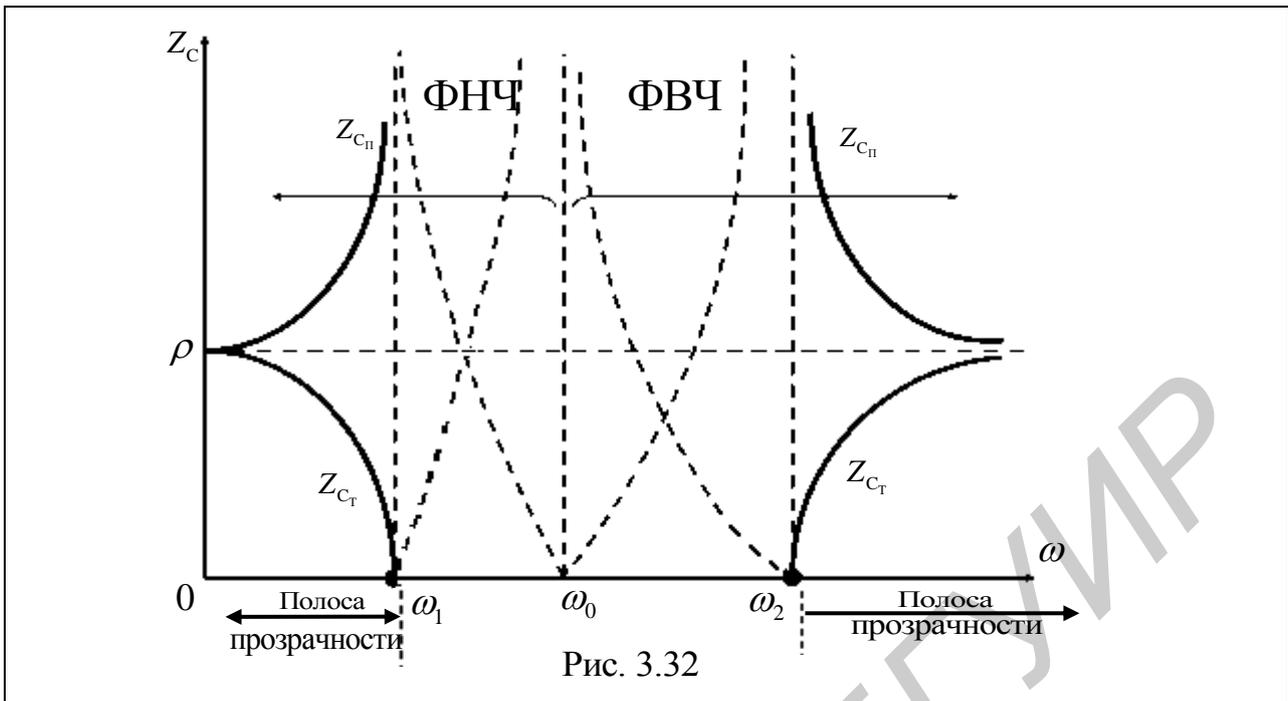


Рис. 3.32

Элементы плеч 3Ф определяют путем подстановки в сопротивление продольного  $Z_1 = j\omega L$  и поперечного  $Z_2 = \frac{1}{j\omega C}$  плеч ФНЧ-прототипа текущую частоту  $\omega = \omega_{\text{ФНЧ}}$ , используя формулу пересчета (3.48).

При этом проводимость продольного плеча 3Ф:

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= \frac{1}{Z_1} = \frac{1}{j\omega_{\text{ФНЧ}} L_{\text{ФНЧ}}} = \frac{1}{j \frac{\omega_{3\Phi} \omega_{\text{гр}}^2}{\omega_0^2 - \omega_{3\Phi}^2} L_{\text{ФНЧ}}} = \\
 &= \frac{\omega_0^2}{j\omega_{3\Phi} \omega_{\text{гр}}^2 L_{\text{ФНЧ}}} + j \frac{\omega_{3\Phi}^2}{\omega_{3\Phi} \omega_{\text{гр}}^2 L_{\text{ФНЧ}}} = \\
 &= \frac{1}{j\omega_{3\Phi} L_{13\Phi}} + j\omega_{3\Phi} C_{13\Phi}, \tag{3.49}
 \end{aligned}$$

где  $L_{13\Phi} = \frac{\omega_{\text{гр}}^2}{\omega_0^2} L_{\text{ФНЧ}}$ ;  $C_{13\Phi} = \frac{1}{\omega_{\text{гр}}^2 L_{\text{ФНЧ}}}$ .

Из формулы (3.49) следует, что в продольном плече 3Ф параллельно соединены индуктивность  $L_{13\Phi}$  и емкость  $C_{13\Phi}$ , то есть продольное плечо 3Ф представляет собой идеальный параллельный колебательный контур (рис. 3.33 и 3.35).

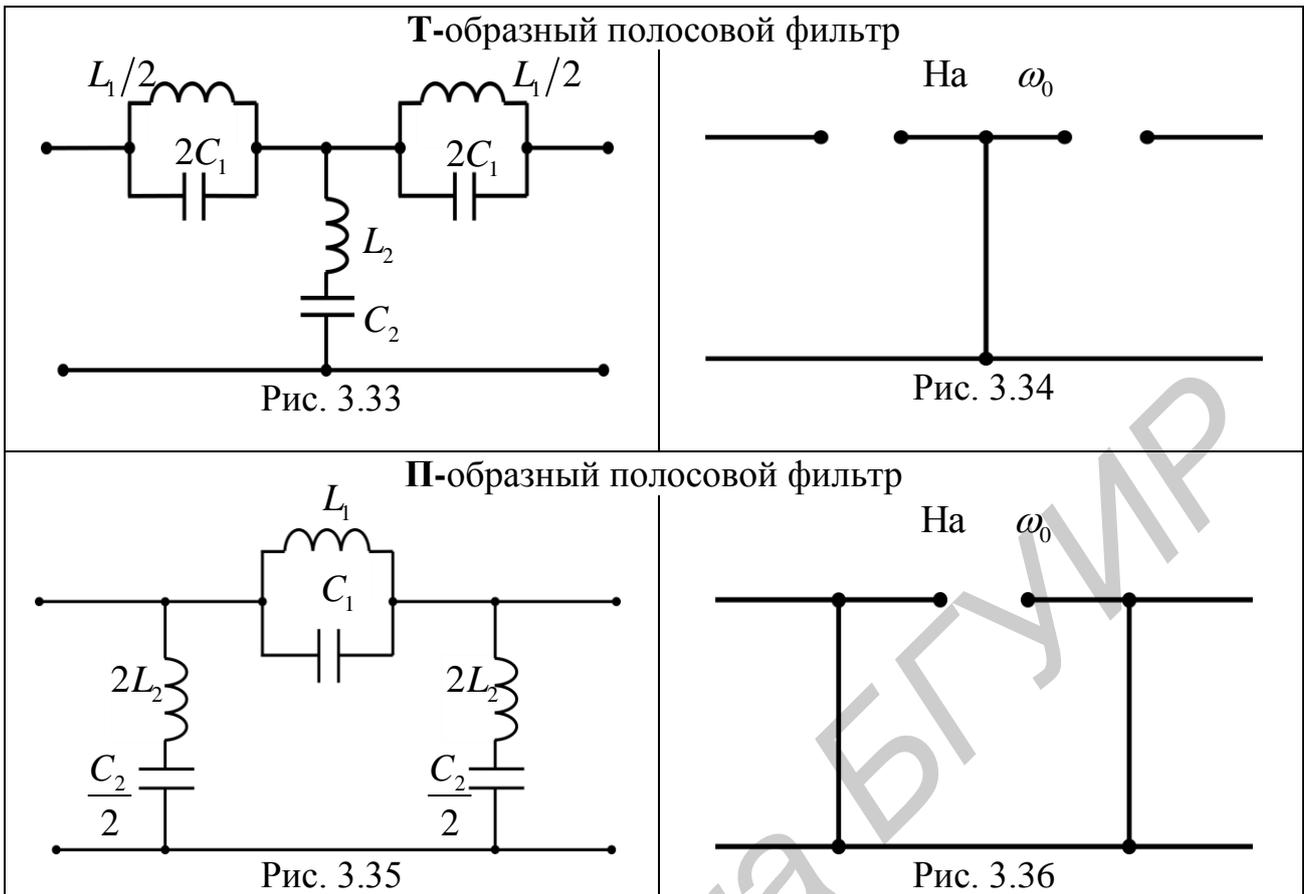
Сопротивление поперечного плеча ЗФ:

$$\begin{aligned}
 Z_2 &= \frac{1}{j\omega_{\text{ФНЧ}} C_{\text{ФНЧ}}} = \frac{1}{j \frac{\omega_{3\Phi} \omega_{\text{гр}}^2}{\omega_0^2 - \omega_{3\Phi}^2} \cdot C_{\text{ФНЧ}}} = \\
 &= \frac{\omega_0^2}{j\omega_{3\Phi} \omega_{\text{гр}}^2 C_{\text{ФНЧ}}} - \frac{\omega_{3\Phi}^2}{\omega_{3\Phi} \omega_{\text{гр}}^2 C_{\text{ФНЧ}}} = \\
 &= \frac{1}{j\omega_{3\Phi} C_{2\text{ЗФ}}} + j\omega_{3\Phi} L_{2\text{ЗФ}}, \quad (3.50)
 \end{aligned}$$

где  $C_{2\text{ЗФ}} = \frac{\omega_{\text{гр}}^2}{\omega_0^2} \cdot C_{\text{ФНЧ}}$ ;  $L_{2\text{ЗФ}} = \frac{1}{\omega_{\text{гр}}^2 C_{\text{ФНЧ}}}$ .

Из формулы (3.50) следует, что в продольном плече ЗФ параллельно соединены индуктивность  $L_{2\text{ЗФ}}$  и емкость  $C_{2\text{ЗФ}}$ , то есть продольное плечо ЗФ представляет собой идеальный параллельный колебательный контур (см. рис. 3.33 и 3.35).

Физика работы заграждающего фильтра поясняется схемами замещения, приведенными на рис. 3.34 и 3.36. Колебательные контуры плеч настраивают на частоту режектурируемого сигнала. Это центральная частота  $\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$ , она же является резонансной для контуров плеч ЗФ. Так как продольные плечи ЗФ – параллельные колебательные контуры, сопротивление которых на резонансной частоте большое (на схемах замещения продольное плечо есть разрыв или ХХ (холостой ход) – см. рис. 3.34 и 3.36), а поперечные плечи – последовательные контуры с малым сопротивлением на  $\omega_0$  (на схемах замещения поперечное плечо – короткозамкнутый проводник), то режектурируемый сигнал на частоте, близкой к  $\omega_0$ , шунтируется поперечными плечами, а через продольные плечи – проходит с большим затуханием. На частотах  $\omega < \omega_1$  и  $\omega > \omega_2$  сопротивление продольного плеча уменьшается, а поперечного – растет, поэтому сигналы на этих частотах проходят ЗФ с малым затуханием.



### 3.8. Мостовые LC-фильтры

Мостовая схема симметричного фильтра в различных режимах работы приведена на рис. 3.37, 3.38, 3.39.

Характеристические параметры мостового фильтра –  $a_c$ ,  $b_c$  и  $z_c$ . Характеристическая постоянная передачи  $g_c$  мостового фильтра определяется из соотношений

$$\operatorname{th} \frac{g_c}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{ch} g_c - 1}{\operatorname{ch} g_c + 1}}; \quad \operatorname{ch} g_c = A_{11};$$

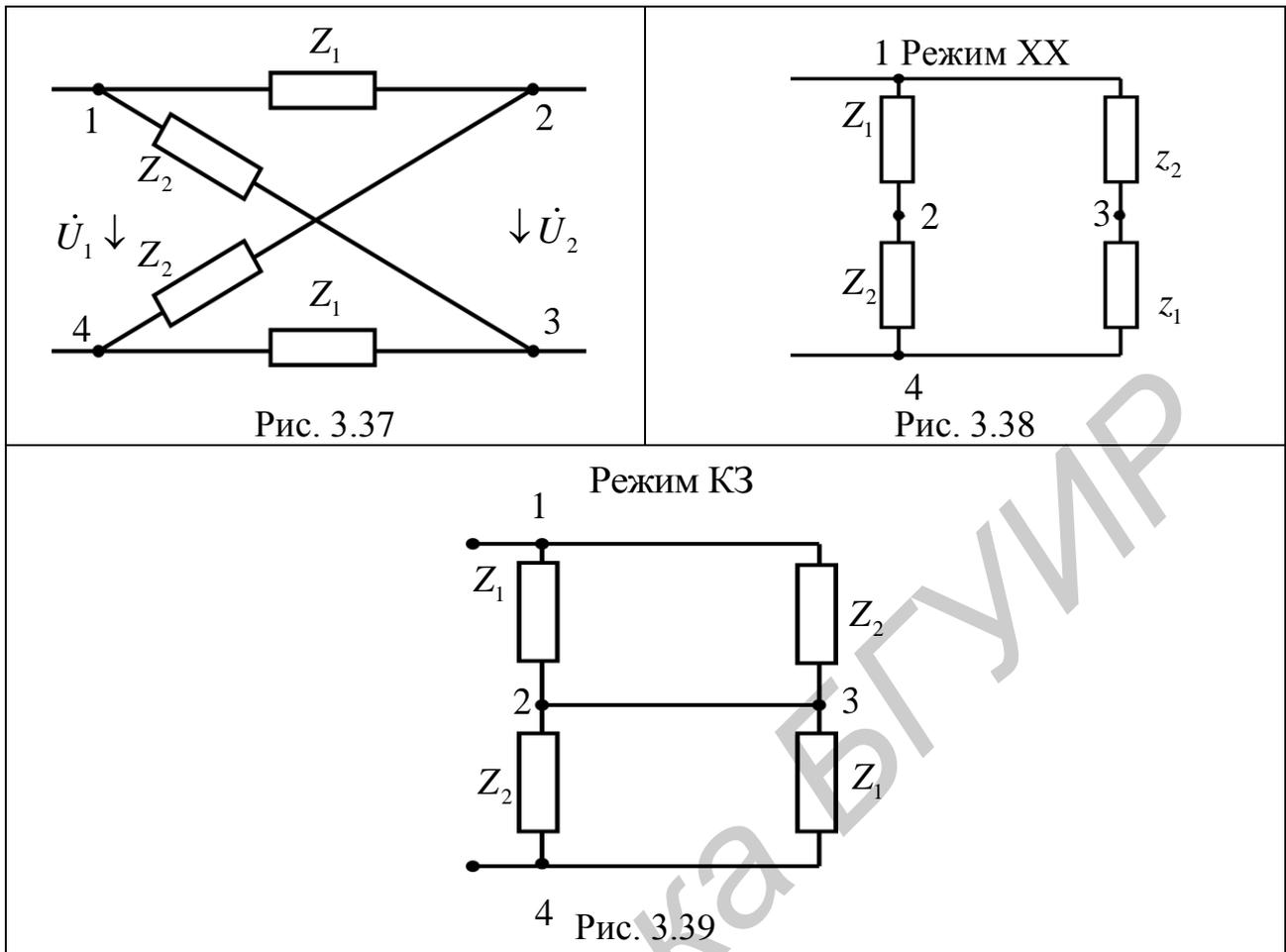
$$A_{11} = \frac{1}{K_U(j\omega)},$$

где  $K_U(j\omega)$  – комплексная передаточная функция фильтра по напряжению:

$$K_U(j\omega) = \frac{\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_3}{\dot{\phi}_1} = \frac{\dot{U}_1 \cdot \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} - \dot{U}_1 \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}}{\dot{U}_1} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2},$$

тогда  $A_{11} = (Z_1 + Z_2)/(Z_2 - Z_1)$ , а

$$\operatorname{th} \frac{g_c}{2} = \sqrt{\frac{A_{11} - 1}{A_{11} + 1}} = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}}. \quad (3.51)$$



В полосе пропускания  $a_c = 0$ , тогда

$$\operatorname{tg} \frac{g_c}{2} = \operatorname{th} \left( \frac{a_c}{2} + j \frac{b_c}{2} \right) = \operatorname{th} j \frac{b_c}{2} = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}},$$

но так как гиперболический тангенс мнимой величины является мнимой величиной, то  $b_c = 2 \operatorname{Arth} \sqrt{|Z_1/Z_2|}$ . Из этого соотношения следует, что *условием прозрачности мостового фильтра* является неравенство  $Z_1/Z_2 \leq 0$ . Значит, полоса пропускания мостового фильтра будет на частотах, где сопротивления  $Z_1$  и  $Z_2$  – чисто реактивны и противоположны по знаку, а полоса затухания – на частотах, где эти сопротивления имеют одинаковые знаки.

Характеристическое сопротивление  $Z_c$  мостового фильтра  $Z_c = \sqrt{Z_x Z_k}$ .

Согласно схеме на рис. 3.38 в режиме ХХ

$$Z_{\text{xx}} = \frac{(Z_1 + Z_2)(Z_1 + Z_2)}{2(Z_1 + Z_2)} = \frac{Z_1 + Z_2}{2},$$

а по схеме на рис. 3.39 в режиме КЗ

$$Z_{\text{КЗ}} = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} + \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} = 2 \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2},$$

тогда

$$Z_C = \sqrt{Z_X \cdot Z_K} = \sqrt{\frac{Z_1 + Z_2}{2} + \frac{2Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}} = \sqrt{Z_1 Z_2}. \quad (3.52)$$

Из выражения (3.52) следует, что в полосе пропускания мостового фильтра, где сопротивления  $Z_1$  и  $Z_2$  реактивны и противоположны по знаку,  $Z_C$  – активное, а в полосе затухания  $Z_C$  – реактивное ( $Z_C = j\sqrt{|Z_1 Z_2|}$ ). При  $Z_1 = Z_2$  имеет место *полюс затухания (или полюс бесконечности)*  $f(\infty)$ . На этой частоте характеристическое затухание фильтра  $a_c$  очень большое. Примеры мостовых LC-фильтров и графики их характеристик, полученные из условия прозрачности  $Z_1/Z_2 \leq 0$ , приведены в прил. 2 (рис. П.2.1–П.2.8).

### 3.9. Пьезоэлектрические фильтры

Для создания узкополосных фильтров с высокой селективностью и стабильностью в одну пару плеч мостовой схемы ставят кварцевые (или пьезоэлектрические) резонаторы, обладающие очень высокой добротностью ( $Q = 10^4 - 10^6$ ).

Для упрощения рисунка идентичные плечи фильтра заменяют штриховыми линиями (рис. 3.40).

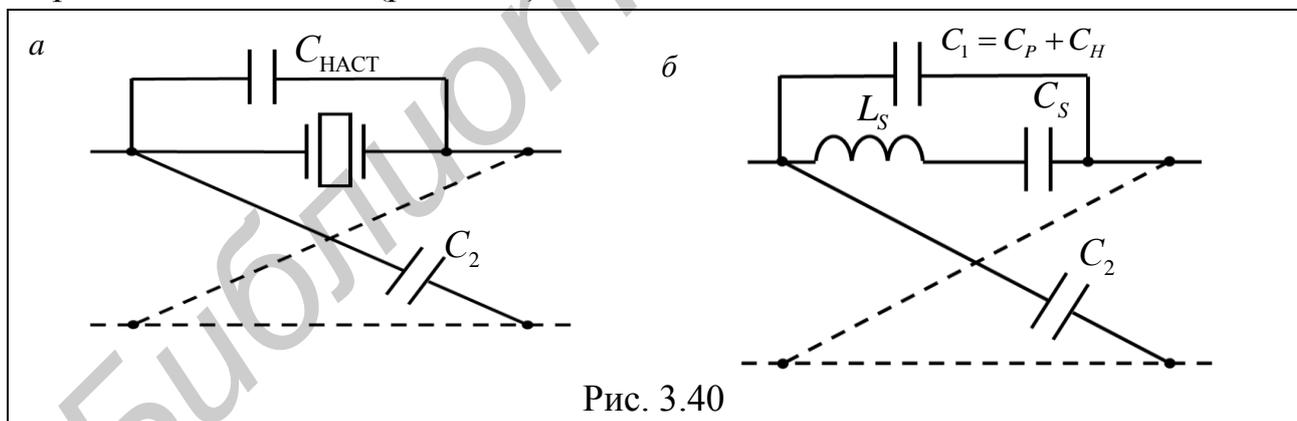


Рис. 3.40

Кварцевый резонатор состоит из пьезоэлектрической пластины с электродами и держателя (рис. 3.41, а). Пластины вырезают из природных кристаллов кварца или синтетических пьезоэлектрических кристаллов. Схема замещения резонатора приведена на рис. 3.41, б, где  $C_S$  – динамическая емкость пластины (измеряется от долей до единиц пикофард),  $L_S$  – динамическая индуктивность пластины (от единиц до нескольких сотен генри),  $r_S$  – активное сопротивление пластины, характеризующее потери энергии в резонаторе (от

нескольких десятков и сотен до нескольких тысяч ом),  $C_p$  – статическая емкость конденсатора, образованного электродами и пластиной (от единиц до десятков пикофарад). Поскольку добротность резонатора очень высока, сопротивлением  $r_s$  в схеме замещения можно пренебречь.

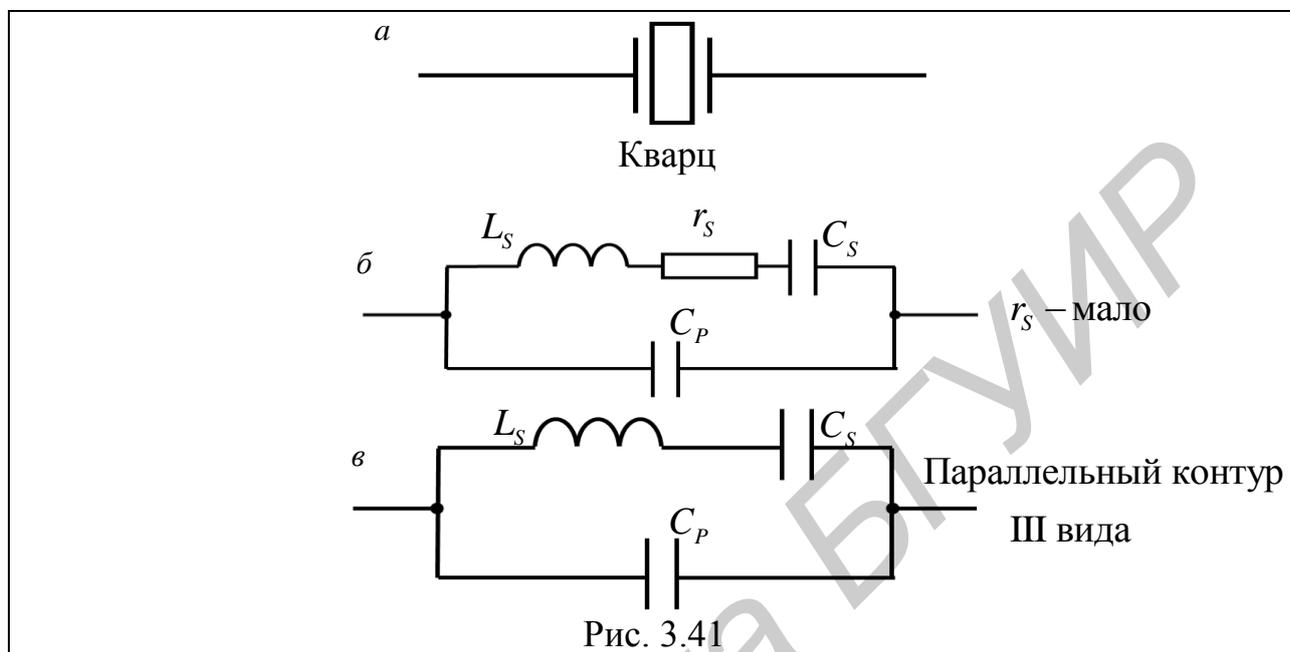


Рис. 3.41

Полученная схема (рис. 3.41, в) является параллельным контуром III вида, эквивалентное сопротивление которого реактивно:

$$Z_{\text{ЭКВ}} = \frac{(j\omega L_s + 1/(j\omega C_s)) / j\omega C_p}{j\omega L_s + 1/(j\omega C_s) + 1/(j\omega C_p)} = \frac{1}{j2\pi f C_p} \cdot \frac{f^2 - f_s^2}{f^2 - f_p^2}, \quad (3.53)$$

где  $f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_s C_s}}$  – частота последовательного резонанса;  $f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_s C_{\text{ЭКВ}}}}$  –

частота параллельного резонанса;  $C_{\text{ЭКВ}} = \frac{C_1 \cdot C_s}{C_1 + C_s}$ .

График зависимости  $Z_{\text{ЭКВ}} / j$  от частоты  $f$  приведен на рис. 3.42.

Полосу частот  $\Delta F = f_p - f_s$  называют *резонансным промежутком*. Величину промежутка регулируют путем подключения параллельно резонатору дополнительной настроечной емкости  $C_{\text{наст}}$  (см. рис. 3.40, а). При этом будет изменяться  $C_{\text{ЭКВ}}$ , а значит, и частота  $f_p$  и резонансный промежуток  $\Delta F$ .

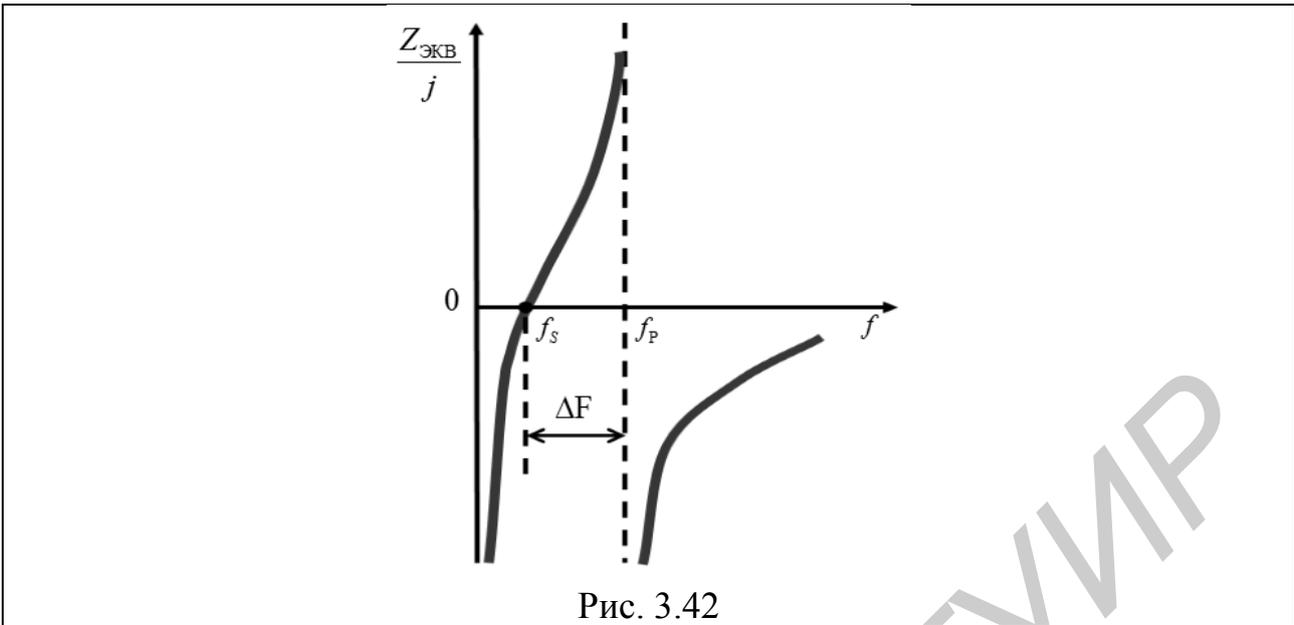


Схема замещения мостового пьезоэлектрического фильтра при  $r_s = 0$  приведена на рис. 3.40, б. Для этой схемы в соответствии с рис. 3.37

$$Z_1 = \frac{(j\omega L_S + \frac{1}{j\omega C_S}) \cdot \frac{1}{j\omega(C_P + C_{\text{наст}})}}{j\omega L_S + \frac{1}{j\omega C_S} + \frac{1}{j\omega(C_P + C_{\text{наст}})}} = \frac{1}{j2\pi f C_1} \cdot \frac{f^2 - f_S^2}{f^2 - f_P^2},$$

$$Z_2 = \frac{1}{j2\pi C_2} \cdot \frac{1}{f},$$

где  $C_1 = C_P + C_{\text{наст}}$ .

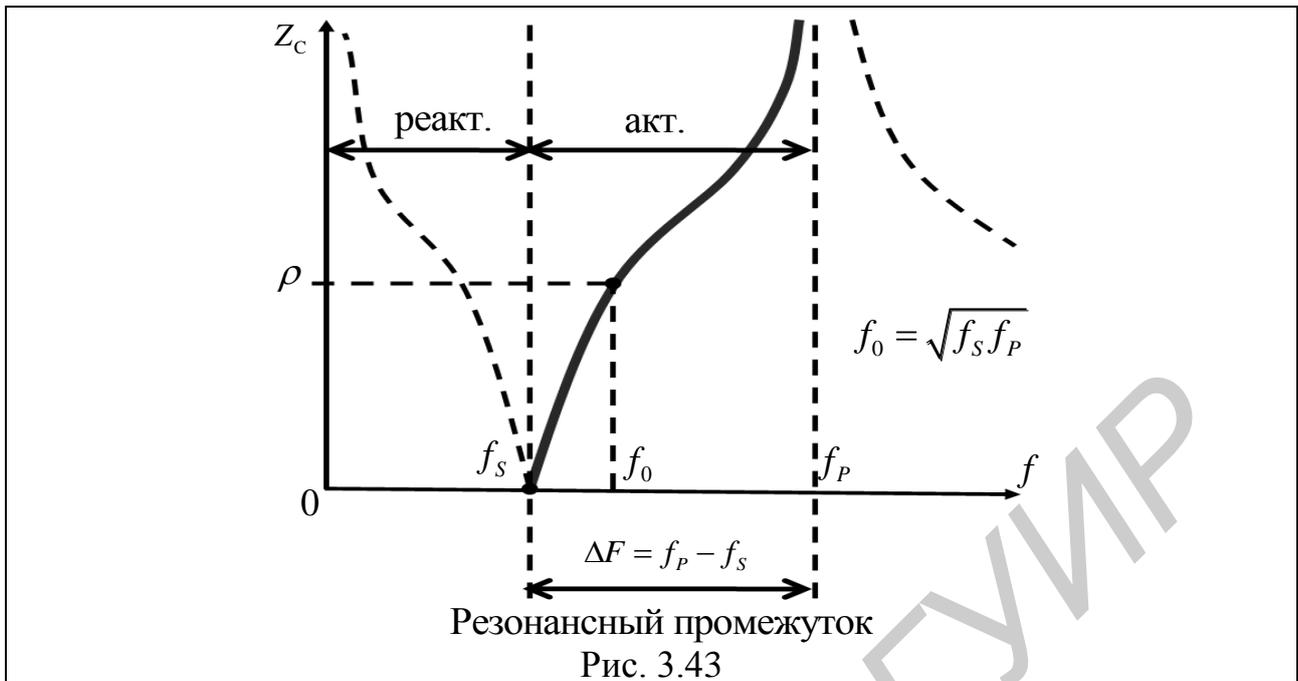
При подстановке этих значений  $Z_1$  и  $Z_2$  в выражение (3.51) получим характеристическую постоянную передачи фильтра:

$$g_c = 2\text{Arth} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \cdot \sqrt{\frac{f^2 - f_S^2}{f^2 - f_P^2}}.$$

Характеристическое сопротивление рассматриваемого фильтра  $Z_C$  с учетом формулы (3.52) равно

$$Z_C = \sqrt{Z_1 \cdot Z_2} = \frac{1}{j2\pi f \sqrt{C_1 \cdot C_2}} \cdot \sqrt{\frac{f^2 - f_S^2}{f^2 - f_P^2}}. \quad (3.54)$$

График  $Z_C$  приведен на рис. 3.43. Из этого графика следует, что  $Z_C$  в полосе пропускания (в резонансном промежутке) активно, а в полосе затухания ( $f < f_C$  и  $f > f_P$ ) – реактивно.



Характеристическое сопротивление  $Z_c$  полосового пьезоэлектрического фильтра на центральной частоте  $f_0$  при подстановке значения  $f = f_0 = \sqrt{f_S f_P}$  в равенство (3.54) является номинальным:

$$Z_c = \rho = \frac{1}{j2\pi f_P \sqrt{C_1 C_2}}$$

### 3.10. RC-фильтры

На инфранизких частотах проблематично изготовление катушек индуктивности с высокой добротностью. Поэтому в схемах фильтров индуктивность  $L$  заменяют активным сопротивлением  $r$ .

На рис. 3.44, а–в изображены простейшие схемы ФНЧ (рис. 3.44, а), ФВЧ (рис. 3.44, б) и полосового  $rC$ -фильтра (рис. 3.44, в), а на рис. 3.45, г–е – соответствующие им графики характеристического затухания  $a_c$ .

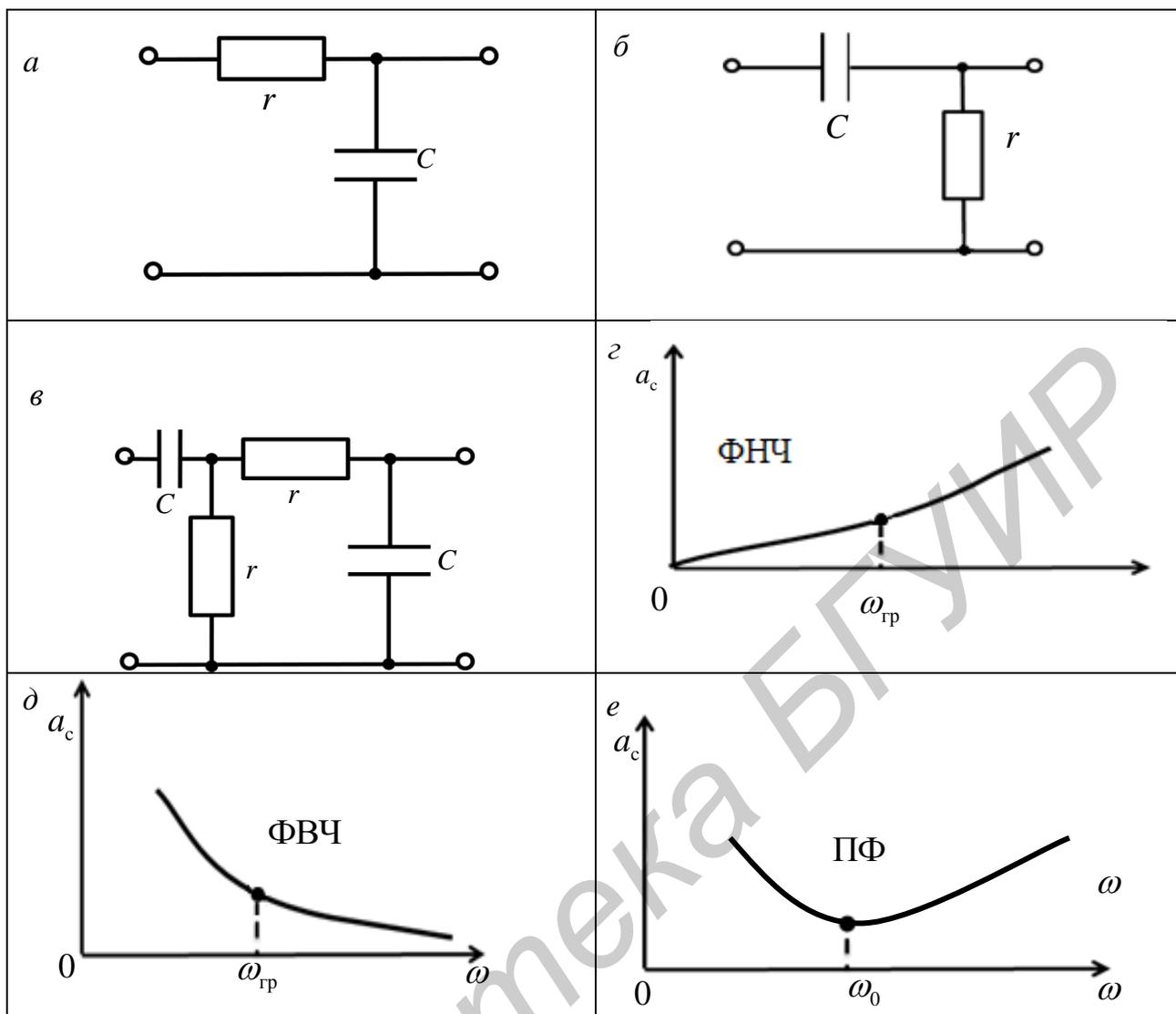


Рис. 3.44

Для всех  $rC$ -фильтров на рабочем участке полосы пропускания  $a_c \neq 0$ . Поэтому принято, что рабочая зона ФНЧ находится в диапазоне частот от  $\omega = 0$  до  $\omega = \omega_{гр} = \frac{1}{rC}$  (где  $a_c = 3$  дБ), а для ФВЧ – в диапазоне от  $\omega = \omega_{гр}$  (при  $a_c = 3$  дБ) до  $\omega = \infty$  (где  $a_c \rightarrow 0$ ). В полосовых  $rC$ -фильтрах минимальное затухание – на частоте  $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{rC}}$ .

### 3.11. Фильтры типа $t$

Для согласования нагрузки с фильтром необходимо, чтобы характеристическое сопротивление фильтра было по возможности постоянным в полосе пропускаемых частот.

Одним из существенных недостатков, например, ФНЧ типа  $k$  является то, что в полосе пропускания характеристические сопротивления  $Z_{CT}$  и  $Z_{CП}$  вблизи  $\omega_{гр}$  значительно отличаются от своего номинального значения  $\rho$ . Другой недостаток – малая крутизна характеристического затухания  $a_c$  при переходе от полосы пропускания к полосе затухания.

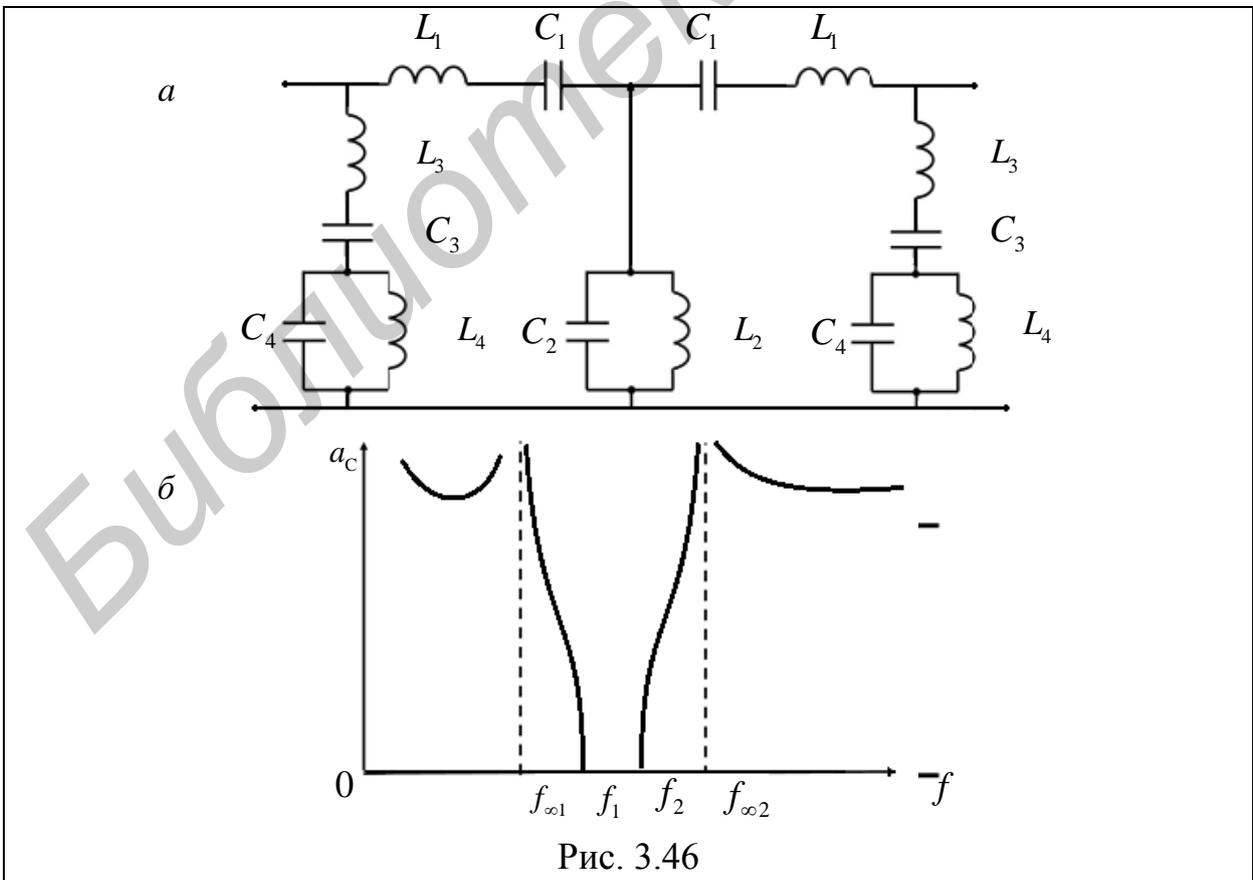
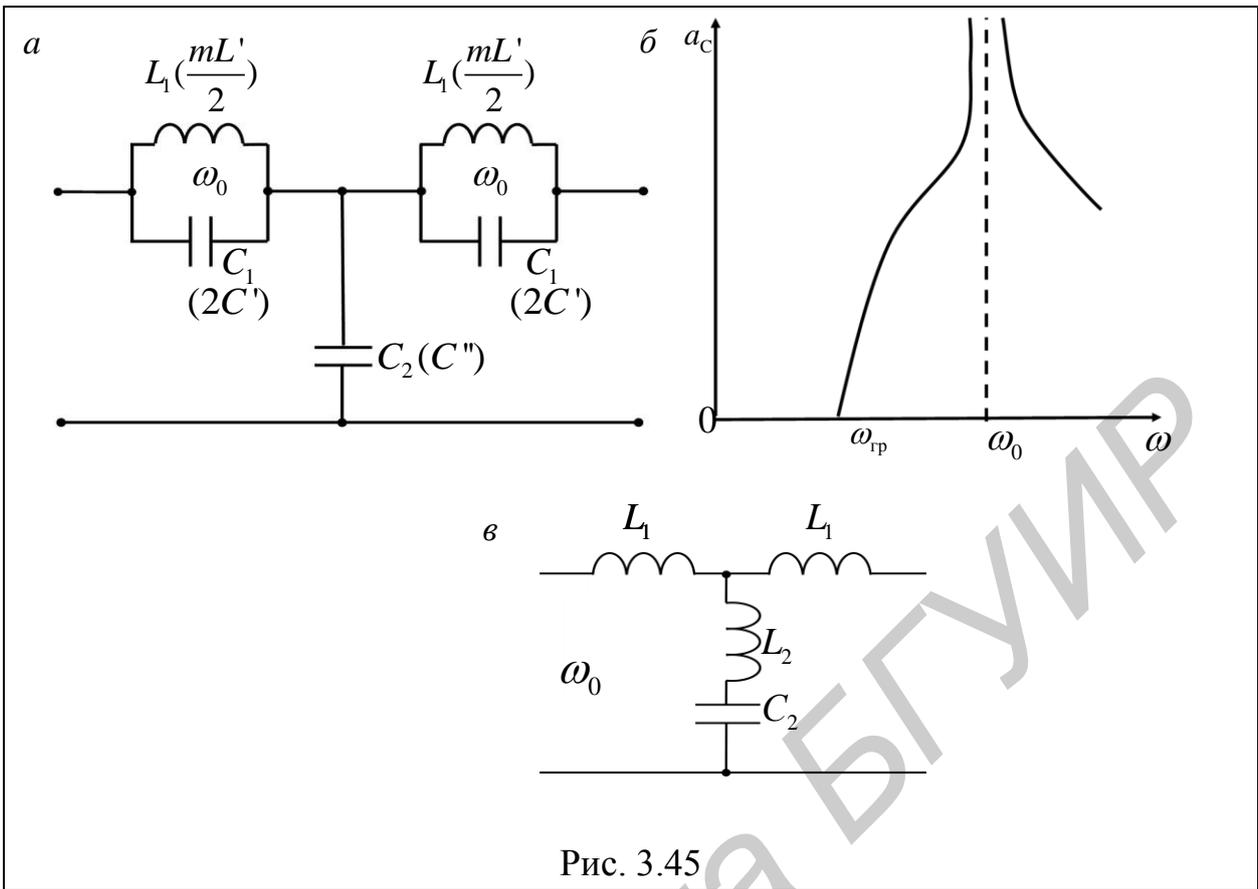
Устранить эти недостатки можно путем изменения характера сопротивлений продольных и поперечных плеч фильтра. Например, если в продольное плечо ФНЧ вместо индуктивности  $L$  включить параллельный колебательный контур (рис. 3.45, *a*), резонансная частота  $\omega_0$  которого будет несколько выше граничной частоты  $\omega_{гр}$  ФНЧ, то на частоте  $\omega_0$  будет полюс затухания (рис. 3.45, *б*). Характеристическое затухание  $a_c$  у такого фильтра при переходе от полосы пропускания к полосе затухания будет расти быстрее, чем у фильтра типа  $k$ .

Аналогичный результат можно получить, если в поперечном плече ФНЧ емкость  $C$  заменить последовательным колебательным контуром (рис. 3.45, *в*). На частоте последовательного резонанса сопротивление этого контура равно нулю. Следовательно, характеристическое затухание  $a_c$  такого фильтра очень большим.

Фильтр первого типа, приведенный на рис. 3.45, *a*, называют *параллельно-производным*, а второго типа (см. рис. 3.45, *в*) – *последовательно-производным*.

Соединяя последовательно звенья типа  $k$  и  $t$ , можно достигнуть постоянства характеристических сопротивлений и крутизны затухания при одновременном сохранении необходимой величины затухания ниже или выше частоты бесконечно большого затухания. На рис. 3.46, *a* показан полосовой фильтр, состоящий из Т-образного фильтра типа  $k$  (в середине) и двух Г-образных звеньев фильтра типа  $t$  (в начале и конце). На рис. 3.46, *б* изображена характеристика затухания такого полосового фильтра.

Условие согласования характеристических сопротивлений фильтров типа  $k$  и типа  $t$  является важным при конструировании многозвенных (цепочечных) фильтров, состоящих из звеньев типа  $k$  и  $t$ . Пример такого согласования, соответствующие схемы и графики приведены в прил. 3.



## 4. Длинные линии (цепи с распределенными параметрами)

### 4.1. Параметры длинной линии

В предыдущих разделах рассматривались электрические цепи с *сосредоточенными параметрами*. Такие цепи представляют собой совокупность самостоятельно существующих элементов  $r$ ,  $L$  и  $C$  (рис. 4.1), сосредоточенных на различных ее участках. Напряжение и ток в этих элементах связаны соотношениями

$$U_r = r \cdot i, \quad U_L = L \frac{di}{dt}, \quad i = C \frac{dU_c}{dt}, \quad (4.1)$$

основанными на предположении, что ток, входящий в эти элементы цепи, равен току, выходящему из него.

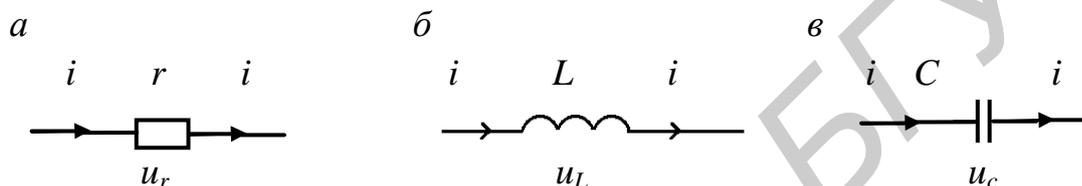


Рис. 4.1

В длинных же линиях (или в линиях с *распределенными параметрами*, например в двухпроводных или коаксиальных, приведенных на рис. 4.2, а и б соответственно), с помощью которых электрическая энергия или сигналы передаются на расстояние, магнитное и электрическое поля распределены (рассредоточены) по всей длине линии. При этом на произвольно выделенном участке длинной линии токи в начале и в конце этого участка будут неодинаковыми вследствие наличия:

- а) токов смещения, обусловленных емкостью между токоведущими проводниками;
- б) токов утечки через изоляцию;
- в) потерь в проводах в виде тепла.



Рис. 4.2

Поэтому уравнения (4.1) ко всей линии в целом неприменимы, они могут быть применимы только к участкам линии, длина которых бесконечно мала.

Процессы же в длинной линии длиной  $l$  (рис. 4.3) описываются дифференциальными уравнениями в частных производных, причем токи и напряжения в однородной длинной линии являются функциями двух переменных – времени  $t$  и координаты  $x$ , указывающей на конкретное место рассматриваемого участка  $dx$  в длинной линии от генератора или от нагрузки.

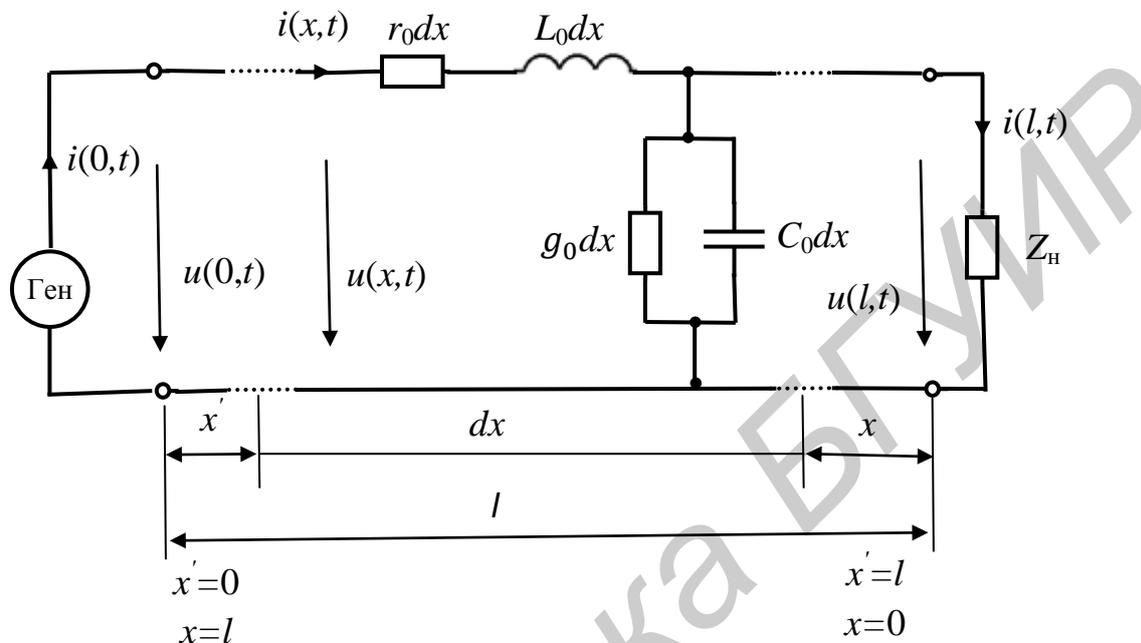


Рис. 4.3

Однородная длинная линия – это такая линия, в которой индуктивность  $L_0$ , емкость  $C_0$ , активное сопротивление  $r_0$  и проводимость  $g_0$  равномерно распределены вдоль всей длины линии.

Эти электрические параметры ( $L_0, C_0, r_0, g_0$ ), отнесенные к единице длины линии, называются *первичными параметрами* линии (табл. 4.1).

Таблица 4.1

Определение	Обозначение и единицы измерения
1	2
Продольное активное сопротивление проводов на единицу длины линии (погонное сопротивление)	$r_0$ [Ом/км]
Индуктивность между проводами на единицу длины линии (погонная индуктивность)	$L_0$ [Гн/км]

1	2
Емкость между проводами на единицу длины линии (погонная емкость)	$C_0$ [Ф/км]
Проводимость утечки проводов линии (или поперечная активная проводимость изоляции воздуха между проводами) на единицу длины (погонная проводимость)	$g_0$ [См/км]
Комплексное продольное сопротивление на единицу длины линии	$Z_0 = r_0 + j\omega L_0$ [Ом/км]
Комплексная поперечная проводимость на единицу длины линии	$Y_0 = G_0 + j\omega C_0$ [См/км]
Комплексный коэффициент распространения (постоянная распространения), характеризующий распространение волн напряжения и тока вдоль линии на единицу длины	$\gamma = \sqrt{Z_0 Y_0} =$ $= \sqrt{(r_0 + j\omega L_0)(g_0 + j\omega C_0)} =$ $= \alpha + j\beta$
Коэффициент ослабления (затухания) амплитуды волны на единицу длины линии	$\alpha$ [км <sup>-1</sup> ]
Коэффициент фазы, характеризующий изменение фазы волны на единицу длины линии	[км <sup>-1</sup> ]
Длина волны – расстояние, на которое распространяется волна за один период	$\lambda = vT$ [км]
Фазовая скорость, то есть скорость перемещения точки бегущей волны вдоль линии, при этом фаза точки остается постоянной	$V_\phi = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi f}{\beta} = \frac{2\pi f}{2\pi/\lambda} = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T},$ <p style="text-align: center;">при <math>\beta = \omega \sqrt{L_0 C_0}</math></p> $v_\phi = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$
Волновое (характеристическое) сопротивление линии падающей или отраженной волны	$Z_B$ [Ом] $Z_B = \frac{z_0}{\gamma} = \sqrt{Z_0/Y_0} = \sqrt{\frac{r_0 + j\omega L_0}{g_0 + j\omega C_0}}$ $= Z_B \cdot e^{j\varphi_c}$

Зависимости  $L_0, C_0, r_0, g_0$  и  $Z_c$  от геометрических размеров воздушной линии, изображенной на рис. 4.2, а, приведены в табл. 4.2.

Таблица 4.2

<p>Индуктивность на единицу длины воздушной линии</p> $L_0 = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{d}{r} \approx 0,921 \cdot 10^{-6} \lg \frac{d}{r} \text{ [Гн/м]},$ <p>где <math>\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}</math> Гн/м – относительная диэлектрическая проницаемость изоляции воздуха</p>
<p>Емкость на единицу длины воздушной линии</p> $C_0 = \frac{\pi \varepsilon_0}{\ln \frac{d}{r}} \approx \frac{12,07 \cdot 10^{-12}}{\ln \frac{d}{r}} \text{ [Ф/м]},$ <p>где <math>\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi}</math> [Ф/м] – относительная магнитная проницаемость воздуха</p>
<p>Продольное активное сопротивление проводов воздушной линии</p> $r_0 \approx \frac{8,33\sqrt{f}}{r} \cdot 10^{-8} \text{ [Ом/м]}$
<p>Поперечная активная проводимость изоляции воздуха</p> $g_0 \approx \omega \cdot C_0 \cdot \operatorname{tg} \delta \text{ [См/м]},$ <p>где <math>\delta</math> – угол диэлектрических потерь (до <math>90^\circ</math>),  <math>\omega = 2\pi f = 2\pi/T</math></p>
<p>Волновое сопротивление</p> $Z_B = \frac{1}{\pi} \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} \ln \frac{d}{r}$

Зависимости  $L_0, C_0, r_0$  и  $g_0$  от геометрических размеров коаксиальной линии, изображенной на рис. 4.2, б, приведены в табл. 4.3.

Таблица 4.3

$L_0 \approx 0,46 \lg \frac{r_1}{r_2} \cdot 10^{-6} \text{ [Гн/м]}$
$C_0 \approx \frac{0,241 \varepsilon}{\lg \frac{r_1}{r_2}} \cdot 10^{-10} \text{ [Ф/м]}$
$r_0 \approx 4,16 \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \cdot \sqrt{f} \cdot 10^8 \text{ [Ом/м]}$
$g_0 \approx \omega \cdot C_0 \cdot \operatorname{tg} \delta \text{ [См/м]},$
$Z_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\mu_0/\varepsilon\varepsilon_0} \ln(r_2/r_1)$

*Примечание.*  $\mu_0$ ,  $\varepsilon_0$ ,  $\delta$  и  $\omega$  в табл. 4.3 – то же, что и в табл. 4.2,  $\varepsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость изоляции проводов коаксиальной линии.

#### 4.2. Основные уравнения однородной длинной линии с потерями

Для комплексных значений:

– падение напряжения на участке  $dx$

$$d\dot{U} = -(r_0 dx + j\omega L_0 dx) \cdot \dot{I}; \quad (4.2)$$

– уменьшение тока на участке  $dx$

$$d\dot{I} = -(g_0 dx + j\omega C_0 dx) \cdot \dot{U}. \quad (4.3)$$

При записи уравнений (4.2) и (4.3) через мгновенные значения получают телеграфные уравнения длинной линии в частных производных:

$$\begin{cases} -\frac{\partial u}{\partial x} = r_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = g_0 u + C_0 \frac{\partial u}{\partial t}. \end{cases} \quad (4.4)$$

Исключая из уравнений (4.2) и (4.3) ток  $\dot{I}$ , а затем напряжение  $\dot{U}$ , получают систему:

$$\begin{cases} \frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} = (r_0 + j\omega L_0)(g_0 + j\omega C_0) \cdot \dot{U}; \\ \frac{d^2 \dot{I}}{dx^2} = (r_0 + j\omega L_0)(g_0 + j\omega C_0) \dot{I}. \end{cases} \quad (4.5)$$

Учитывая, что в системе (4.5)  $(r_0 + j\omega L_0)(g_0 + j\omega C_0) = \gamma^2$ , получают следующую систему:

$$\begin{cases} \frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} = \gamma^2 \dot{U}; \\ \frac{d^2 \dot{I}}{dx^2} = \gamma^2 \dot{I}. \end{cases} \quad (4.6)$$

В системе (4.6) однородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка.

Решение первого уравнения из этой системы имеет вид

$$\dot{U} = \dot{A}_1 e^{-\gamma x} + \dot{A}_2 e^{\gamma x}, \quad (4.7)$$

где  $\dot{A}_1 = A_1 e^{j\psi_1}$ ;  $\dot{A}_2 = A_2 e^{j\psi_2}$ ;  $\psi_1$  и  $\psi_2$  – аргументы комплексных величин  $\dot{A}_1$  и  $\dot{A}_2$ .

Ток  $\dot{I}$  находят путем подстановки уравнения (4.7) в уравнение (4.2):

$$\dot{I} = \frac{1}{r_0 + j\omega L_0} (A_1 \gamma e^{-\gamma x} - A_2 \gamma e^{\gamma x}),$$

или

$$i = \sqrt{\frac{g_0 + j\omega C_0}{r_0 + j\omega L_0}} (A_1 \gamma e^{-\gamma x} - A_2 \gamma e^{\gamma x}),$$

или

$$I = \frac{1}{Z_B} (A_1 \gamma e^{-\gamma x} - A_2 \gamma e^{\gamma x}), \quad (4.8)$$

$$Z_B = \sqrt{\frac{g_0 + j\omega C_0}{r_0 + j\omega L_0}} \quad (4.9)$$

называют *волновым сопротивлением* линии.

Подставляя в (4.7) и (4.8) значения  $\gamma = \alpha + j\beta$ , получают

$$\begin{cases} \dot{U} = A_1 e^{-\alpha x} e^{j(-\beta x + \psi_1)} + A_2 e^{\alpha x} e^{j(\beta x + \psi_2)}; \\ i = \frac{A_1}{Z_B} e^{-\alpha x} e^{j(-\beta x + \psi_1 - \varphi)} - \frac{A_2}{Z_B} e^{\alpha x} e^{j(\beta x + \psi_2 - \varphi)}. \end{cases} \quad (4.10)$$

Система (4.10), записанная через мгновенные значения  $u$  и  $i$  в сечении  $x$ , принимает вид

$$\left\{ \begin{array}{l} u(t, x) = \underbrace{\sqrt{2} A_1 e^{-\alpha x} \cdot \sin(\omega t - \beta x + \psi_1)}_{\substack{\text{падающие, прямые} \\ u_{\text{пад}} \text{ бегущие волны}}} + \underbrace{\sqrt{2} A_2 e^{\alpha x} \sin(\omega t + \beta x + \psi_2)}_{\substack{U_{\text{отр}} \text{ (отраженные,} \\ \text{обратные бегущие волны)}}}; \\ i(t, x) = \underbrace{\sqrt{2} \frac{A_1}{Z_B} e^{-\alpha x} \cdot \sin(\omega t - \beta x + \psi_1 - \varphi)}_{i_{\text{пад}}} - \underbrace{\sqrt{2} \frac{A_2}{Z_B} e^{\alpha x} \sin(\omega t + \beta x + \psi_2 - \varphi)}_{i_{\text{отр}}}, \end{array} \right. \quad (4.11)$$

где  $\varphi$  – угол сдвига фазы между током и напряжением;  $Z_B = \sqrt{\frac{Z_0}{Y_0}}$ ; на ВЧ

$\omega L_0 \gg r_0, \quad \omega C_0 \gg g_0$ , тогда  $Z_B \approx \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$ .

$$\frac{\dot{U}_{\text{пад}}}{i_{\text{пад}}} = Z_B \rightarrow \text{const};$$

$$\frac{\dot{U}_{\text{отр}}}{i_{\text{отр}}} = -Z_B \rightarrow \text{const}.$$

Так как в системе (4.11)  $\omega t - \beta x + \psi_1 = \text{const}$ , то  $\frac{d}{dt}(\omega t - \beta x + \psi_1) = 0$ , откуда  $\omega = \beta \frac{dx}{dt}$ , где  $\frac{dx}{dt} = V_{\phi} = \frac{\omega}{\beta}$  – фазовая скорость.

Через падающие и отраженные бегущие волны систему (4.11) записывают в следующем виде:

$$\begin{cases} u(t, x) = u_{\text{пад}} + u_{\text{отр}}; \\ i(t, x) = i_{\text{пад}} + i_{\text{отр}}. \end{cases} \quad (4.12)$$

На рис. 4.4 в соответствии с системой (4.11) изображены падающие и отраженные бегущие волны:

а) *падающая волна*: амплитуда уменьшается, фазовое отставание ( $-\beta x$ ) растет (рис. 4.4, а);

б) *отраженная волна*: амплитуда увеличивается, фазовое опережение ( $+\beta x$ ) растет (рис. 4.4, б).

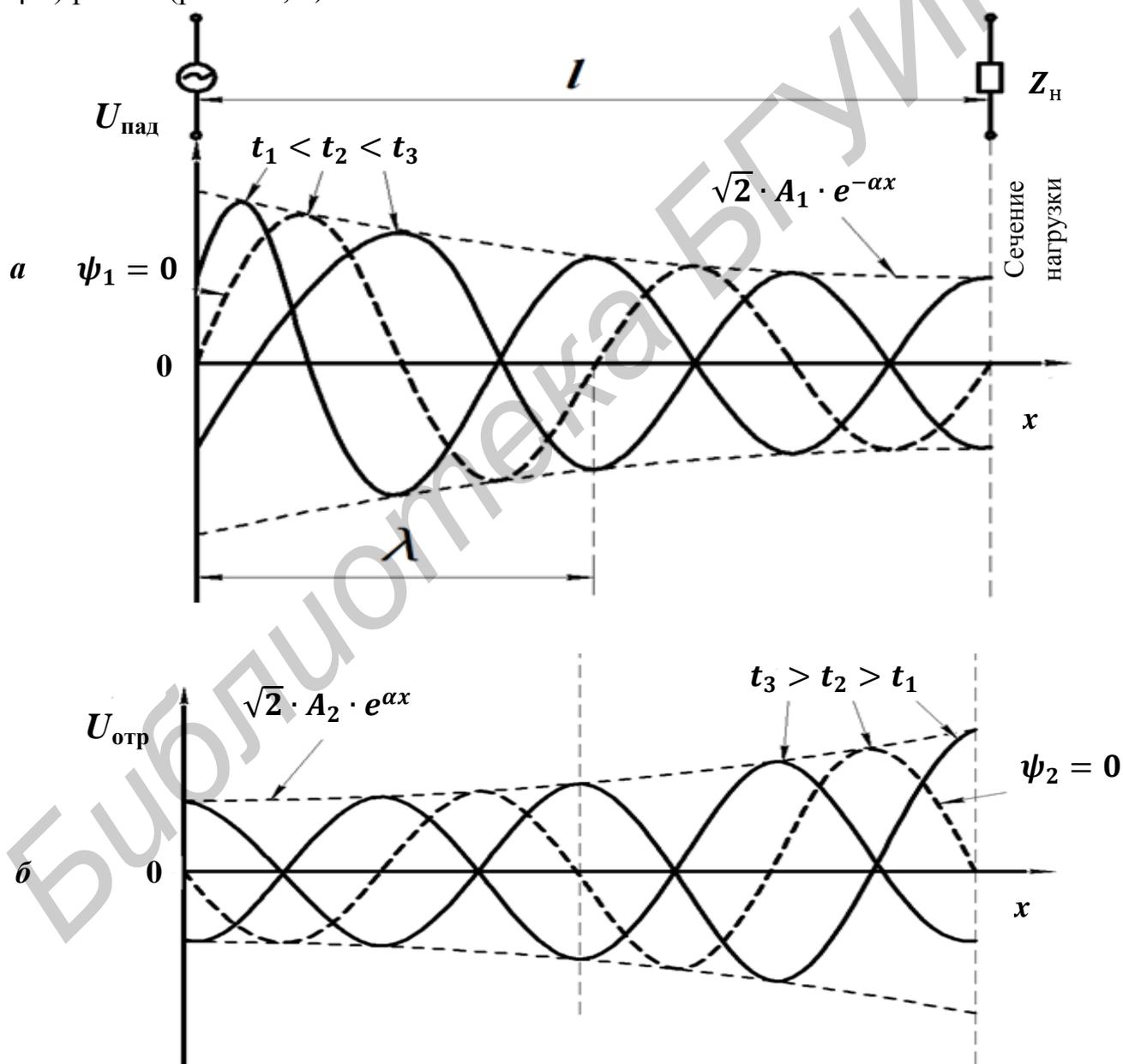


Рис. 4.4

### 4.3. Длинная линия без потерь

Для уменьшения потерь энергии в воздушной линии необходимо, чтобы активное сопротивление  $r_0$  и проводимость изоляции  $g_0$  были малы. С ростом частоты индуктивное сопротивление линии  $\omega L_0$  значительно превышает  $r_0$ , а емкостная проводимость  $\omega C_0$  значительно превышает  $g_0$ :

$$\omega L_0 \gg r_0, \omega C_0 \gg g_0. \quad (4.13)$$

При выполнении неравенств (4.13) исходным условием линии без потерь является предположение

$$r_0 \approx 0 \text{ и } g_0 \approx 0, \quad (4.14)$$

тогда основные параметры линии рассчитывают по формулам

$$\begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = \omega \sqrt{L_0 C_0} \\ \gamma = j\omega \sqrt{L_0 C_0} = j\beta \\ Z_B = \sqrt{L_0 / C_0} \end{cases} \quad (4.15)$$

Для воздушной линии  $Z_B \approx 276 \lg \frac{d}{r} \geq 200$  Ом, при  $d_{\min} = 5r$   $Z_B = 350-600$  Ом.

Для коаксиальной линии  $Z_B \approx 40-150$  Ом.

Основные уравнения воздушной линии без потерь с использованием формул Эйлера

$$\frac{e^{\alpha x} + e^{-\alpha x}}{2} = \text{ch} \alpha x, \frac{e^{\alpha x} - e^{-\alpha x}}{2} = \text{sh} \alpha x$$

в системе (4.11) записывают в гиперболических функциях

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{U}_2 \text{ch} \gamma x + Z_B \dot{I}_2 \text{sh} \gamma x ; \\ \dot{I}_1 = \dot{I}_2 \text{ch} \gamma x + \frac{1}{Z_B} \dot{U}_2 \text{sh} \gamma x , \end{cases} \quad (4.16)$$

где  $\dot{U}_1$  и  $\dot{I}_1$  – напряжение и ток в сечении генератора;  $\dot{U}_2$  и  $\dot{I}_2$  – напряжение и ток в сечении нагрузки.

Переходя в системе (4.16) от ch и sh к cos и sin при  $x = l$ , получим

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{U}_2 \cos \beta l + j Z_B \dot{I}_2 \sin \beta l ; \\ \dot{I}_1 = \dot{I}_2 \cos \beta l + j \frac{\dot{U}_2}{Z_B} \sin \beta l . \end{cases} \quad (4.17)$$

Степень согласования линии с источником энергии и нагрузкой в общем случае характеризуется коэффициентами отражения по напряжению  $\dot{p}_u$  и току  $\dot{p}_i$ :

$$\dot{p}_u = \dot{U}_{\text{отр}} / \dot{U}_{\text{пад}}; \quad \dot{p}_i = \dot{I}_{\text{отр}} / \dot{I}_{\text{пад}}; \quad \dot{p}_i = -\dot{p}_u. \quad (4.18)$$

При  $\dot{U}_2 / \dot{I}_2 = Z_H$

$$\begin{cases} \dot{p}_u = \frac{Z_H - Z_B}{Z_H + Z_B} e^{-j2\beta l}; \\ \dot{p}_i = -\frac{Z_H - Z_B}{Z_H + Z_B} \cdot e^{-j2\beta l}. \end{cases} \quad (4.19)$$

Для линии без потерь

$$0 \leq |\dot{p}_u| \leq 1; \quad 0 \leq |\dot{p}_i| \leq 1 \text{ при } Z_H = Z_B \quad |\dot{p}_u| = |\dot{p}_i| = 0. \quad (4.20)$$

Входное сопротивление линии  $Z_{\text{вх}} = \dot{U}_1 / \dot{I}_1$  при  $x = l$  в гиперболических функциях согласно (4.16) равно

$$Z_{\text{вх}} = \frac{\dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma l + Z_B \dot{I}_2 \operatorname{sh} \gamma l}{\frac{\dot{U}_2}{Z_B} \operatorname{sh} \gamma l + \dot{I}_2 \operatorname{ch} \gamma l}. \quad (4.21)$$

Для линии без потерь, так как в равенстве  $\gamma = \alpha + j\beta$   $\alpha = 0$ ,  $Z_{\text{вх}}$  через  $\cos$  и  $\sin$  записывают в следующем виде:

$$Z_{\text{вх}} = \frac{\dot{U}_2 \cos \beta l + j Z_B \dot{I}_2 \sin \beta l}{\dot{I}_2 \cos \beta l + j \frac{\dot{U}_2}{Z_B} \sin \beta l}. \quad (4.22)$$

#### 4.4. Режимы работы линии без потерь

В зависимости от сопротивления нагрузки  $Z_H$  режимы работы линии могут быть следующие:

- 1) режим *бегущих* волн (при  $Z_H = Z_B$  и  $\dot{U}_2 = Z_B \cdot \dot{I}_2$ );
- 2) режим *стоячих* волн:
  - а) при холостом ходе (ХХ)  $Z_H = \infty$ ,  $\dot{I}_2 = 0$ ;
  - б) при коротком замыкании (КЗ)  $Z_H = 0$ ,  $\dot{U}_2 = 0$ ;
  - в) при чисто реактивной нагрузке, когда  $Z_H = jx$  (индуктивная нагрузка) и  $Z_H = -jx$  (емкостная нагрузка);
- 3) режим несогласованной нагрузки, когда  $Z_H \neq Z_B$ .

##### 4.4.1. Режим бегущих волн

В режиме *бегущих* волн  $Z_H = Z_B$  и коэффициент отражения согласно формуле (4.20)  $\dot{p}_u = \dot{p}_i = 0$ . При этом в линии существует только одна *падающая* волна, обратная (отраженная) волна отсутствует (рис. 4.5), а  $Z_H = Z_B = \text{const}$  по всей длине линии.

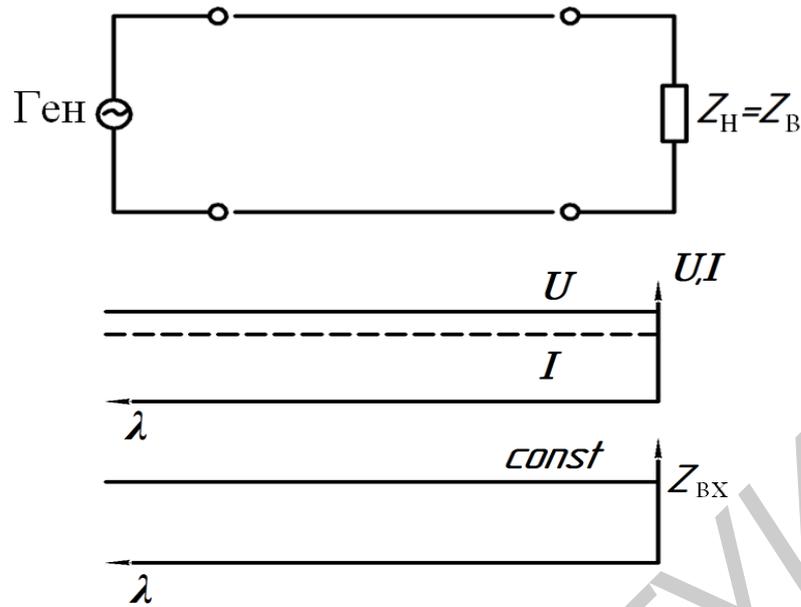


Рис. 4.5

Для режима бегущих волн характерно то, что потери энергии в линии минимальны и отсутствует эффект эха, вызываемый отраженной волной в начале линии.

#### 4.4.2. Режим стоячих волн

Для режима *стоячих* волн характерно то, что при выполнении условия линии без потерь  $\gamma = j\beta = j2\pi/\lambda$  (см. формулу (4.15)) коэффициенты отражения  $\dot{p}_u$  и  $\dot{p}_i$  (4.19) представляют собой комплексную величину:

$$\dot{p}_u = \frac{Z_H - Z_B}{Z_H + Z_B} \quad \text{и} \quad \dot{p}_i = -\frac{Z_H - Z_B}{Z_H + Z_B}. \quad (4.23)$$

В этом случае комплексное напряжение в любой точке длинной линии складывается из напряжений падающей и отраженной волн, амплитуды которых находятся в соотношении  $1/|p_u|$ , а комплексный ток равен разности токов падающей и отраженной волн с тем же соотношением амплитуд.

Точкам на длинной линии, где соблюдается условие

$$e^{j\frac{2\pi}{\lambda}x} + p_u \cdot e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}x} = 1 + |p_u|,$$

соответствует максимальное действующее напряжение  $U$ , так как при этом фазы напряжений падающей и отраженной волн совпадают.

На расстоянии  $\lambda/4$  от этих точек падающая и отраженная волны оказываются в противофазе, и действующее напряжение имеет минимум. При этом

$$e^{j\frac{2\pi}{\lambda}x} - p_u \cdot e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}x} = 1 - |p_u|.$$

Координаты максимумов и минимумов напряжения  $U$ , являющиеся функциями  $p_u$  и  $\lambda$ , не зависят от времени.

Минимум напряжения  $U$  (называемый *узлом*) располагается посередине между двумя соседними максимумами напряжения  $U$  (называемыми *пучностями*), причем расстояние между ближайшими максимумами (или минимумами) составляет  $\lambda/2$ .

Таким образом, кривая действующих напряжений вдоль линии без потерь представляет собой *стоячие* волны с чередованием пучностей и узлов через  $\lambda/4$ .

При *холостом ходе*, когда  $Z_H = \infty$ , а  $I_2 = 0$ , в линии наблюдаются стоячие волны напряжения с узлами и пучностями через  $\lambda/4$  с отсчетом  $\lambda$  от конца линии (то есть от нагрузки). На рис. 4.6, согласно уравнениям

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 \cos \beta \ell, \\ \dot{I}_1 &= j \frac{\dot{U}_2}{Z_B} \sin \beta \ell, \end{aligned} \right\} \quad (4.24)$$

полученным из системы (4.17) при  $I_2 = 0$ , изображены стоячие волны в линии в режиме холостого хода, когда нагрузка  $Z_H = \infty$ . При этом напряжение в сечении нагрузки имеет пучность, то есть  $U = U_{\max}$ .

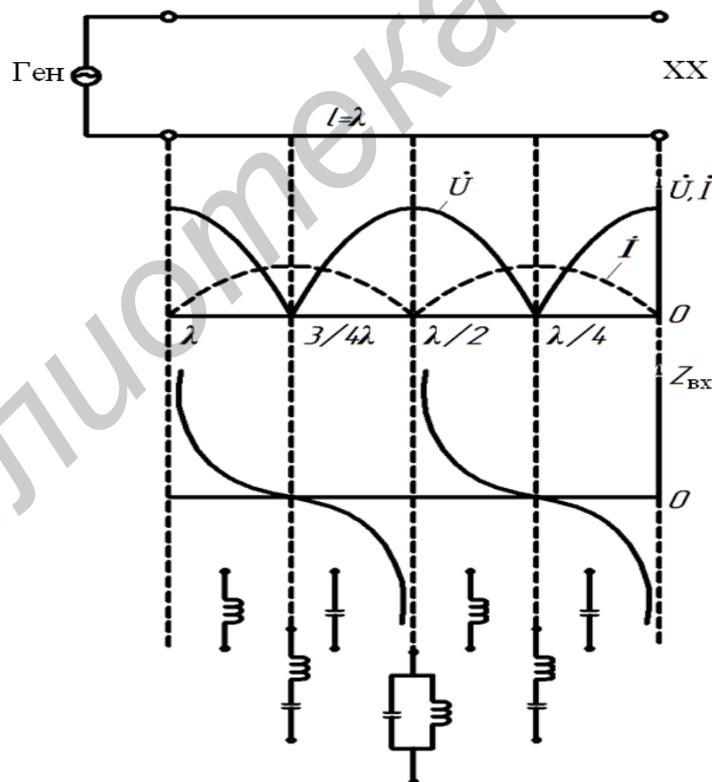


Рис. 4.6

Кривая действующего тока вдоль линии, начиная от сечения нагрузки, где  $I = 0$ , представляет собой (см. рис. 4.6) стоячие волны, смещенные в

сторону генератора относительно напряжения  $U$  на  $\lambda/4$ . При этом максимумы (пучности) тока  $I$  совпадают с минимумами (узлами) напряжения  $U$  на  $\lambda/4$  и  $3/4\lambda$ .

Входное сопротивление линии в режиме холостого хода определяется при  $I_2 = 0$  из уравнения (4.22):

$$Z_{\text{ВХ}} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{U_2 \cos \beta \ell}{j \frac{U_2}{Z_{\text{В}}} \sin \beta \ell} = -j Z_{\text{В}} \operatorname{ctg} \beta \ell, \quad (4.25)$$

то есть  $Z_{\text{ВХ}}$  пропорционально котангенсу со знаком « $-$ » и значениям  $Z_{\text{ВХ}} = \pm\infty$  на  $\lambda = 0$  и  $\lambda/2$ , и  $Z_{\text{ВХ}} = 0$  на  $\lambda/4$  и  $3/4\lambda$ .

На рис. 4.6 показано также, что линия на  $\lambda/4$  и на  $3/4\lambda$  имеет  $Z_{\text{ВХ}} = 0$ , то есть представляет собой настроенный в резонанс идеальный последовательный колебательный контур. Линия же длиной  $\lambda/2$  имеет  $Z_{\text{ВХ}} = \pm\infty$ , то есть аналогична настроенному в резонанс идеальному параллельному колебательному контуру. Линия длиной от  $\lambda/4$  до  $\lambda/2$  эквивалентна индуктивности, а длиной менее  $\lambda/4$  – емкости. Эти свойства используются при подвешивании длинной линии с помощью изоляторов на опоры, а также при ее настройке.

В режиме *короткого замыкания*, когда  $Z_{\text{н}} = 0$ , изображения стоячих волн в линии строят по уравнениям

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= j Z_{\text{В}} I_2 \sin \beta \ell; \\ I_1 &= I_2 \cos \beta \ell, \end{aligned} \right\} \quad (4.26)$$

полученным из системы (4.17) при  $U_2 = 0$  (рис. 4.7).

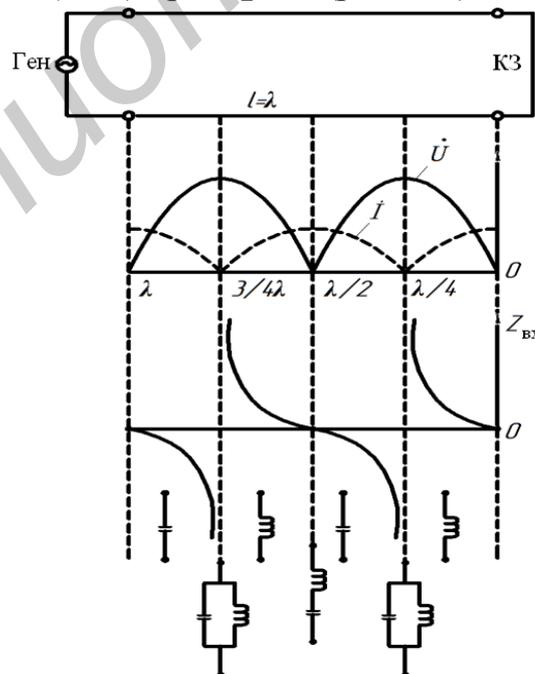


Рис. 4.7

Входное сопротивление линии в режиме короткого замыкания пропорционально тангенсу:

$$Z_{\text{ВХ}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{jZ_{\text{В}} \dot{I}_2 \sin \beta \ell}{\dot{I}_2 \cos \beta \ell} = jZ_{\text{В}} \cdot \text{tg} \beta \ell. \quad (4.27)$$

На рис. 4.7 показано, что в этом режиме в отличие от режима холостого хода линия на  $\lambda/2$  аналогична настроенному в резонанс идеальному последовательному колебательному контуру, и параллельному – на  $\lambda/4$  и  $3/4 \lambda$ .

Линия длиной менее  $\lambda/4$  эквивалентна индуктивности, а длиной от  $\lambda/4$  до  $\lambda/2$  – емкости.

Режим **чисто реактивной нагрузки**. При нагрузке линии на чисто реактивное сопротивление в ней образуются стоячие волны так же, как и в режимах холостого хода и короткого замыкания, так как чисто реактивное сопротивление можно заменить эквивалентным отрезком линии (разомкнутым или короткозамкнутым) в зависимости от характера реактивного сопротивления.

Так, подключение к длинной линии нагрузки в виде чисто емкостного сопротивления  $Z_{\text{н}} = -jX = -j \frac{1}{\omega C}$  (рис. 4.8, а) эквивалентно разомкнутому отрезку линии длиной  $\lambda/4$  (рис. 4.8, б). При этом узлы и пучности стоячих волн, по сравнению с режимом ХХ (см. рис. 4.6), смещаются вправо, в сторону сечения нагрузки (рис. 4.9).

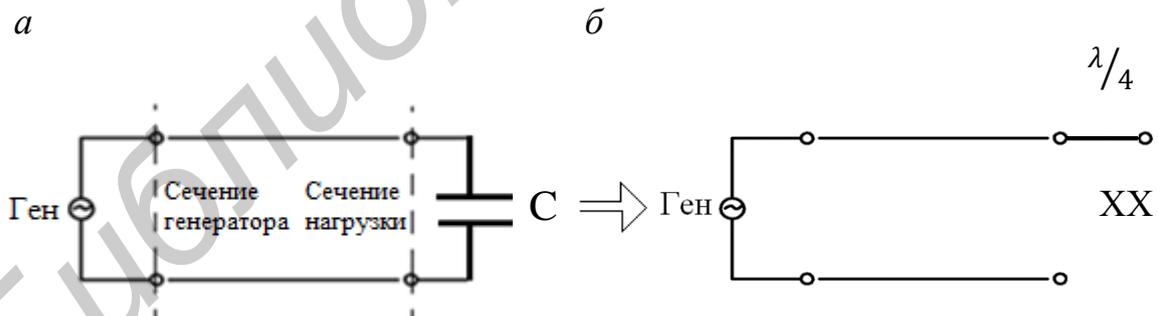


Рис. 4.8



### 4.4.3. Режим несогласованной нагрузки

При нагрузке линии сопротивлением, не равным волновому ( $Z_H \neq Z_B$ ), в линии наблюдаются *смешанные волны*, у которых, в отличие от режимов ХХ и КЗ, из-за потерь ток и напряжение в узлах не равны нулю (рис. 4.12). Причем чем больше разница между сопротивлением нагрузки  $Z_H$  и волновым сопротивлением  $Z_B$ , тем больше разница между напряжением (токами) в пучностях  $U_{max}$  ( $I_{max}$ ) и в узлах  $U_{min}$  ( $I_{min}$ ).

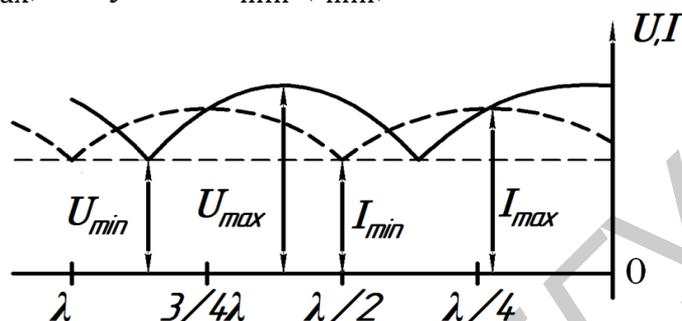


Рис. 4.12

Если известны максимальные и минимальные напряжения и токи, то коэффициент отражения рассчитывается по формулам:

$$p_U = \frac{U_{max} - U_{min}}{U_{max} + U_{min}} \text{ и } p_i = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}. \quad (4.28)$$

Для количественной оценки степени согласования длинной линии с нагрузкой А. А. Пистолькорсом предложено использовать *коэффициент бегущей волны* (КБВ), под которым понимают отношение минимума  $U$  или  $I$  к их максимуму:

$$K_6 = \frac{U_{min}}{U_{max}} = \frac{I_{min}}{I_{max}}, \quad (4.29)$$

или с учетом формул (4.28)

$$K_6 = \frac{1 - p_U}{1 + p_U}, \quad K_6 = \frac{1 - p_i}{1 + p_i}. \quad (4.30)$$

В случае активной нагрузки $r_2$
при $r_2 > z_B$ $p = \frac{r_2 - z_B}{r_2 + z_B}$ и $K_6 = \frac{z_B}{r_2}$ ;
при $r_2 < z_B$ $p = \frac{z_B - r_2}{z_B + r_2}$ и $K_6 = \frac{r_2}{z_B}$ .

Коэффициент бегущей волны в общем случае

$$0 \leq K_6 \leq 1, \quad (4.31)$$

в реальных условиях  $K_6$  обычно не менее 0,5–0,6.

Татариновым В. В. для оценки степени согласования длинной линии с нагрузкой предложено использовать коэффициент стоячей волны (КСВ), под которым понимают отношение максимума  $U$  или  $I$  к их минимуму:

$$K_C = \frac{U_{\max}}{U_{\min}} = \frac{I_{\max}}{I_{\min}}, \quad (4.32)$$

то есть  $K_C = \frac{1}{K_6}$  и  $1 \leq K_C \leq \infty$ .

При  $Z_H = Z_B$  в режиме бегущих волн  $K_C = K_6 = 1$ , в режиме стоячих волн  $K_6 = 0$ ,  $K_C = \infty$ .

#### 4.5. Частотные свойства входного сопротивления длинной линии

Входное сопротивление короткого замыкания линии  $Z_{K3}$  и холостого хода  $Z_{ХХ}$  при изменении длины линии  $\ell$  и постоянной частоте генератора  $f$  с постоянным коэффициентом фазы  $\beta$  или при изменении частоты  $f$  и неизменной длине линии  $\ell$  будет изменяться волнообразно. Причем колебания, соответствующие двум рядом находящимся максимумам или минимумам на кривой входного сопротивления, находятся в фазе:

при постоянной длине линии $\ell$ $2\beta_1\ell - 2\beta_2\ell = 2\pi$ или $\beta_1 - \beta_2 = \frac{\pi}{\ell}$ ;	(4.33)
при постоянной частоте $f$ ( $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{v_\Phi}$ ), $2\beta\ell_1 - 2\beta\ell_2 = 2\pi$ или $\ell_1 - \ell_2 = \frac{\pi}{\beta} = \frac{\lambda}{2}$ .	(4.34)

Соотношение (4.34) показывает, что максимумы и минимумы стоячих волн чередуются через  $\lambda/2$ . Аналогичные рассуждения можно провести, анализируя выражение (4.22) для входного сопротивления  $Z_{ВХ}$  при произвольной нагрузке.

Эти свойства частотной характеристики входного сопротивления линии используются для определения места повреждения линии или для определения места включения какой-либо неоднородности в линию, которые вызывают волнообразное изменение входного сопротивления  $Z_{ВХ}$ . Исследуя частотную характеристику входного сопротивления линии путем изменения частоты входного генератора, фиксируют два следующих друг за другом максимума или минимума  $Z_{ВХ}$ , соответствующих частотам  $f_1$  и  $f_2$ :

$$\beta_2 - \beta_1 = 2\pi \left( \frac{f_2}{v_{\Phi_2}} - \frac{f_1}{v_{\Phi_1}} \right) = \frac{\pi}{\ell_0},$$

где

$$\ell_0 = \frac{V_{\Phi_1} \cdot V_{\Phi_2}}{2(V_{\Phi_1} \cdot f_2 - V_{\Phi_2} \cdot f_1)}. \quad (4.35)$$

При частоте  $f_2$ , близкой к частоте  $f_1$ , разница между фазовыми скоростями мала, поэтому можно предположить, что  $V_{\Phi_1} \approx V_{\Phi_2} = V_{\Phi}$ , тогда соотношение (4.35) примет вид

$$\ell_0 = \frac{V_{\Phi}}{2(f_2 - f_1)}, \quad (4.36)$$

где  $V_{\Phi} = \frac{2\pi f}{\beta} = \lambda \cdot f$ , а коэффициент фазы

$$\beta = \omega\sqrt{L_0 C_0} = 2\pi f\sqrt{L_0 C_0}. \quad (4.37)$$

#### 4.6. Примеры решения задач

**Пример 1.** Линия без потерь нагружена на сопротивление, равное волновому  $Z_{\text{н}} = Z_{\text{в}} = 500$  Ом. Длина линии  $\ell = 30$  км, коэффициент затухания  $\alpha = 0,003$  Нп/км, напряжение генератора  $U_{\text{г}} = 120$  В.

Определить напряжение и ток в нагрузке, и КПД линии.

**Решение.** Поскольку  $Z_{\text{н}} = Z_{\text{в}}$ , то фазовые сдвиги между напряжениями и токами в начале линии те же, что и в конце. Поэтому КПД линии рассчитывается по формуле

$$\eta = \frac{U_2 I_2 \cdot \cos\varphi_2}{U_1 I_1 \cdot \cos\varphi_1} = \frac{U_2 I_2}{U_1 I_1} \cdot e^{-2\alpha\ell} = e^{-0,18} = 0,835.$$

Напряжение и ток в нагрузке:

$$U_2 = U_{\text{г}} \cdot e^{-\alpha\ell} = 120 \cdot e^{-0,09} = 109 \text{ В};$$

$$I_2 = \frac{U_2}{500} = 0,218 \text{ А}.$$

**Пример 2.** Линия без потерь, разомкнутая на конце, запитана генератором синусоидального напряжения. Длина линии  $\ell = 30$  км.

Определить частоты, на которых линия будет эквивалентна контуру, настроенному в резонансе напряжения, и частоты, при которых линия будет настроена в резонанс токов.

**Решение.** Резонансу напряжений соответствуют частоты, при которых входное сопротивление линии без потерь  $Z_{\text{вх}} = 0$ , а при резонансе токов –  $Z_{\text{вх}} = \infty$ .

Так как  $Z_{\text{вх}} = -jZ_{\text{в}} \operatorname{ctg} 2\pi \frac{\ell}{\lambda}$ , то при резонансе напряжений

$$Z_{\text{ВХ}} = -jZ_{\text{В}} \text{ctg} 2\pi \frac{\ell}{\lambda} = 0,$$

откуда

$$2\pi \frac{\ell}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad \text{где } k = 1, 2, 3 \dots$$

Тогда

$$\begin{aligned} \text{при } \lambda_1 = 120 \text{ м, } & f_1 = 2,5 \text{ МГц;} \\ \text{при } \lambda_2 = 40 \text{ м, } & f_2 = 7,5 \text{ МГц;} \\ \text{при } \lambda_3 = 24 \text{ м, } & f_3 = 12,5 \text{ МГц и так далее.} \end{aligned}$$

При резонансе токов  $Z_{\text{ВХ}} = \infty$ , тогда  $f_1 = 5 \text{ МГц}$ ;  $f_2 = 10 \text{ МГц}$ ;  $f_3 = 15 \text{ МГц}$  и так далее .

**Пример 3.** Двухпроводная линия без потерь запитана от генератора с частотой  $f = 1,5 \text{ МГц}$ . Расстояние между проводами  $d = 300 \text{ мм}$ , диаметры проводов  $d = 5 \text{ мм}$ . Линия нагружена на конденсатор емкостью  $C = 222 \text{ пФ}$ .

Определить расстояние от нагрузки линии до ближайших пучностей напряжения и тока, величины максимумов напряжения и тока, если напряжение на конденсаторе  $U_{\text{н}} = U_{\text{с}} = 200 \text{ В}$ .

**Решение.** Поскольку линия нагружена на конденсатор, то приемник линии следует заменить разомкнутым отрезком линии (см. п. 4.4.2). Входное сопротивление линии  $Z_{\text{ВХ}} = -jZ_{\text{В}} \text{ctg} \beta \ell$  должно равняться

$$x = -\frac{1}{\omega C} = -\frac{10^{12}}{2\pi \cdot 1,5 \cdot 10^6 \cdot 222} = -480 \text{ Ом,}$$

тогда  $Z_{\text{В}} = 572 \text{ Ом}$ ,  $\beta \ell = \frac{50^\circ 2\pi}{360^\circ} = 2\pi f \cdot \frac{\ell}{V_{\text{Ф}}}$ , откуда  $\ell = \frac{50^\circ}{360^\circ} \cdot \frac{V_{\text{Ф}}}{f} = 27,8 \text{ м}$ .

Таким образом, вместо конденсатора линию удлиняют отрезком в 27,8 м. В конце этого отрезка будет находиться узел тока и пучность напряжения. Следующая пучность напряжения отстоит от конца уже удлиненной линии на расстоянии  $\frac{V_{\text{Ф}}}{2f} = 100 \text{ м}$ , то есть на расстоянии 72,2 м от конца уже удлиненной линии. Пучность тока окажется на расстоянии 22,2 м от конца заданной линии.

Таким образом, на расстоянии 27,8 м от конца новой линии напряжение  $U_{\text{н}} = U_{\text{с}} = 200 \text{ В}$ . Напряжение на конце новой линии определяем по формуле

$$200 = U_{\text{max}} \sin \frac{22,2}{50} \cdot 90^\circ,$$

откуда  $U_{\text{max}} = 312 \text{ В}$ .

Пучность тока

$$I_{\text{max}} = \frac{U_{\text{max}}}{Z_{\text{В}}} = \frac{312}{572} = 0,544 \text{ А.}$$

**Пример 4.** Линия без потерь нагружена индуктивностью. Длина линии  $\ell = 15$  м, ее волновое сопротивление  $Z_B = 500$  Ом, частота входного генератора  $f = 7,5$  МГц.

Подобрать индуктивность нагрузки так, чтобы вся цепь оказалась эквивалентна контуру, настроенному в резонанс напряжений.

**Решение.** Используя методику примера 3 и сведения из п. 4.4.2, заменив индуктивность короткозамкнутым отрезком линии, получим  $L = 10,62$  мкГн.

**Пример 5.** Воздушная линия без потерь длиной  $\ell = 60$  км разомкнута на конце и подключена к источнику постоянного напряжения  $E = 60$  кВ. Погонные индуктивность и емкость известны:  $L_0 = 4$  мГн/км,  $C_0 = 2780$  пФ/км. Сопротивлением источника пренебречь.

Определить запас электромагнитной энергии линии через время  $t_1 = 0,2$  мс,  $t_2 = 0,4$  мс,  $t_3 = 0,6$  мс,  $t_4 = 0,8$  мс, прошедшее после подключения линии к источнику напряжения.

**Решение.** Скорость распространения волн вдоль линии

$$V_\Phi = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} = \frac{1}{\sqrt{4 \cdot 10^{-3} \cdot 2780 \cdot 10^{-12}}} = 3 \cdot 10^5 \text{ км/с.}$$

Электромагнитная волна пробегает всю линию за время

$$t = \frac{\ell}{V_\Phi} = \frac{60}{3 \cdot 10^5} = 0,2 \text{ мс.}$$

К концу первого заданного отрезка времени напряжение вдоль всей линии установится  $E = 6$  кВ, а ток будет равен

$$I = \frac{E}{Z_B} = \frac{60 \cdot 10^3}{1200} = 50 \text{ А.}$$

Волновое сопротивление  $Z_B = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = 1200$  Ом.

Запас энергии электрической составляющей поля

$$W_{1Э} = \frac{C_0 U^2}{2} \cdot \ell = \frac{2780 (60 \cdot 10^3)^2 \cdot 10^{-12}}{2} \cdot 60 = 300 \text{ Дж.}$$

Запас энергии магнитной составляющей поля

$$W_{1М} = \frac{L_0 I^2}{2} \ell = 300 \text{ Дж,}$$

тогда  $W_1 = W_{1Э} + W_{1М} = 600$  Дж.

Еще через 0,2 мс, то есть через  $t_2 = 0,4$  мс, волны напряжения и тока, отраженные от конца линии, дойдут до ее начала. При этом напряжение в любой точке линии окажется равным  $2E$ , а ток – нулю.

К концу второго заданного отрезка времени  $W_{2Э} = 1200$  Дж, а  $W_{2М} = 0$ .

К концу времени  $t_3 = 0,6$  мс вдоль линии пройдут волны напряжения и тока, отраженные от начала линии, вдоль нее восстановится напряжение  $E$  и ток, равный  $\frac{E}{Z_B}$ , изменит свое направление на обратное.

Запас энергии вновь окажется равным

$$W_3 = W_{3Э} + W_{3М} = (300 + 300) \text{ Дж.}$$

К концу четвертого отрезка времени ( $t_4 = 0,8$  мс) линия разрядится и ток прекратится. Запас электромагнитной энергии окажется равным нулю. Начнется новый цикл.

**П р и м е р 6.** Воздушная линия без потерь (данные см. в примере 5), короткозамкнута на конце, подключена к источнику постоянного напряжения  $E = 60$  кВ.

Определить запас электромагнитной энергии линии через время  $t_1 = 0,2$  мс,  $t_2 = 0,4$  мс,  $t_3 = 0,6$  мс,  $t_4 = 0,8$  мс, прошедшее после подключения линии к источнику напряжения. Сопротивлением источника пренебречь.

**Р е ш е н и е.** Используя методику примера 5 и сведения из п. 4.4.2, получим

$$W_1 = W_M + W_Э = 300 + 300 = 600 \text{ Дж,}$$

$$W_2 = 1200 + 0 = 1200 \text{ Дж,}$$

$$W_3 = 2700 + 300 = 300 \text{ Дж,}$$

$$W_4 = 4800 + 0 = 4800 \text{ Дж.}$$

**П р и м е р 7.** Волновое сопротивление длинной линии без потерь  $Z_B = 500$  Ом. Длина линии  $\ell = 120$  км. К концу линии подключена нагрузка – активное сопротивление  $r_H = 500$  Ом. Линия подключена к источнику постоянного напряжения  $E = 500$  В.

Определить мощность, расходуемую в сопротивлении нагрузки  $r_H = 500$  Ом, через время  $t_1 = 0,5$  мс и  $t_2 = 1,3$  мс после включения линии. Как изменится мощность, если сопротивление уменьшить в 10 раз, то есть  $r_2 = 50$  Ом? Сопротивлением источника напряжения пренебречь.

**Р е ш е н и е.** Время распространения волны вдоль линии

$$t = \frac{\ell}{V_\Phi} = \frac{120}{3 \cdot 10^5} = 0,4 \text{ мс.}$$

Если  $r_H = r_B = 500$  Ом, то отраженных волн не будет, и процесс установится через  $t = 0,4$  мс после включения линии. Затуханием в линии пренебрегаем, поэтому

$$U_2 = 500 \text{ В и } I_2 = \frac{500}{500} = 1 \text{ А, } P_H = U_2 I_2 = 500 \text{ Вт.}$$

Если нагрузка  $r_2 = 50 \text{ Ом}$ , то после включения генератора появится отражение от конца линии, при этом коэффициент отражения будет равен

$$p_H = \frac{r_H - Z_B}{r_H + Z_B} = \frac{50 - 500}{50 + 500} = -0,818.$$

Коэффициент отражения генератора

$$p_G = \frac{0 - Z_B}{0 + Z_B} = -1.$$

К концу первого отрезка времени  $t = 0,4 \text{ мс}$  электромагнитная волна достигнет конца линии и частично отразится. Отраженная волна напряжения

$$p_H E = -0,818 \cdot 500 = -409 \text{ В.}$$

Следовательно, через  $t = 0,4 \text{ мс}$  напряжение на конце линии  $U'_H = 500 - 409 = 91 \text{ В}$ , а ток в приемнике  $I'_H = \frac{91}{50} = 1,82 \text{ А}$ .

Отраженная от приемника волна напряжением  $409 \text{ В}$  дойдет до генератора и, отразившись, вновь вернется к приемнику и снова частично отразится. Отраженная повторно волна

$$U''_H = 409 \cdot (-0,818) = -334,6 \text{ В.}$$

Напряжение в нагрузке через время  $t = 1,2 \text{ мс}$  после включения линии окажется равным

$$U'''_H = 91 + 409 - 334,6 = 165,4 \text{ В.}$$

Это напряжение продержится в течение  $0,4 + 0,4 = 0,8 \text{ мс}$ . Ток в нагрузке в течение этого времени

$$I'''_H = \frac{165,4}{50} = 3,31 \text{ А,}$$

а мощность  $P_H = 3,31 \cdot 165,4 = 546 \text{ Вт}$ .

Соотношение параметров шести форм записи уравнений  
четырёхполосников

Определяемый параметр	Зависимость между параметрами											
	Y		Z		A		B		H		F	
Y	$Y_{11}$	$Y_{12}$	$\frac{Z_{22}}{ Z }$	$\frac{-Z_{12}}{ Z }$	$\frac{A_{22}}{A_{12}}$	$\frac{- A }{A_{12}}$	$\frac{B_{11}}{B_{12}}$	$\frac{-1}{B_{12}}$	$\frac{1}{H_{11}}$	$\frac{-H_{12}}{H_{11}}$	$\frac{ F }{F_{22}}$	$\frac{F_{12}}{F_{22}}$
	$Y_{21}$	$Y_{22}$	$\frac{-Z_{21}}{ Z }$	$\frac{Z_{11}}{ Z }$	$\frac{1}{A_{12}}$	$\frac{-A_{11}}{A_{12}}$	$\frac{- B }{B_{12}}$	$\frac{B_{22}}{B_{12}}$	$\frac{H_{21}}{H_{11}}$	$\frac{ H }{H_{11}}$	$\frac{F_{21}}{F_{22}}$	$\frac{1}{F_{22}}$
Z	$\frac{Y_{22}}{ Y }$	$\frac{-Y_{12}}{ Y }$	$Z_{11}$	$Z_{12}$	$\frac{A_{11}}{A_{21}}$	$\frac{ A }{A_{21}}$	$\frac{B_{22}}{B_{21}}$	$\frac{1}{B_{21}}$	$\frac{ H }{H_{22}}$	$\frac{H_{12}}{H_{22}}$	$\frac{1}{F_{11}}$	$\frac{-F_{12}}{F_{11}}$
	$\frac{-Y_{21}}{ Y }$	$\frac{Y_{11}}{ Y }$	$Z_{21}$	$Z_{22}$	$\frac{1}{A_{21}}$	$\frac{-A_{22}}{A_{21}}$	$\frac{ B }{B_{21}}$	$\frac{B_{11}}{B_{21}}$	$\frac{-H_{21}}{H_{22}}$	$\frac{1}{H_{22}}$	$\frac{F_{21}}{F_{11}}$	$\frac{ F }{F_{11}}$
A	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{ Z }{Z_{21}}$	$A_{11}$	$A_{12}$	$\frac{B_{22}}{ B }$	$\frac{B_{12}}{ B }$	$\frac{- H }{H_{21}}$	$\frac{-H_{11}}{H_{21}}$	$\frac{1}{F_{21}}$	$\frac{F_{22}}{F_{21}}$
	$\frac{- Y }{Y_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{-Z_{22}}{Z_{21}}$	$A_{21}$	$A_{22}$	$\frac{B_{21}}{ B }$	$\frac{B_{11}}{ B }$	$\frac{-H_{22}}{H_{21}}$	$\frac{-1}{H_{21}}$	$\frac{F_{11}}{F_{21}}$	$\frac{ F }{F_{21}}$
B	$\frac{-Y_{11}}{Y_{12}}$	$\frac{-1}{Y_{12}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{12}}$	$\frac{ Z }{Z_{12}}$	$\frac{A_{22}}{ A }$	$\frac{A_{12}}{ A }$	$B_{11}$	$B_{12}$	$\frac{1}{H_{12}}$	$\frac{H_{11}}{H_{12}}$	$\frac{- F }{F_{12}}$	$\frac{-F_{22}}{F_{12}}$
	$\frac{- Y }{Y_{12}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{12}}$	$\frac{1}{Z_{12}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{12}}$	$\frac{A_{21}}{ A }$	$\frac{A_{11}}{ A }$	$B_{21}$	$B_{22}$	$\frac{H_{22}}{H_{12}}$	$\frac{ H }{H_{12}}$	$\frac{F_{11}}{F_{12}}$	$\frac{1}{F_{12}}$
H	$\frac{1}{Y_{11}}$	$\frac{-Y_{12}}{Y_{11}}$	$\frac{ Z }{Z_{22}}$	$\frac{Z_{12}}{Z_{22}}$	$\frac{A_{12}}{A_{22}}$	$\frac{ A }{A_{22}}$	$\frac{B_{12}}{B_{11}}$	$\frac{1}{B_{11}}$	$H_{11}$	$H_{12}$	$\frac{F_{22}}{ F }$	$\frac{-F_{12}}{ F }$
	$\frac{Y_{21}}{Y_{11}}$	$\frac{ Y }{Y_{11}}$	$\frac{-Z_{21}}{Z_{22}}$	$\frac{1}{Z_{22}}$	$\frac{-1}{A_{22}}$	$\frac{A_{12}}{A_{22}}$	$\frac{- B }{B_{11}}$	$\frac{B_{21}}{B_{11}}$	$H_{21}$	$H_{22}$	$\frac{-F_{21}}{ F }$	$\frac{F_{11}}{ F }$
F	$\frac{ Y }{Y_{22}}$	$\frac{Y_{12}}{Y_{22}}$	$\frac{1}{Z_{11}}$	$\frac{-Z_{12}}{Z_{11}}$	$\frac{A_{21}}{A_{11}}$	$\frac{- A }{A_{11}}$	$\frac{A_{21}}{A_{11}}$	$\frac{- A }{A_{11}}$	$\frac{H_{22}}{ H }$	$\frac{-H_{12}}{ H }$	$F_{11}$	$F_{12}$
	$\frac{-Y_{21}}{Y_{22}}$	$\frac{1}{Y_{22}}$	$\frac{Z_{21}}{Z_{11}}$	$\frac{ Z }{Z_{11}}$	$\frac{1}{A_{11}}$	$\frac{A_{12}}{A_{11}}$	$\frac{1}{A_{11}}$	$\frac{A_{12}}{A_{11}}$	$\frac{-H_{21}}{H_{21}}$	$\frac{H_{11}}{ H }$	$F_{21}$	$F_{22}$

Мостовые LC-фильтры

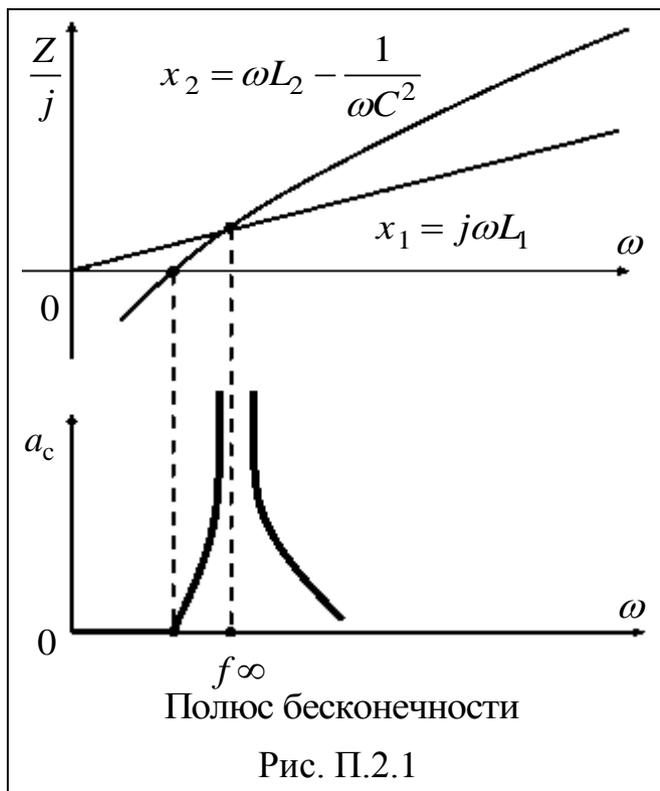


Рис. П.2.1

Рис. П.2.2

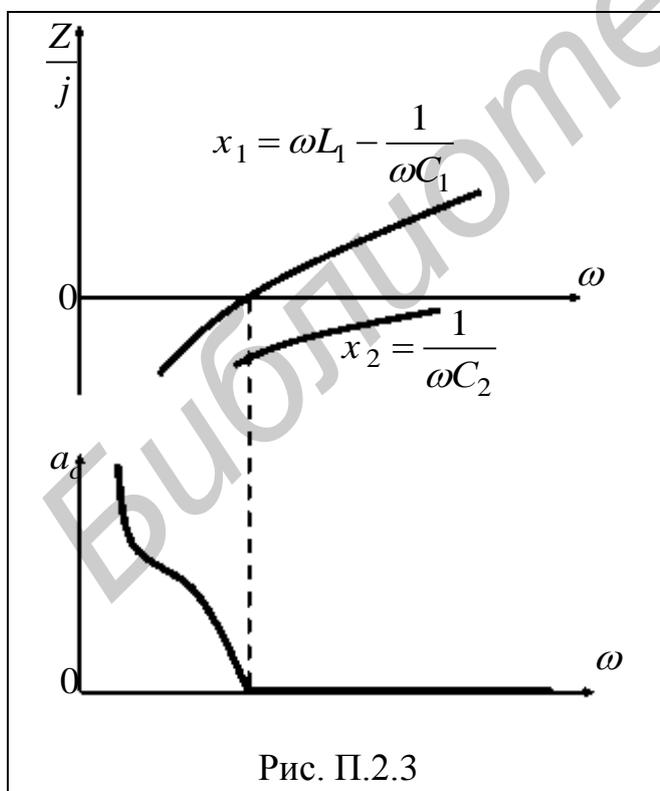
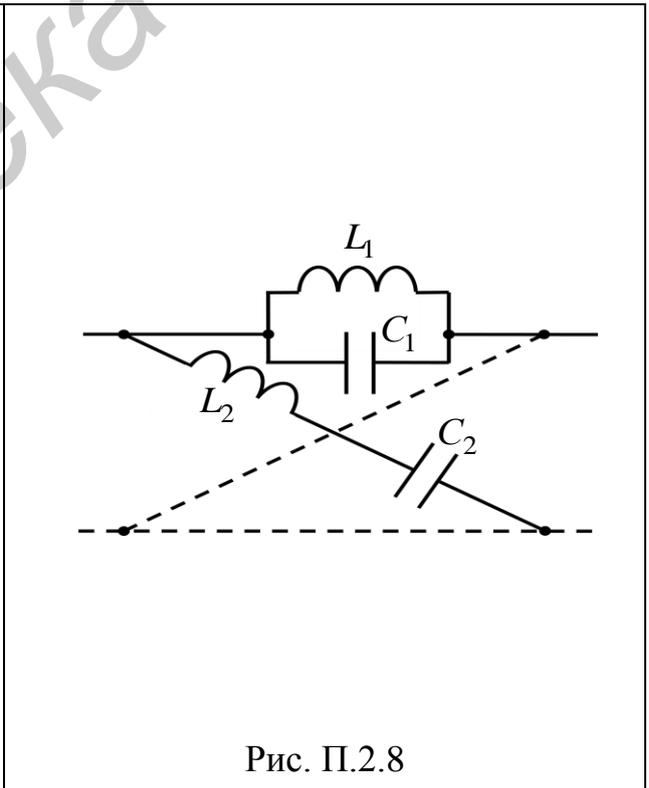
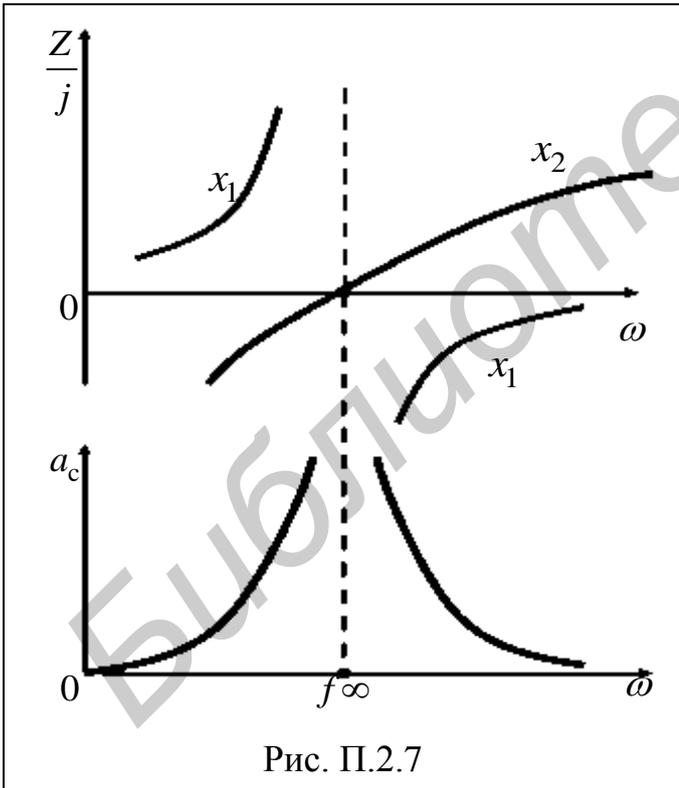
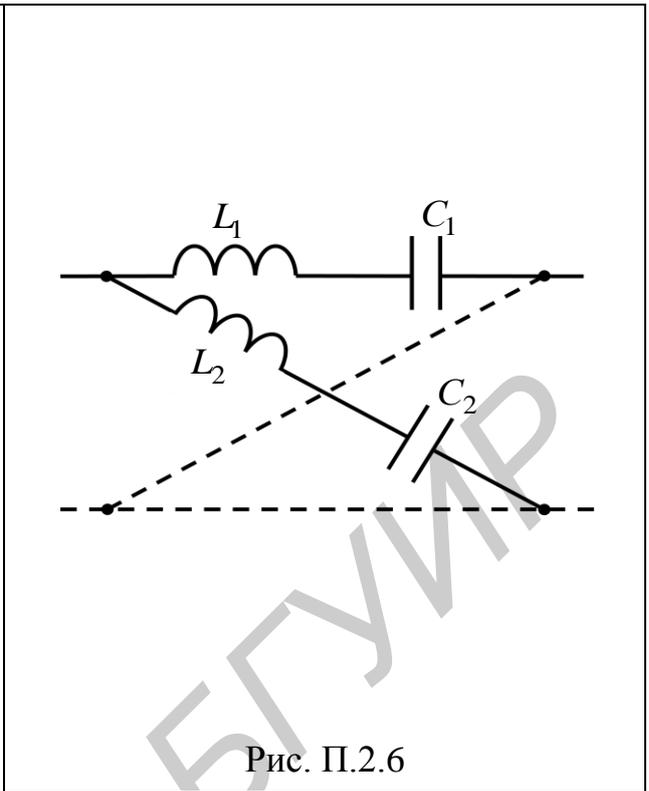
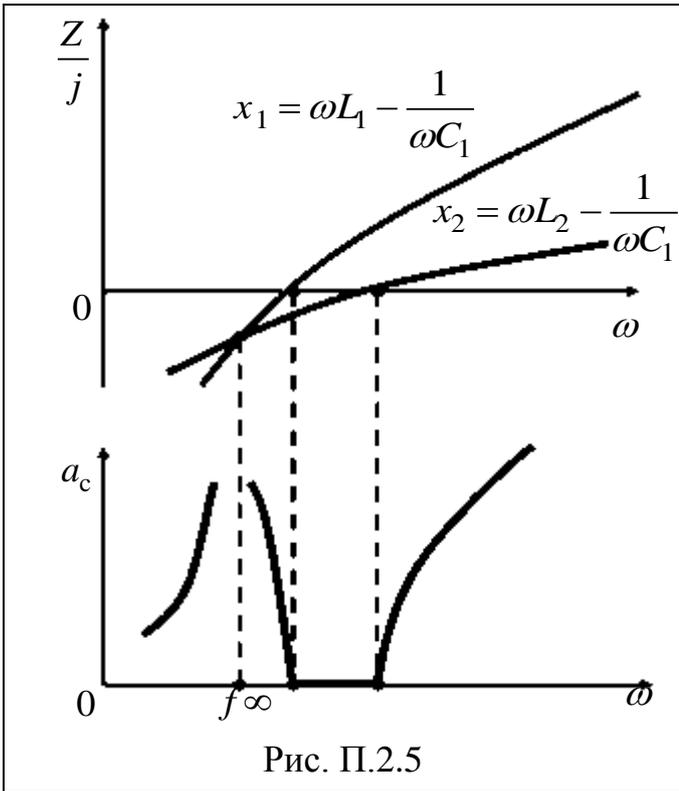


Рис. П.2.3

Рис. П.2.4



**Пример согласования характеристических сопротивлений  
фильтров типа  $m$  и  $k$**

Рассмотрим Т-образные схемы двух ФНЧ – типа  $k$  и последовательно-производного тип  $m$  (рис. П.3.1,  $a$  и  $б$ ) и потребуем равенства их характеристических сопротивлений, то есть  $Z_{сТm} = Z_{сТk}$ .

Подставим в формулу

$$Z_{сТ} = \sqrt{Z_X Z_K} = \sqrt{Z_1 Z_2} \cdot \sqrt{1 + Z_1 / (4Z_2)}$$

значения сопротивлений плеч ФНЧ типа  $m$  (см. рис. П.3.1,  $б$ )  $Z_{1m} = j\omega L'$  и  $Z_{2m} = j(\omega L'' - \frac{1}{\omega C''})$ :

$$\sqrt{\omega L' \left( \frac{1}{\omega C''} - \omega L'' \right)} \cdot \sqrt{1 + \frac{\omega L'}{4(\omega L'' - 1/(\omega C''))}} = \sqrt{\frac{1}{C}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 LC}{4}},$$

или

$$\omega L' \left( \frac{1}{\omega C''} - \omega L'' \right) - \frac{\omega^2 (L')^2}{4} = \frac{L}{C} - \frac{\omega^2 L^2}{4}. \quad (\text{П.3.1})$$

Индуктивность в продольном плече  $L'$  фильтра типа  $m$  в общем случае может отличаться в  $m$  раз от индуктивности  $L$  фильтра типа  $k$  (то есть  $L' = mL$ ), поэтому, подставив в выражение (П.3.1) вместо  $L'$  значение  $mL$ , получим

$$\frac{1}{\omega C''} - \omega L'' = \frac{1}{\omega m C} - \omega L \frac{1 - m^2}{4m}$$

откуда

$$C'' = mC; L'' = \frac{1 - m^2}{4m} L.$$

Из последней формулы для  $L''$  видно, что коэффициент  $m$  не должен превышать единицы, иначе индуктивность  $L''$  будет отрицательной.

Схема последовательно-произвольного ФНЧ приведена на рис. П.3.1,  $в$ .

Граничную частоту ФНЧ типа  $m$  определим из общего для реактивных фильтров условия  $-1 \leq 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} \leq 1$ , которое в рассматриваемом примере примет

вид  $Z_{1m} = 4Z_{2m}$  или

$$\omega_{гр m} mL = 4 \left( \frac{1}{\omega_{гр m} m C} - \omega_{гр m} \frac{1 - m^2}{4m} L \right),$$

откуда  $\omega_{\text{р}m} = \omega_{\text{р}} = 2/\sqrt{LC}$ , то есть граничная частота у фильтров типа  $m$  (см. рис. П.3.1, в) остается такой же, как и у фильтра – прототипа  $k$ , приведенного на рис. П.3.1, а.

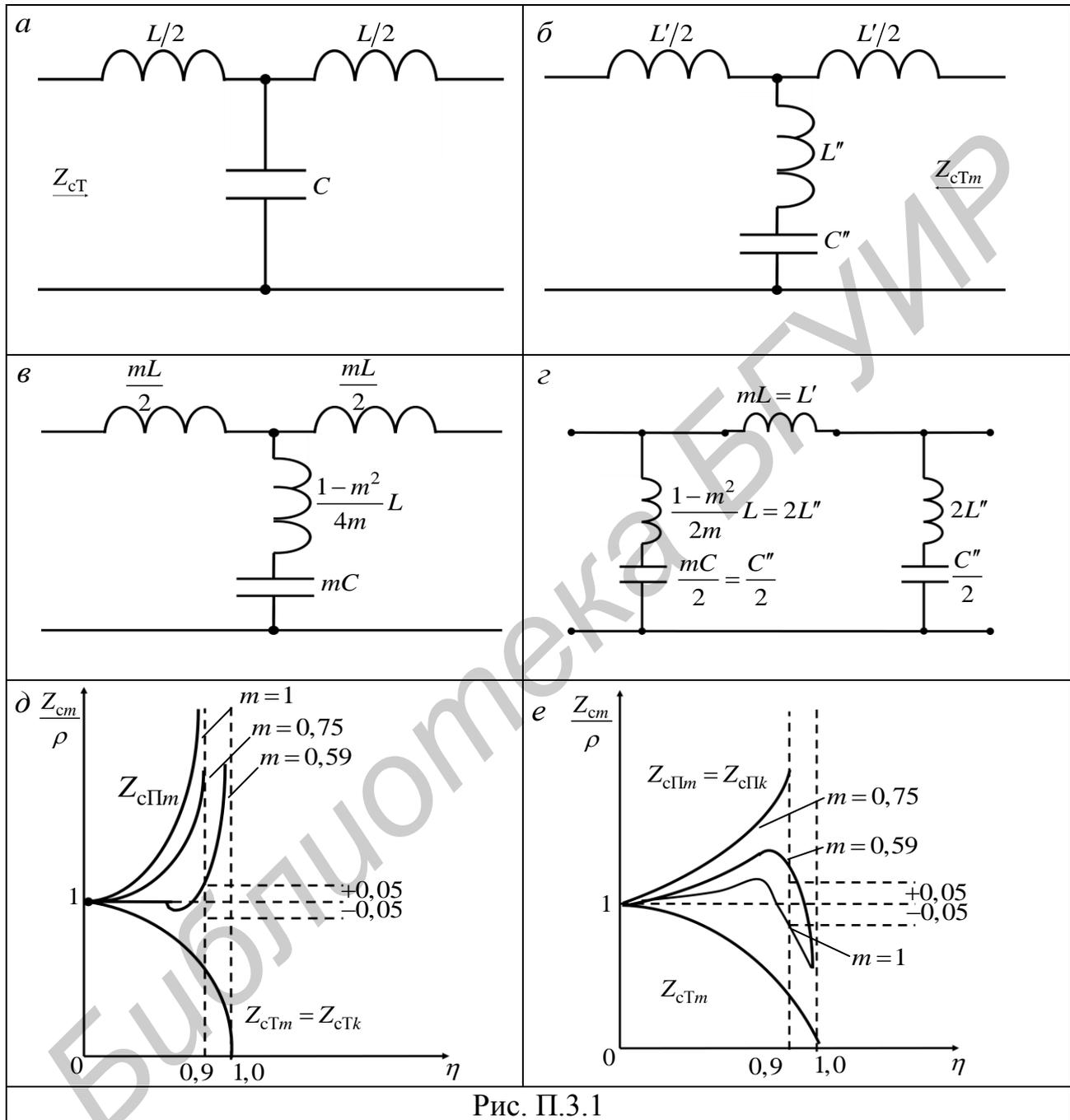


Рис. П.3.1

Резонансная частота поперечного плеча ФНЧ типа  $m$ , на которой затухание бесконечно велико, определяется выражением

$$\omega_{\infty} = \frac{1}{\sqrt{L''C''}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1-m^2}{4m}LmC}} = \frac{1}{\sqrt{1-m^2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{1-m^2}} \cdot \omega_{\text{р}}. \quad (\text{П.3.2})$$

Решив уравнение (П.3.2) относительно  $m$ , получим

$$m = \sqrt{1 - \omega_{\text{гр}}^2 / \omega_{\infty}^2},$$

где  $\omega_{\infty}$  – частота полюса затухания.

Из выражения (П.3.2) следует, что  $\omega_{\infty} > \omega_{\text{гр}}$ , то есть полюс затухания находится за граничной частотой, причем он тем ближе к  $\omega_{\text{гр}}$ , чем меньше коэффициент  $m$ . При  $m = 1$  фильтр типа  $m$  трансформируется в фильтр типа  $k$ .

Характеристическое сопротивление Т-образной схемы последовательно-производного ФНЧ типа  $m$  такое же, как и у ФНЧ типа  $k$ :

$$Z_{\text{СТ}m} = Z_{\text{СТ}k} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{\text{гр}}^2}},$$

где  $\eta = \omega / \omega_{\text{гр}}$ .

Рассмотрим П-образную схему ФНЧ типа  $m$  (рис. П.3.1, з). Используя формулу для ФНЧ типа  $k$ :

$$Z_{\text{СП}} = \sqrt{Z_X Z_K} = \frac{\sqrt{Z_1 Z_2}}{\sqrt{1 + Z_1 / (4Z_2)}},$$

Найдем характеристическое сопротивление:

$$Z_{\text{СП}m} = \frac{\sqrt{Z_{1m} Z_{2m}}}{\sqrt{1 + Z_{1m} / (4Z_{2m})}} = Z_{\text{СП}k} [1 - (1 - m^2) \eta^2], \quad (\text{П.3.3})$$

где  $Z_{\text{СП}k}$  – характеристическое сопротивление фильтра типа  $k$ :

$$Z_{\text{СП}k} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \omega^2 / \omega_{\text{гр}}^2}}.$$

На рис. П.3.1, д приведены графики  $Z_{\text{СТ}m} = Z_{\text{СТ}k}$  и  $Z_{\text{СП}m}$  в полосе пропускания. Из рис. П.3.1, д следует, что при  $m = 0,59$  в интервале частот  $0 \leq \eta \leq 0,9$  характеристическое сопротивление  $Z_{\text{СП}m}$  отклоняется от номинального значения  $\rho$  не более чем на  $\pm 5\%$ .

Таким образом, особенность рассмотренного фильтра состоит в том, что в Т-образном исполнении его характеристическое сопротивление не зависит от коэффициента  $m$ , а в П-образном – зависит. У параллельно-производного фильтра наоборот: для П-образной схемы  $Z_{\text{СТ}m} = Z_{\text{СТ}k}$ , а для Т-образной  $Z_{\text{СТ}m}$  зависит от коэффициента  $m$  (рис. П.3.1, е). Поэтому на практике часто используют многокаскадные фильтры, состоящие из фильтров типа  $m$  и  $k$ .

## Литература

1. Теоретические основы электротехники / Г. И. Атабеков [и др.]; под ред. Г. И. Атабекова. – СПб., 2010.
2. Батура, М. П. Теория электрических цепей : учебник / М. П. Батура, А. П. Кузнецов, А. П. Курулёв ; под общ. ред. А. П. Курулёва. – 3-е изд., перераб. – Минск, 2015.
3. Борисов, Ю. М. Электротехника / Ю. М. Борисов, Д. Н. Липатов, Ю. Н. Зорин. – 3-е изд., стереотип. – СПб., 2014.
4. Белецкий, А. Ф. Теория линейных электрических цепей / А. Ф. Белецкий. – М., 1986.
5. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л. А. Бессонов. – М., 2006.
6. Иванов, М. Т. Радиотехнические цепи и сигналы / М. Т. Иванов, А. Б. Сергиенко, В. Н. Ушаков. – СПб., 2014.
7. Каганов, В. И. Радиотехнические цепи и сигналы / В. И. Каганов. – М., 2012.
8. Коваленко, В. М. Преобразовательная техника / В. М. Коваленко, И. Л. Свито. – Минск, 2013.
9. Кононенко, В. В. Электротехника и электроника / В. В. Кононенко. – 6-е изд. – Ростов н/Д., 2010.
10. Коваленко, В. М. Применение MathCad в электротехнических расчетах / В. М. Коваленко, И. Л. Свито. – Минск, 2008.
11. Киреева, Э. А. Полный справочник по электрооборудованию и электротехнике / Э. А. Киреева, С. Н. Шерстнев. – 2-е изд., стереотип. – М., 2013.
12. Курулёв, А. П. Теория электрических цепей. Справочник : учеб.-метод. пособие. В 3 ч. Ч. 1 : Электрические цепи постоянного и переменного тока / А. П. Курулёв. – Минск, 2012.
13. Курулёв, А. П. Теория электрических цепей. Справочник : учеб.-метод. пособие. В 3 ч. Ч. 2 : Классический и операторный методы анализа переходных процессов в линейных электрических цепях / А. П. Курулёв. – Минск, 2012.
14. Курулёв, А. П. Теория электрических цепей. Неустановившиеся процессы в электрорадиотехнических цепях / А. П. Курулёв, М. П. Батура, А. П. Кузнецов ; под общ. ред. А. П. Курулёва. – Минск, 2003.
15. Курулёв, А. П. Теория электрических цепей. Установившиеся процессы в линейных электрических цепях / А. П. Курулёв, М. П. Батура, А. П. Кузнецов; под общ. ред. А. П. Курулёва. – Минск, 1999.

16. Маркелов, С. Н. Электротехника и электроника / С. Н. Маркелов, Б. Я. Сазанов. – М., 2014.
17. Молчанов, А. П. Курс электротехники и радиотехники / А. П. Молчанов, П. Н. Занадворов. – СПб., 2011.
18. Основы теории цепей. В 2 т. / А. И. Астайкин [и др.]. – М., 2009.
19. Основы теории цепей / Г. В. Зевеке [и др.]. – М., 1989.
20. Покотило, С. А. Справочник по электротехнике и электронике / С. А. Покотило. – Ростов н/Д., 2012.
21. Попов, В. П. Основы теории цепей / В. П. Попов. – М., 1985.
22. Сборник задач по электротехнике и электронике / Ю. В. Бладыко [и др.] ; под общ. ред. Ю. В. Бладыко. – Минск, 2013.
23. Татур, Т. А. Основы теории электрических цепей : справочное пособие / Т. А. Татур. – М., 1980.
24. Теоретические основы электротехники. В 3 т. / К. С. Демирчян [и др.]. – 5-е изд. – СПб., 2009.
25. Улахович, Д. А. Основы теории линейных электрических цепей / Д. А. Улахович. – СПб., 2012.
26. Шебес, М. Р. Задачник по теории электрических цепей / М. Р. Шебес, Н. В. Каблукова. – М., 1991.
27. Электротехника / Н. В. Бараш [и др.] ; под общ. ред. И. А. Федоровой. – Минск, 1990.
28. Kurulyov, A. Electrical Circuit Theory Handbook. In 3 vol., V. 1 : DC and AC Circuits / A. Kurulyov, Ye. Zadedyurin. – Minsk, 2013.

## Содержание

Предисловие .....	3
Список сокращений и условных обозначений.....	5
<b>1. Четырехполюсники .....</b>	<b>8</b>
1.1. Определения и классификация четырехполюсников .....	8
1.2. Уравнения четырехполюсников и схемы замещения .....	9
1.2.1. Уравнения четырехполюсников в $Y$ -форме.....	9
1.2.2. Уравнения четырехполюсников в $Z$ -форме.....	11
1.2.3. Уравнения четырехполюсников в $A$ -форме .....	13
1.2.4. Уравнения четырехполюсников в формах $B, H, F$ .....	13
1.3. Способы определения параметров четырехполюсников.....	14
1.3.1. Расчетный способ.....	14
1.3.2. Экспериментальный способ.....	15
1.4. Комплексное входное сопротивление четырехполюсника .....	16
1.5. Комплексные передаточные функции четырехполюсника.....	17
1.6. Характеристические параметры четырехполюсника.....	18
1.6.1. Характеристическое сопротивление .....	18
1.6.2. Характеристическая постоянная передачи.....	20
1.7. Уравнения четырехполюсника в гиперболических функциях .....	21
1.8. Основные виды соединений согласованных четырехполюсников .....	23
1.9. Обратная связь в четырехполюсниках .....	26
1.10. Влияние обратной связи на характеристики цепи .....	28
1.10.1. Влияние обратной связи на коэффициент усиления цепи.....	28
1.10.2. Влияние изменения коэффициента усиления активной цепи на коэффициент усиления цепи с обратной связью.....	29
1.10.3. Влияние неустойчивости коэффициента усиления активной части цепи на устойчивость коэффициента усиления цепи с обратной связью.....	30
1.10.4. Влияние обратной связи на характеристики интегрирующей цепи.....	31
1.10.5. Влияние обратной связи на характеристики дифференцирующей цепи.....	33
<b>2. Активные цепи .....</b>	<b>36</b>
2.1. Эквивалентные схемы активных цепей.....	36
2.2. Матричный метод анализа активных цепей .....	40
2.2.1. Неопределенная матрица проводимостей и ее свойства .....	40
2.2.2. Метод короткого замыкания.....	42
2.2.3. Неопределенная матрица проводимостей транзистора .....	42
2.3. Гиратор.....	47
<b>3. Электрические фильтры .....</b>	<b>50</b>
3.1. Классификация фильтров .....	50

3.2. Характеристические параметры фильтров .....	53
3.3. Полосы пропускания и затухания. Условие прозрачности фильтра .....	54
3.4. <i>LC</i> -фильтры нижних частот типа <i>k</i> .....	57
3.5. <i>LC</i> -фильтры верхних частот типа <i>k</i> .....	61
3.6. Полосовые <i>LC</i> -фильтры типа <i>k</i> . .....	66
3.7. Заграждающие (режекторные) <i>LC</i> -фильтры типа <i>k</i> .....	70
3.8. Мостовые <i>LC</i> -фильтры .....	74
3.9. Пьезоэлектрические фильтры .....	76
3.10. <i>RC</i> -фильтры.....	79
3.11. Фильтры типа <i>m</i> .....	81
<b>4. Длинные линии (цепи с распределенными параметрами)</b> .....	<b>83</b>
4.1. Параметры длинной линии.....	83
4.2. Основные уравнения однородной длинной линии с потерями .....	87
4.3. Длинная линия без потерь .....	90
4.4. Режимы работы линии без потерь .....	91
4.4.1. Режим бегущих волн .....	91
4.4.2. Режим стоячих волн .....	92
4.4.3. Режим несогласованной нагрузки .....	97
4.5. Частотные свойства входного сопротивления длинной линии .....	98
4.6. Примеры решения задач .....	99
Приложение 1. Соотношение параметров шести форм записи уравнений четырехполюсников .....	104
Приложение 2. Мостовые <i>LC</i> -фильтры.....	105
Приложение 3. Пример согласования характеристических сопротивлений фильтров типа <i>m</i> и <i>k</i> . .....	107
Литература.....	110

*Учебное издание*

**Курулёв Александр Петрович**

**Теория электрических цепей.  
Справочник**

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

В трех частях

Часть 3

**Четырехполюсники. Активные цепи.  
Электрические фильтры. Длинные линии**

Редактор *Е. И. Герман*

Корректор *Е. Н. Батурчик*

Компьютерная правка и оригинал-макет *А. А. Луцикова*

Подписано в печать 11.02.2016. Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».  
Отпечатано на ризографе. Усл. печ. л. 6,86. Уч.-изд. л. 7,0. Тираж 200 экз. Заказ 96.

Издатель и полиграфическое исполнение: учреждение образования  
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники».

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,  
распространителя печатных изданий №1/238 от 24.03.2014,  
№2/113 от 07.04.2014, №3/615 от 07.04.2014.

ЛП №02330/264 от 14.04.2014.

220013, Минск, П. Бровки, 6