ЛОГИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ
LOGICAL DESIGN

УДК 004.33.054
DOI: 10.37661/1816-0301-2025-22-2-63-80

Оригинальная статья
Original Article

Масштабирование управляемых вероятностных тестов с применением матриц Адамара

В. Н. Ярмолик[1]✉, Н. А. Шевченко[2], В. В. Петровская[1]

[1]*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, ул. П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь*
✉*E-mail: yarmolik10ru@yahoo.com*

[2]*Дармштадтский технический университет, Каролиненплац, 5, Дармштадт, 64289, Германия*

Аннотация
Цели. Решается задача двухмерного масштабирования управляемых вероятностных тестов небольшого размера, задающих исходные шаблоны, с помощью матриц Адамара. Показывается ограниченность применения классических подходов генерирования тестов, основанных на перечислении кандидатов в тестовые наборы. С повышением пороговых значений мер различия двоичных тестовых наборов увеличивается вычислительная сложность построения таких тестов. Главной целью настоящей статьи является развитие методов построения тестов на базе исходных шаблонов путем их расширения до требуемой разрядности на основании применения формальных правил.
Методы. Для двухмерного масштабирования исходных шаблонов с заданными пороговыми значениями расстояния Хэмминга применяются матрицы Адамара и рекурсивная процедура Сильвестра для их построения. При проведении экспериментальных исследований использовался метод статистических испытаний.
Результаты. Показано, что методы построения управляемых вероятностных тестов, основанные на использовании шаблонов, можно рассматривать как процедуру масштабирования управляемых вероятностных тестов до требуемой их разрядности. Для построения искомых тестов используются как шаблоны, характеризующиеся минимальной разрядностью наборов, так и любые управляемые вероятностные тесты. Сама процедура характеризуется как одномерное масштабирование, которое увеличивает разрядность тестовых наборов, но сохраняет их количество. С целью одновременного увеличения разрядности наборов и их количества предлагается метод, основанный на двухмерном масштабировании шаблонов с применением матриц Адамара. Это позволяет строить управляемые вероятностные тесты без трудоемкой процедуры перечисления кандидатов в тестовые наборы и вычисления для них значений меры (мер) различия. Показано, что уникальное свойство ортогональности матриц Адамара с ростом их порядка позволяет достигать отношений среднего значения расстояния Хэмминга между тестовыми наборами к их разрядности, близких к 1/2. Отмечено, что характеристики исходных шаблонов несущественно влияют на характеристики результирующих тестов, построенных с применением матриц Адамара, которые

получены на основании рекурсивной процедуры Сильвестра. Работоспособность и эффективность предложенного подхода к построению управляемых вероятностных тестов оценены для случая тестирования запоминающих устройств. Показано, что управляемые вероятностные тесты, построенные с применением матриц Адамара, имеют заметно большую покрывающую способность по сравнению с вероятностными тестами.
Заключение. Рассмотрен метод генерирования тестовых наборов при формировании управляемых вероятностных тестов с использованием матриц Адамара. Основой предложенного метода является двухмерное масштабирование исходных шаблонов с применением указанных матриц. Показано, что использование различных шаблонов и их двухмерное масштабирование позволяют строить управляемые вероятностные тесты с требуемой разрядностью тестовых наборов и бóльшим их количеством.

Ключевые слова: управляемые вероятностные тесты, двоичный тестовый набор, мера различия символьных наборов, расстояние Хэмминга, матрицы Адамара, процедура Сильвестра

Для цитирования. Ярмолик, В. Н. Масштабирование управляемых вероятностных тестов с применением матриц Адамара / В. Н. Ярмолик, Н. А. Шевченко, В. В. Петровская // Информатика. – 2025. − Т. 22, № 2. – С. 63–80. – DOI: 10.37661/1816-0301-2025-22-2-63-80.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Поступила в редакцию | Received 06.03.2025
Подписана в печать | Accepted 24.03.2025
Опубликована | Published 30.06.2025

Scaling controlled random tests based on Hadamard matrices

Vyacheslav N. Yarmolik[1]✉, Mikalai A. Shauchenka[2], Vita V. Petrovskaya[1]

[1]Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics,
st. P. Brovki, 6, Minsk, 220013, Belarus
✉E-mail: yarmolik10ru@yahoo.com

[2]Technical University of Darmstadt,
Karolinenplatz, 5, Darmstadt, 64289, Germany

Abstract
Objectives. The problem of constructing controlled random tests is solved by two-dimensional scaling of initial templates using Hadamard matrices. The limitations of classical approaches to generating test patterns based on enumeration of candidates for test patterns are shown. With an increase in the threshold values of the difference measures of binary test patterns, the computational complexity of constructing such tests increases. The main goal of this article is to develop methods for constructing tests based on initial templates and their expansion to the required bit size based on the application of formal rules.
Methods. For two-dimensional scaling of initial templates with specified Hamming distance thresholds, Hadamard matrices and the Sylvester recursive procedure for their construction are applied. The experimental research employed the method of statistical trials.
Results. It is demonstrated that methods for constructing controlled random tests based on templates can be viewed as a procedure for scaling controlled random tests to the required bit size. Both templates characterized by the minimum bit size of patterns and any controlled random tests are used to construct the desired tests. The procedure itself is characterized as one-dimensional scaling, which increases the bit size of patterns while maintaining their quantity. To simultaneously increase the bit size and quantity of test sets, a method based on two-dimensional scaling of templates using Hadamard matrices is proposed. This allows for the construction of controlled random tests without the labor-intensive process of enumerating candidate test patterns and computing their difference measure values. It is shown that the unique orthogonality property of Hadamard matrices, as their order increases, enables achieving ratios of the average Hamming distance between test patterns to their bit

size close to 1/2. It is noted that the characteristics of the initial templates do not significantly affect the characteristics of the resulting tests constructed using Hadamard matrices obtained through the Sylvester recursive procedure. The feasibility and efficiency of the proposed approach to constructing controlled random tests are evaluated for the case of testing memory devices. It is demonstrated that controlled random tests constructed using Hadamard matrices have significantly higher coverage capability compared to random tests.
Conclusion. An approach for generating test patterns in the formation of controlled random tests using Hadamard matrices is considered. The proposed approach is based on two-dimensional scaling of initial templates using these matrices. It is shown that the use of various templates and their two-dimensional scaling allows for the construction of controlled random tests with the required bit size of test patterns and a larger number of them.

Keywords: technical diagnostics, controlled random tests, binary test pattern, measure of difference of symbol sets, Hamming distance, Hadamard matrices, Sylvester procedure

For citation. Yarmolik V. N., Shauchenka M. A., Petrovskaya V. V. *Scaling controlled random tests based on Hadamard matrices.* Informatika [*Informatics*], 2025, vol. 22, no. 2, pp. 63–80 (In Russ.). DOI: 10.37661/1816-0301-2025-22-2-63-80.

Conflict of interests. The authors declare of no conflict of interest.

Введение. Для программного обеспечения, аппаратных средств и запоминающих устройств современных вычислительных систем важным является применение систематических методов построения тестовых процедур [1–4]. Большинство подходов автоматизированного создания тестовых процедур и тестовых данных реализуется с помощью различных форм их вероятностного формирования [1, 2, 5, 6]. Вероятностное тестирование (random testing) служит основополагающим подходом для тестирования вычислительных систем и их компонент в силу простоты своей концепции и реализуемости, а также эффективности при выявлении неисправностей [1, 2]. Основным недостатком вероятностного тестирования является его временна́я сложность, возникающая из-за большого количества тестовых наборов. Временны́е ограничения на реализацию процедур самотестирования являются критическими для современных встроенных систем (embedded systems), что также влияет на эффективность тестов [7–9]. Поэтому активно развивались и развиваются новые методы построения тестов, в которых случайный фактор используется наряду с детерминированными подходами к формированию тестов [1]. Лидирующее место среди них занимает управляемое (адаптивное) вероятностное тестирование (adaptive random testing) [10–14]. Данный вид тестирования основан на вычислении некоторых характеристик для управляемого генерирования очередного случайного тестового набора. Большинство таких тестов основано на применении расстояния Хэмминга в качестве характеристики, определяющей выбор очередного набора [15–17]. Тестовый набор выбирается из потенциальных кандидатов, сгенерированных случайным образом, по критерию максимума значения расстояния Хэмминга. В работах [1, 2, 10, 11] показано, что чем выше значения критериев выбора, в частности расстояния Хэмминга, тем сложнее процедура выбора тестового набора и заметно меньше длина формируемого управляемого вероятностного теста.

Высокая вычислительная сложность генерирования управляемых вероятностных тестов, требующая выбора тестового набора из большого числа кандидатов в тесты, является главным ее недостатком. Только для определенных значений расстояния Хэмминга и при других ограничениях удается избежать рутинной процедуры поиска тестовых наборов среди достаточно большого количества кандидатов в тесты, удовлетворяющих заданным критериям [1, 2, 10]. В качестве одного из многообещающих подходов можно рассматривать использование стандартных шаблонов, представляющих собой управляемые вероятностные тесты с малым числом тестовых наборов и небольшой их размерностью, для синтеза тестов с малыми вычислительными затратами [1, 2, 10, 18, 19]. Таким образом, задача построения управляемых вероятностных тестов с заданным расстоянием Хэмминга как критерием включения кандидата в генерируемый тест и невысокой вычислительной сложностью по-прежнему является актуальной.

1. Анализ управляемых вероятностных тестов. Управляемым вероятностным тестом $CRT = \{T_0, T_1, \ldots, T_{q-1}\}$ является тест, состоящий из сгенерированных случайным образом тестовых наборов $T_i = t_{i,0}\, t_{i,1} \ldots t_{i,m-1}$, где $t_{i,l} \in \{0, 1\}$, $l \in \{0, 1, \ldots, m-1\}$, а $i \in \{0, 1, \ldots, q-1\}$, таких, что характеристика (характеристики) набора T_i удовлетворяют некоторому критерию (критериям) по отношению к предыдущим наборам T_0, T_1, …, T_{i-1} теста CRT [1, 2]. Очередной тестовый набор T_i управляемого вероятностного теста формируется максимально отличающимся от наборов, ранее включенных в тест. Таким образом, принимается гипотеза, что для двух тестовых наборов, имеющих максимальное отличие, количество обнаруживаемых неисправностей (ошибок) вторым набором будет максимальным [1, 2, 10, 11]. В качестве критерия отличия очередного тестового набора T_i от предыдущих наборов T_0, T_1, …, T_{i-1} часто применяется расстояние Хэмминга (Hamming Distance) $HD(T_i, T_j)$ для $j \in \{0, 1, …, i - 1\}$. Величина $HD(T_i, T_j)$ определяется числом несовпадающих символов в одноименных разрядах наборов T_i и T_j произвольного алфавита [20–22]. В качестве критерия выбора кандидата в тестовые наборы и описания формируемого управляемого вероятностного теста часто используется пороговое значение расстояния Хэмминга $minHD(T_i, T_j)$, его среднее значение $aveHD(T_i, T_j)$ и суммарное значение расстояний Хэмминга $totalHD(T_i, T_j)$ [1, 2, 11, 22].

Отметим, что в дальнейшем, не нарушая общности изложения материала, будем рассматривать случай двоичных данных $t_{i,l} \in \{0, 1\}$, $l \in \{0, 1, …, m - 1\}$, тогда тестовый набор T_i будет представлять собой двоичный вектор $t_{i,0}\, t_{i,1} \ldots t_{i,m-1}$, состоящий из m бит.

Отличие очередного тестового набора по отношению к предыдущим наборам определяется значением минимального порогового расстояния Хэмминга $minHD(T_i, T_j)$, величина которого достаточно часто является критерием выбора. В терминах теории помехоустойчивого кодирования характеристику $minHD(T_i, T_j)$ можно рассматривать как кодовое расстояние d кода T, которое равно наименьшему расстоянию Хэмминга между различными парами кодовых слов T_0, T_1, …, T_{q-1}. Соответственно, исходя из основ теории помехоустойчивого кодирования, были сформулированы важные выводы, которые учитывались при генерировании управляемых вероятностных тестов [2, 18, 20, 21, 23]. В указанных работах подчеркивалось, что особенностью управляемых вероятностных тестов является ограниченность их длины, которая определяется значением $d = minHD(T_i, T_j)$, используемым как критерий включения тестового набора в тест. Как следует из предельной оценки Хэмминга (Hamming bound), чем больше $minHD(T_i, T_j)$, тем меньше количество тестовых наборов, удовлетворяющих этому критерию [18, 21].

Как альтернатива построению управляемых вероятностных тестов классическим методом, основанным на переборе кандидатов в тесты, были предложены формальные процедуры генерирования тестов, исключающие трудоемкую процедуру поиска тестовых наборов среди потенциальных кандидатов в тесты [1, 2, 10].

Для построения управляемых вероятностных тестов с малым количеством тестовых наборов q в работе [18] рассмотрены управляемые вероятностные тесты $MMHD(q)$ (Maximum Minimum Hamming Distance) с максимальным минимальным расстоянием Хэмминга $max\_minHD(T_i, T_j) > m/2$ для произвольных тестовых наборов T_i и T_j теста $MMHD(q)$. Данное множество тестов основано на применении теоремы Плоткина, которая позволяет оценить максимально возможное количество q кодовых слов в двоичном коде длиной m для максимально возможного кодового расстояния $d = max\_minHD(T_i, T_j)$, а граница Плоткина (Plotkin bound) дает верхний предел этого количества [24]. Отметим, что указанная граница является оценкой величины q, которая достигается не для всех соотношений d и m. Например, для случая $q = 3$ в соответствии с теоремой Плоткина имеем $max\_minHD(T_i, T_j) \leq 3m/4$. Однако для тестов $MMHD(3)$ и $MMHD(4)$ $max\_min\{MMHD(3)\} = max\_min\{MMHD(4)\} = 2m/3$ [18].

На основании величины расстояния Хэмминга $HD(T_i, T_j)$ для тестовых наборов T_i и T_j совместно с их декартовым расстоянием $CD(T_i, T_j)$ в работах [12, 19] рассмотрен метод синтеза оптимальных управляемых вероятностных тестов (Optimal Controlled Random Tests, $OCRT$). Для этих тестов $HD(T_i, T_j) \geq m/2$, а количество наборов $OCRT$ определяется как $q = 2(\lceil \log_2 m \rceil + 1)$. Например, для $m = 4$ количество q тестовых наборов $OCRT$ равняется шести, а для $m = 8$, соответственно, восьми.

Приведенные два примера управляемых вероятностных тестов, а также исчерпывающие тесты $ExT(2^r)$ для малых разрядностей r, рассмотренные в работах [18, 25], позволили сформулировать понятие шаблона $CRT(q, d, r)$ управляемого вероятностного теста.

Под тестовыми шаблонами в дальнейшем будем понимать управляемый вероятностный тест $CRT(q, d, r)$ с фиксированным количеством тестовых наборов q, заданным значением минимального расстояния Хэмминга $d = minHD(T_i,T_j)$ и разрядностью r тестовых наборов [25].

Показано, что на основании исходного шаблона $CRT(q, d, r)$ оказывается возможным построение их семейства при использовании правил преобразования двоичных кодов, исследуемых и применяемых в теории помехоустойчивого кодирования [18, 21, 24, 25]. Эти правила позволяют модифицировать исходный шаблон, сохраняя при этом значения и соотношения его характеристик q, d и r. Примеры возможных вариантов шаблонов для случая четырех наборов теста $MMHD(4)$ с разрядностью $r = 3$ и теста $ExT(2^r)$ с разрядностью $r = 2$ приведены в табл. 1 [2, 18, 25].

Таблица 1
Примеры шаблонов, построенных на основании тестов $MMHD(4)$ и $ExT(2^2)$

Table 1
Examples of templates built on the basis of tests MMHD(4) and ExT(2²)

$MMHD(4)$				$ExT(2^2)$		
$CRT_0(4, 2, 3)$	$CRT_1(4, 2, 3)$	$CRT_2(4, 2, 3)$	$CRT_3(4, 2, 3)$	$CRT_0(4, 1, 2)$	$CRT_1(4, 1, 2)$	$CRT_2(4, 1, 2)$
T_0 = 0 0 0	T_3 = 1 0 1	T_0 = 0 0 0	0 0 1	0 0	0 0	1 1
T_1 = 0 1 1	T_1 = 0 1 1	T_3 = 1 0 1	0 1 0	0 1	1 0	0 1
T_2 = 1 1 0	T_2 = 1 1 0	T_2 = 1 1 0	1 1 1	1 0	0 1	1 0
T_3 = 1 0 1	T_0 = 0 0 0	T_1 = 0 1 1	1 0 0	1 1	1 1	0 0

Шаблон $CRT(4, 2, 3)$ и его варианты, представленные в табл. 1, соответствуют тесту $MMHD(4)$. Исчерпывающий тест $ExT(2^2)$, состоящий из всех возможных двухразрядных комбинаций двоичных значений, порождает семейство шаблонов $CRT(4, 1, 2)$. Для получения каждого экземпляра шаблона, приведенного в табл. 1, использовались простейшие правила, заключающиеся в перестановке строк и (или) столбцов [18, 11, 25].

С помощью подобных шаблонов с заданными характеристиками q, d и r строится управляемый вероятностный тест $CRT(q, d_m, m)$ для требуемой разрядности $m > r$ тестовых наборов, в котором сохраняется относительное соотношение расстояния Хэмминга и разрядности тестовых наборов, т. е. выполняется равенство $d/r = d_m/m$. Предположим, необходимо построить управляемый вероятностный тест $CRT(4, 10, 15)$, состоящий из четырех тестовых наборов с разрядностью $m = 15$, для которого $d_m = 10$. Классический подход предполагает генерирование подмножества кандидатов в тестовые наборы, представляющего собой равномерно распределенные двоичные векторы, и выбор одного из них, обеспечивающего характеристики q, d и r формируемого теста. Последовательно набор за набором строится искомый тест. Методика, основанная на применении шаблонов, исключает трудоемкую процедуру случайного перебора кандидатов в тесты [25]. Для построения теста $CRT(4, 10, 15)$ с относительным соотношением $d_m/m = 10/15 = 2/3$ можно применить один из шаблонов либо их подмножество, приведенное в табл. 1, так как для них отношение d/r также равняется 2/3. Пример одного из возможных управляемых вероятностных тестов $CRT(4, 10, 15)$, построенных с применением шаблонов $CRT(4, 2, 3)$, приведен на рис. 1.

$$
\begin{aligned}
T_0 &= 000\ 101\ 000\ 101\ 000\\
T_1 &= 011\ 011\ 101\ 000\ 011\\
T_2 &= 110\ 110\ 110\ 110\ 110\\
T_3 &= 101\ 000\ 011\ 011\ 101
\end{aligned}
$$

Рис. 1. Управляемый вероятностный тест $CRT(4, 10, 15)$

Fig. 1. Controlled random test CRT(4, 10, 15)

При построении теста $CRT(4, 10, 15)$ использовались четыре из 4! возможных шаблонов $CRT(4, 2, 3)$, три из которых, а именно $CRT_0(4, 2, 3)$; $CRT_1(4, 2, 3)$; $CRT_2(4, 2, 3)$, в качестве примеров данных шаблонов приведены в табл. 1. Рассмотренные ранее методики построения управляемых вероятностных тестов, основанные на использовании шаблонов, можно представлять как процедуру масштабирования управляемых вероятностных тестов до требуемой разрядности m. Для этой процедуры могут быть использованы как шаблоны, построенные для минимальных разрядностей, так и любые управляемые вероятностные тесты, для которых $r < m$. Сама процедура характеризуется как одномерная процедура масштабирования, которая сохраняет количество тестовых наборов q. Это, например, видно на рис. 1.

Весьма важным представляется построение управляемых вероятностных тестов с фиксированными значениями d и заданным m на основании масштабирования шаблонов, но с бóльшим числом наборов, чем в используемых шаблонах. Другими словами, предлагается рассмотреть подход к двухмерному масштабированию шаблонов, при котором увеличивается как количество разрядов в тестовых наборах, так и число самих тестовых наборов в искомом тесте.

2. Матрицы Адамара. Существенную роль в математике и информатике играют матрицы Адамара, которые были введены в математический обиход и интенсивно изучались и использовались в прошлом веке [26, 27]. Было замечено, что эти матрицы могут быть применены для цифровой обработки сигналов и построения кодов с большим кодовым расстоянием d. На практике широко применяются дискретное преобразование Уолша – Адамара и двоичные коды Адамара с кодовым расстоянием $d_m \geq m/2$ для четных m [26].

Квадратная матрица H_n порядка n с элементами +1 и –1 называется матрицей Адамара, если выполняется условие $H_n \cdot H_n^T = n \cdot E_n$, где E_n – единичная матрица размером n. На рис. 2 приведено несколько примеров матриц Адамара.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$n = 2$ $\qquad$ $n = 4$ $\qquad$ $n = 8$

Рис. 2. Примеры матриц Адамара для различных значений их порядка *n*

Fig. 2. Examples of Hadamard matrices for different values of their order n

Матрицы Адамара порядков $n = 2^k$ строятся на основании рекурсивной процедуры Сильвестра, которая на основании матрицы Адамара порядка $n = 2^k$ позволяет получить матрицу Адамара, порядок n которой равняется 2^{k+1} согласно соотношению [28]

$$H_{2^{k+1}} = \begin{vmatrix} H_{2^k} & H_{2^k} \\ H_{2^k} & -H_{2^k} \end{vmatrix}. \tag{1}$$

На рис. 2 видно, что матрица H_4 получена на основании H_2, а матрица H_8 – на основании H_4 в соответствии с процедурой (1).

В общем случае для произвольной матрицы Адамара с элементами $h_{i,j} \in \{+1, -1\}$, где $i, j \in \{1, 2, \ldots, n\}$, для любой пары строк с индексами $i \neq j$ верно равенство

$$h_{i,1}h_{j,1} + h_{i,2}h_{j,2} + \ldots + h_{i,n}h_{j,n} = 0. \tag{2}$$

Последнее равенство доказывает, что различные строки матрицы Адамара попарно ортогональны. Это следует из того, что число слагаемых в выражении (2), равных +1, совпадает с числом слагаемых, равных –1. Соответственно, при n четном любые две строки совпадают ровно в $n/2$ позициях и различаются в остальных $n/2$ позициях.

Уникальное свойство ортогональности матриц Адамара предопределило их широкое применение в различных областях, а процедура Сильвестра позволяет решать задачу масштабирования полученных решений на их основе. Рассмотрим применение матриц Адамара для задачи синтеза управляемых вероятностных тестов на базе шаблонов $CRT(q, d, r)$ путем их масштабирования до необходимой разрядности тестовых наборов $m > r$ и одновременного увеличения их количества. В отличие от ранее рассмотренных методов синтеза управляемых вероятностных тестов $CRT(q, d_m, m)$ применение матриц Адамара позволяет реализовать двухмерное масштабирование исходных шаблонов.

3. Применение матриц Адамара для построения управляемых вероятностных тестов. Свойство ортогональности матриц Адамара легко обобщается на случай матриц Адамара, представленных элементами, которые описываются двоичными символами 0 и 1. Для перехода к двоичному представлению матриц Адамара используется преобразование $t = (1 - b)/2$, где $b \in \{+1, -1\}$ и $t \in \{0, 1\}$. При этом элемент +1 оригинальной матрицы Адамара может принимать как двоичное значение t, так и значения набора, состоящего из $r > 1$ двоичных переменных $T = t_1\, t_2 \ldots t_r$. В обоих случаях элемент –1 заменяется на инверсные представления, соответственно $\bar{t}$ и $\overline{T} = \overline{t_1}\, \overline{t_2} \ldots \overline{t_r}$. Исходя из свойства ортогональности матриц Адамара (2), можно заключить, что для случая, когда элементами $h_{i,j}$ матрицы являются двоичные значения t, величина расстояния Хэмминга между двумя произвольными строками матрицы Адамара порядка n равняется $n/2$. Для матриц Адамара, использующих в качестве элементов $h_{i,j}$ двоичные векторы $T = t_1\, t_2 \ldots t_r$, величина расстояния Хэмминга определяется как $(n \cdot r)/2$. Это следует как из свойства ортогональности матриц Адамара, так и из свойства расстояния Хэмминга, задаваемого равенством $HD(T, \overline{T}) = r$. Например, для двух элементов матрицы Адамара, представленных двоичным набором $T = 0\ 0\ 1$ ($r = 3$) и его инверсией $\overline{T} = 1\ 1\ 0$, соответствующая матрица Адамара порядка $n = 4$ (см. рис. 2) выглядит следующим образом:

$$H_4 = \begin{vmatrix} 001 & 001 & 001 & 001 \\ 001 & 110 & 001 & 110 \\ 001 & 001 & 110 & 110 \\ 001 & 110 & 110 & 001 \end{vmatrix}. \tag{3}$$

Видно, что расстояние Хэмминга d между строками приведенной матрицы равняется $(n \cdot r)/2 = (4 \cdot 3)/2 = 6$, а их совокупность можно рассматривать как управляемый вероятностный тест $CRT(q, d, m) = CRT(4, 6, 12)$, состоящий из четырех тестовых наборов по 12 двоичных значений. Следует отметить, что аналогичный тест может быть построен для любого двоичного набора $T = t_1\, t_2 \ldots t_r$, состоящего из r двоичных значений. Такой тест $CRT(n, (n \cdot r)/2, n \cdot r)$ будет состоять из q тестовых наборов, число которых равняется порядку матрицы Адамара n. Каждый из тестовых наборов состоит из $m = n \cdot r$ двоичных значений, а расстояние Хэмминга между наборами определяется значением $d = (n \cdot r)/2$.

Основываясь на семействе управляемых вероятностных тестов $CRT(n, (n \cdot r)/2, n \cdot r)$, порождаемых матрицей Адамара H_n порядка n, как семействе шаблонов, легко синтезировать аналогичные тесты вида $CRT(2 \cdot n, (n \cdot r)/2, n \cdot r)$ с удвоенным количеством наборов. Данная процедура основана на использовании исходной матрицы H_n и матрицы $-H_n$, которая строится на основании H_n путем инвертирования всех ее двоичных элементов [21, 26]. Для $n = 4$ и теста $CRT(4, 6, 12)$, описываемого матрицей (3), соответствующий управляемый вероятностный тест $CRT(8, 6, 12)$ примет вид рис. 3.

$$\begin{aligned}
T_0 &= 001\ 001\ 001\ 001 \\
T_1 &= 001\ 110\ 001\ 110 \\
T_2 &= 001\ 001\ 110\ 110 \\
T_3 &= 001\ 110\ 110\ 001 \\
T_4 &= 110\ 110\ 110\ 110 \\
T_5 &= 110\ 001\ 110\ 001 \\
T_6 &= 110\ 110\ 001\ 001 \\
T_7 &= 110\ 001\ 001\ 110
\end{aligned}$$

Рис. 3. Управляемый вероятностный тест *CRT*(8, 6, 12)

Fig. 3. Controlled random test CRT(8, 6, 12)

Двоичный шаблон $CRT(q, d, r)$, используемый для построения управляемых вероятностных тестов, представляет собой матрицу, состоящую из q строк и r столбцов, которая также может быть использована в качестве элемента +1 матрицы Адамара. Тогда элементу −1 будет соответствовать инверсная матрица $-CRT(q, d, r)$. С применением процедуры Сильвестра для случая матрицы Адамара, использующей в качестве элемента +1 шаблон $CRT_0(4, 1, 2)$, который приведен в табл. 1, строится результирующая матрица для n = 4:

$$\begin{vmatrix} CRT(4,1,2) & CRT(4,1,2) & CRT(4,1,2) & CRT(4,1,2) \\ CRT(4,1,2) & -CRT(4,1,2) & CRT(4,1,2) & -CRT(4,1,2) \\ CRT(4,1,2) & CRT(4,1,2) & -CRT(4,1,2) & -CRT(4,1,2) \\ CRT(4,1,2) & -CRT(4,1,2) & -CRT(4,1,2) & CRT(4,1,2) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 00 & 00 & 00 & 00 \\ 01 & 01 & 01 & 01 \\ 10 & 10 & 10 & 10 \\ 11 & 11 & 11 & 11 \\ 00 & 11 & 00 & 11 \\ 01 & 10 & 01 & 10 \\ 10 & 01 & 10 & 01 \\ 11 & 00 & 11 & 00 \\ 00 & 00 & 11 & 11 \\ 01 & 01 & 10 & 10 \\ 10 & 10 & 01 & 01 \\ 11 & 11 & 00 & 00 \\ 00 & 11 & 11 & 00 \\ 01 & 10 & 10 & 01 \\ 10 & 01 & 01 & 10 \\ 11 & 00 & 00 & 11 \end{vmatrix}. \qquad (4)$$

Двоичные значения строк полученной матрицы (4) можно рассматривать как тестовые наборы управляемого вероятностного теста $CRT(n{\cdot}q,\ n{\cdot}d,\ m) = CRT(16, 4, 8)$. Таким образом, в результате применения шаблона $CRT(4, 1, 2)$ в качестве элемента матрицы Адамара был сформирован управляемый вероятностный тест $CRT(16, 4, 8)$ как результат его двухмерного масштабирования. Соответственно, в n = 4 раза было увеличено количество двоичных разрядов тестовых наборов и во столько же раз число самих наборов. Нетрудно убедиться, что для теста $CRT(16, 4, 8)$ величина $HD(T_i,T_j) = 4$. Соответственно, в нем сохраняется относительное соотношение 1/2 между величиной расстояния Хэмминга и разрядностью наборов, такое же, как и для исходного шаблона.

Матрицы Адамара позволяют выполнять процедуру масштабирования в $n \in \{2, 4, 8, \ldots\}$ раз в зависимости от порядка n используемой матрицы. Само масштабирование заключается в использовании в качестве элемента +1 оригинальной матрицы Адамара масштабируемый тест $CRT(q, d, r)$, а вместо элемента −1 – его инверсное представление $-CRT(q, d, r)$. Для общего случая двухмерного масштабирования шаблонов либо произвольных управляемых вероятностных тестов с использованием матриц Адамара справедливо следующее утверждение.

Утверждение. *Результатом масштабирования управляемого вероятностного теста $CRT(q, d, r)$ при $d \le r/2$ с помощью матрицы Адамара n-го порядка является тест $CRT(n{\cdot}q, n{\cdot}d, n{\cdot}r)$, а при $d > r/2$ – тест $CRT(n{\cdot}q, (n{\cdot}r)/2, n{\cdot}r)$.*

Доказательство. Результатом масштабирования теста $CRT(q, d, r)$ будет являться тест, состоящий из $n{\cdot}q$ тестовых наборов, каждый из которых включает $n{\cdot}r$ двоичных данных. В зависимости от значения d его $minHD(T_i,T_j)$ принимает величину $n{\cdot}d$ или $(n{\cdot}r)/2$. В матричном представлении результатом масштабирования является матрица размерностью $(n{\cdot}q)\times(n{\cdot}r)$, в которой строки группируются в n блоков, состоящих из q строк. Каждый блок определяется строкой матрицы Адамара, используемой для масштабирования. Например, первый блок матрицы (4) определяется как $CRT(4, 1, 2)$ $CRT(4, 1, 2)$ $CRT(4, 1, 2)$ $CRT(4, 1, 2)$ и включает q = 4 строки результирующей двоичной матрицы.

Рассмотрим значение величины расстояния Хэмминга $HD(T_i,T_j)$ между двумя произвольными строками матрицы, полученной в результате масштабирования исходного теста. Указанные строки матрицы представляют собой два тестовых набора T_i и T_j, каждый из которых состоит из $n{\cdot}r$ двоичных значений. Первоначально отметим, что для расстояния Хэмминга между двоичными наборами T_i и T_j произвольной разрядности m справедливо соотношение $HD(T_i,T_j) + HD(T_i,\overline{T_j}) = m$.

Рассмотрим тестовые наборы T_i и T_j, принадлежащие различным блокам строк. В силу свойства ортогональности матриц Адамара и отмеченной зависимости для расстояния Хэмминга $HD(T_i,T_j) = (n{\cdot}r)/2$. Если же тестовые наборы принадлежат одному из n блоков строк, то для них не выполняется свойство ортогональности. В этом случае определяющим будет свойство расстояния Хэмминга, задаваемое равенством $HD(T_i,T_j) = HD(\overline{T_i}, \overline{T_j})$, а структура каждого блока будет повторять результат применения процедуры одномерного масштабирования, для которой сохраняется отношение расстояния Хэмминга к разрядности наборов. Таким образом, для двух тестовых наборов T_i и T_j, принадлежащих одному блоку строк, расстояние Хэмминга $HD(T_i,T_j)$ равняется $n{\cdot}d$.

Значением $minHD(T_i,T_j)$ для результата масштабирования управляемого вероятностного теста $CRT(q, d, r)$ будет минимальное значение из двух ранее полученных $HD(T_i,T_j) = (n{\cdot}r)/2$ и $HD(T_i,T_j) = n{\cdot}d$. Соответственно, если $d \le r/2$, то $n{\cdot}d \le (n{\cdot}r)/2$, и результатом масштабирования будет управляемый вероятностный тест $CRT(n{\cdot}q, n{\cdot}d, n{\cdot}r)$. В противном случае, когда $d > r/2$, будет получен тест $CRT(n{\cdot}q, (n{\cdot}r)/2, n{\cdot}r)$, что и требовалось доказать.

В качестве иллюстрации приведенного утверждения рассмотрим три примера двухмерного масштабирования шаблонов, один из которых обозначен в табл. 1 как $CRT_0(4, 2, 3)$ и состоит из четырех трехразрядных тестовых наборов. В качестве второго примера используем шаблон $CRT(4, 1, 3)$, состоящий также из четырех трехразрядных наборов T_0 = 0 0 0, T_1 = 0 0 1, T_2 = 0 1 0, и T_3 = 0 1 1. Третьим шаблоном $CRT(4, 0, 3)$ является нулевая двоичная матрица размерностью 4×3. Отличием приведенных шаблонов является значение $d = minHD(T_i,T_j)$, которое в первом случае равняется двум и удовлетворяет неравенству $d > r/2$, а во втором случае равняется единице, что соответствует соотношению $d \le r/2$. В третьем случае имеем вырожденный случай шаблона, который мог быть получен в результате его вероятностного формирования и для которого $d = 0$. Результат двухмерного двукратного (n =2) масштабирования всех трех шаблонов показан на рис. 4.

T_0 =	0 0 0	0 0 0	T_0 =	0 0 0	0 0 0	T_0 =	0 0 0	0 0 0
T_1 =	0 1 1	0 1 1	T_1 =	0 0 1	0 0 1	T_1 =	0 0 0	0 0 0
T_2 =	1 1 0	1 1 0	T_2 =	0 1 0	0 1 0	T_2 =	0 0 0	0 0 0
T_3 =	1 0 1	1 0 1	T_3 =	0 1 1	0 1 1	T_3 =	0 0 0	0 0 0
T_4 =	0 0 0	1 1 1	T_4 =	0 0 0	1 1 1	T_4 =	0 0 0	1 1 1
T_5 =	0 1 1	1 0 0	T_5 =	0 0 1	1 1 0	T_5 =	0 0 0	1 1 1
T_6 =	1 1 0	0 0 1	T_6 =	0 1 0	1 0 1	T_6 =	0 0 0	1 1 1
T_7 =	1 0 1	0 1 0	T_7 =	0 1 1	1 0 0	T_7 =	0 0 0	1 1 1
	a)			*b*)			*c*)	

Рис. 4. Результат масштабирования шаблонов: *a*) *CRT*(4, 2, 3); *b*) *CRT*(4, 1, 3); *c*) *CRT*(4, 0, 3)

Fig. 4. Result of template scaling: a) CRT(4, 2, 3); b) CRT(4, 1, 3); c) CRT(4, 0, 3)

Анализ приведенных результатов свидетельствует о том, что в первом случае на основании масштабирования шаблона $CRT(q, d, r) = CRT(4, 2, 3)$ в $n = 2$ раза был получен управляемый вероятностный тест $CRT(n{\cdot}q, (n{\cdot}r)/2, n{\cdot}r) = CRT(2{\cdot}4, (2{\cdot}3)/2, 2{\cdot}3) = CRT(8, 3, 6)$. Свидетельством этому, например, является значение $HD(T_0,T_4) = 3$ (рис. 4). Во втором случае результатом масштабирования является тест $CRT(n{\cdot}q, n{\cdot}d, n{\cdot}r) = CRT(8, 2, 6)$. Результатом, полученным на основании третьего шаблона, является тест $CRT(n{\cdot}q, n{\cdot}d, n{\cdot}r) = CRT(8, 0, 6)$, так как в нем присутствуют тестовые наборы, для которых расстояние Хэмминга равняется нулю. Все три примера подтверждают справедливость приведенного утверждения.

Важным следствием рассмотренного выше утверждения является усреднение свойств результирующего управляемого вероятностного теста независимо от характеристик исходных шаблонов. В первую очередь это касается расстояния Хэмминга, среднее значение $aveHD(T_i, T_j)$ которого с ростом порядка n используемой матрицы Адамара стремится к $(n{\cdot}r)/2$. Причиной данного факта является то, что удельный вес пар тестовых наборов T_i и T_j, принадлежащих различным блокам строк, существенно возрастает с ростом n. Для таких тестовых наборов $HD(T_i,T_j) = (n{\cdot}r)/2$, что следует из свойства ортогональности строк матриц Адамара. В то же время тестовые наборы, принадлежащие одному и тому же блоку строк, имеют различные значения расстояний Хэмминга и могут быть оценены средним расстоянием Хэмминга используемых шаблонов $aveHD_t(T_i, T_j)$. Например, для второго шаблона $CRT(4, 1, 3)$, приведенного на рис. 4, *b*, это значение будет вычисляться как $aveHD_2(T_i, T_j) = (HD(T_0,T_1) + HD(T_0,T_2) + HD(T_0,T_3) + HD(T_1,T_2) + HD(T_1,T_3) + HD(T_2,T_3))/6 = (1 + 1 + 2 + 2 + 1 + 1)/6 = 1{,}333$. Для первого шаблона $aveHD_1(T_i, T_j) = 2$, а для третьего – $aveHD_3(T_i, T_j) = 0$. Зависимость значения $aveHD(T_i, T_j)$ управляемого вероятностного теста от аналогичной характеристики $aveHD_t(T_i, T_j)$ используемого для его построения шаблона и порядка матрицы Адамара n определяется соотношением

$$aveHD(T_i,T_j) = \frac{\{aveHD_t(T_i,T_j)\cdot n^2\cdot\binom{q}{2} + \frac{n\cdot r}{2}\cdot[\binom{n\cdot q}{2} - n\cdot\binom{q}{2}]\}}{\binom{n\cdot q}{2}} =$$

$$= \frac{n\cdot r}{2} + \frac{\{n^2\cdot\binom{q}{2}[aveHD_t(T_i,T_j) - \frac{r}{2}]\}}{\binom{n\cdot q}{2}} = \frac{n\cdot r}{2} + \frac{n\cdot q - n}{n\cdot q - 1}[aveHD_t(T_i,T_j) - \frac{r}{2}]. \quad (5)$$

Значение первого слагаемого $(n{\cdot}r)/2$ в выражении (5) с ростом n является определяющим, и оно нивелирует влияние второго слагаемого, в котором учитываются свойства выбранного шаблона в виде его среднего расстояния Хэмминга $aveHD_t(T_i, T_j)$. Приведенное значение среднего расстояния Хэмминга $aveHD(T_i, T_j)$ к одному разряду $(n{\cdot}r)$-разрядного тестового набора $(aveHD(T_i, T_j)/(n{\cdot}r))$, полученного в результате масштабирования с помощью матриц Адамара для трех ранее рассмотренных шаблонов, представлено в табл. 2.

Таблица 2
Приведенное значение среднего расстояния Хэмминга $aveHD(T_i, T_j)/(n{\cdot}r)$

Table 2
The given value of the average Hamming distance $aveHD(T_i, T_j)/(n{\cdot}r)$

Шаблон *Sample*	Значение $aveHD(T_i, T_j)/(n{\cdot}r)$ *Value $aveHD(T_i, T_j)/(n{\cdot}r)$*			
	$n = 2$	$n = 4$	$n = 8$	$n = 16$
$CRT(4, 2, 3)$	0,571	0,533	0,516	0,507
$CRT(4, 1, 3)$	0,476	0,488	0,494	0,497
$CRT(4, 0, 3)$	0,285	0,400	0,451	0,476

Из табл. 2 видно, что численное значение $aveHD(T_i, T_j)/(n{\cdot}r)$ при увеличении n сходится к величине 0,5. Отметим, что в данном случае в качестве элемента +1 оригинальной матрицы Адамара использовался шаблон $CRT(q, d, r)$, а вместо элемента –1 – его инверсное представление $-CRT(q, d, r)$, для которых $q > 1$. Как следует из соотношения (5), при $q = 1$ значение $aveHD(T_i, T_j)/(n{\cdot}r)$ строго равняется 0,5, что является следствием уникальных свойств матриц Адамара.

4. Результаты экспериментальных исследований. Для подтверждения полученных авторами результатов был проведен ряд вычислительных и практических экспериментов. Исследовалась эффективность управляемых вероятностных тестов, полученных в результате масштабирования шаблонов с помощью матриц Адамара. В качестве объекта применения управляемых вероятностных тестов рассматривались запоминающие устройства (ЗУ) и их наиболее сложные для обнаружения кодочувствительные неисправности [2, 25, 29, 30]. В частности, оценивалась эффективность обнаружения пассивных кодочувствительных неисправностей (Passive Neighborhood Pattern Sensitive Faults, PNPSF*k*), где *k* обозначает количество произвольных ячеек ЗУ, участвующих в моделируемой неисправности в ЗУ емкостью *N* бит. Подобные неисправности являются объектом активных исследований с целью нахождения эффективных тестовых процедур для их обнаружения [2, 25, 30–33]. Отметим, что результаты, полученные для PNPSF*k*, легко обобщаются и на другие классы кодочувствительных и иных неисправностей ЗУ в силу того, что PNPSF*k* является наиболее трудно обнаруживаемой разновидностью неисправностей ЗУ [2, 31–33].

В качестве теста ЗУ при проведении экспериментальных исследований использовался широко применяемый на практике маршевый тест MATS++ [2, 25, 30–33]. Его неразрушающая версия $\{\uparrow(Rt, W\bar{t});\ \downarrow(R\bar{t}, Wt, Rt)\}$ состоит из двух последовательных фаз, каждая из которых содержит операции чтения (R) из текущей ячейки ЗУ и записи (W) в эту ячейку ее содержимого $t \in \{0,1\}$ или инверсного значения $\bar{t}$. Символ ↑ обозначает возрастающую последовательность адресов ячеек ЗУ, а символ ↓ – убывающую [2]. Известно, что, основываясь на наличии степеней свободы маршевых тестов, в качестве начального состояния ЗУ может быть использовано любое начальное состояние его ячеек. Показано, что независимо от первоначального состояния ЗУ полнота покрытия маршевого теста FC_{March_Test}(PNPSF*k*), определяемая как отношение обнаруженных им неисправностей к их общему числу, принимает постоянное значение [2, 33]. Например, тест MATS++, имеющий сложность теста 6*N*, характеризуется полнотой покрытия $FC_{MATS++}(\mathrm{PNPSF}k) = 1/2^{k-1} \cdot 100$ %. Соответственно, для PNPSF3 и PNPSF5 эти значения равняются $FC_{MATS++}(\mathrm{PNPSF3}) = 25$ % и $FC_{MATS++}(\mathrm{PNPSF5}) = 6{,}25$ %. Невысокая полнота покрытия однократных маршевых тестов предопределила их многократное применение с изменяемыми начальными условиями, в том числе и начальным состоянием ячеек ЗУ. Эффективность *l*-кратного применения маршевого теста MATS++ при случайных начальных состояниях ячеек ЗУ оценивается соотношением для суммарной полноты покрытия PNPSF*k* неисправностей ЗУ [2, 33]:

$$FC_{MATS++}(\mathrm{PNPSF}k, l) = (1 - \left(1 - 1/2^{k-1}\right)^{l}) \cdot 100\ \%. \qquad (6)$$

Выражение (6) определяет полноту покрытия $FC_{MATS++}(\mathrm{PNPSF}k,\ l)$ неисправностей PNPSF*k* как результат последовательного применения теста MATS++ для *l* различных состояний ячеек ЗУ. Эти состояния формируются как случайные независимые значения, описываемые равномерным законом распределения. Соответственно, многократное тестирование ЗУ с использованием случайных начальных состояний можно интерпретировать как вероятностное тестирование со всеми его достоинствами и недостатками. Альтернативным решением *l*-кратного тестирования ЗУ является применение в качестве начальных состояний ячеек ЗУ тестовых наборов управляемого вероятностного теста. Для оценки предлагаемых авторами решений первоначально рассмотрим эффективность использования значений строк классических матриц Адамара в качестве начальных состояний ЗУ по отношению к состояниям ячеек ЗУ, формируемых случайным образом.

В проведенных экспериментальных исследованиях использовалось авторское программное приложение, которое реализует полный цикл эксперимента, включая генерацию случайных равномерно распределенных двоичных векторов. Для формирования этих векторов применяется стандартный генератор псевдослучайных чисел языка C#, основанный на линейном конгруэнтном методе, обеспечивающем достаточную случайность и соответствующем требованиям равномерного распределения. Данное приложение неоднократно использовалось авторами в своих исследованиях (например, в работах [2, 25, 30, 33]) для получения равномерно распределенных двоичных векторов. В описанных ниже экспериментах приложение применяется для генерирования вероятностных тестов с требуемой разрядностью (*Random*), а также кодочувствительных неисправностей PNPSF*k* в части формирования адресов *k* ячеек ЗУ. В обоих случаях необходимо обеспечение равномерного распределения при формировании как тестовых наборов, так и адресов ячеек ЗУ, участвующих в неисправности.

Эксперимент 1. Реализовывалась процедура 16-кратного тестирования ЗУ емкостью $N = 8$ бит с применением маршевого теста MATS++. Первоначально определялась полнота покрытия неисправностей PNPSF5 для случая использования в качестве начальных состояний ячеек ЗУ равномерно распределенных случайных значений. В качестве альтернативного подхода оценивалась полнота покрытия при использовании кода Адамара, описываемого матрицами Адамара H_8 и $-H_8$, значения строк которого применялись в качестве начального состояния ЗУ. В терминах управляемых вероятностных тестов указанный код Адамара описывается как $CRT(16, 4, 8)$. В табл. 3 приведены экспериментальные результаты для одной реализации 16-кратного тестирования ЗУ при использовании случайных значений, которую можно интерпретировать как реализацию многократного вероятностного тестирования. В данном и следующем эксперименте формировались две разновидности кодочувствительных неисправностей PNPSF3 и PNPSF5, каждая из которых была протестирована для всех возможных сочетаний адресов ячеек ЗУ, участвующих в указанных неисправностях [2, 33]. В последующих экспериментах, где размер памяти составлял 24 бита и более, генерировались те же виды неисправностей PNPSF3 и PNPSF5, для каждой из которых случайным образом формировалось по 1000 неисправностей, отличающихся адресами участвующих в них ячеек ЗУ. Для сравнения в табл. 3 представлены аналогичные результаты, но для случая применения в качестве начальных состояний ЗУ тестовых наборов управляемого вероятностного теста $CRT(16, 4, 8)$.

Таблица 3
Полнота покрытия FC_{Random} и $FC_{Hadamard}$ неисправностей PNPSF5, %

Table 3
The faults coverage FC_{Random} and $FC_{Hadamard}$ of PNPSF5, %

Random	FC_{Random}	*Hadamard*$(H_8, -H_8)$	$FC_{Hadamard}$
T_0= 1 1 1 1 0 1 0 1	6,25	T_0= 0 0 0 0 0 0 0 0	6,25
T_1= 0 0 1 0 0 0 0 1	12,41	T_1= 0 1 0 1 0 1 0 1	12,41
T_2= 0 0 0 1 1 0 0 0	18,57	T_2= 0 0 1 1 0 0 1 1	18,48
T_3= 1 0 1 1 1 0 1 1	24,55	T_3= 0 1 1 0 0 1 1 0	24,46
T_4= 1 1 0 0 1 1 0 0	30,63	T_4= 0 0 0 0 1 1 1 1	30,36
T_5= 1 0 0 0 1 0 1 1	35,27	T_5= 0 1 0 1 1 0 1 0	36,16
T_6= 1 1 1 0 0 0 0 1	38,68	T_6= 0 0 1 1 1 1 0 0	41,88
T_7= 1 1 0 1 1 0 1 1	42,32	T_7= 0 1 1 0 1 0 0 1	47,50
T_8= 0 1 1 0 0 1 1 0	48,21	T_8= 1 1 1 1 1 1 1 1	53,12
T_9= 0 0 1 0 0 1 1 1	51,61	T_9= 1 0 1 0 1 0 1 0	58,66
T_{10}= 1 1 0 1 0 1 1 0	56,07	T_{10}= 1 1 0 0 1 1 0 0	64,11
T_{11}= 1 0 1 0 0 0 0 1	56,98	T_{11}= 1 0 0 1 1 0 0 1	69,46
T_{12}= 0 0 1 1 1 1 1 0	61,43	T_{12}= 1 1 1 1 0 0 0 0	74,73
T_{13}= 1 0 1 1 1 0 0 0	64,29	T_{13}= 1 0 1 0 0 1 0 1	79,91
T_{14}= 1 0 0 0 1 1 0 1	67,23	T_{14}= 1 1 0 0 0 0 1 1	85,00
T_{15}= 0 1 1 0 1 1 0 0	70,09	T_{15}= 1 0 0 1 0 1 1 0	90,00

В каждой строке табл. 3 приведены значения начальных состояний ячеек ЗУ и суммарное значение полноты покрытия, полученной при текущей реализации теста MATS++ и всех предыдущих его реализаций. Видно, что полнота покрытия неисправностей PNPSF5 при выполнении 16-кратного тестирования ЗУ в случае теста $CRT(16, 4, 8)$ равняется 90 %. В то же время приведенная реализация вероятностного теста обеспечила только 70 %. Усредненное значение полноты покрытия по 1000 реализациям вероятностного тестирования оказалось равным 65,47 % (65,5 % для 10 000 реализаций, 65,55 % для 100 000 реализаций), что сравнимо с оценкой (6), принимающей значение 64,39 % для $k = 5$ и $l = 16$. Приведенные оценки свидетельствуют о заметном преимуществе использования в качестве начальных состояний ЗУ управляемых вероятностных тестов, построенных на матрицах Адамара, в сравнении с вероятностным подходом.

Эксперимент 2. Важным результатом данной статьи является двухмерное масштабирование управляемых вероятностных тестов с применением матриц Адамара. Для оценки эффективности такого подхода рассмотрим применение управляемого вероятностного теста $CRT(4, n{\cdot}2, n{\cdot}3)$ как результата одномерного масштабирования шаблона $CRT(4, 2, 3)$, приведенного в табл. 1 [25]. Сама процедура одномерного масштабирования заключается в применении простейшего правила повторения наборов шаблона до требуемой разрядности $n{\cdot}3$, соответствующей емкости N ЗУ, где $n = 2, 4, 8$. Выбор фиксированных значений n позволяет сопоставлять эффективность тестов $CRT(4, n{\cdot}2, n{\cdot}3)$ с тестами $CRT(n{\cdot}4, (n{\cdot}3)/2, n{\cdot}3)$, полученными в результате двухмерного масштабирования того же шаблона с применением подхода, основанного на матрицах Адамара порядка $n = 2, 4, 8$. В табл. 4 приведены значения полноты покрытия FC_{MATS++}(PNPSF3, l) в результате применения тестов $CRT(4, n{\cdot}2, n{\cdot}3) = CRT(4, 4, 6)$ и теста $CRT(n{\cdot}4, (n{\cdot}3)/2, n{\cdot}3) = CRT(8, 3, 6)$, полученных в результате одномерного и двухмерного масштабирования исходного шаблона при $n = 2$. Тест $CRT(8, 3, 6)$ представлен его восемью наборами $T_0, T_1, \ldots, T_7$ на рис. 4, *а*, а тест $CRT(4, 4, 6)$ описывается первыми четырьмя наборами T_0, T_1, T_2, T_3 теста $CRT(8, 4, 6)$ (см. тот же рис. 4, *а*). Для сравнительного сопоставления в табл. 4 приведены результаты эффективности применения вероятностного теста (*Random*) на основании оценки полноты покрытия FC_{MATS++}(PNPSF3, l).

Таблица 4
Полнота покрытия FC_{MATS++}(PNPSF3, l) для ЗУ емкостью 6 бит, %

Table 4
The faults coverage FC_{MATS++}(PNPSF3, l) for 6-bit memory, %

T_i	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7
$CRT(4, 4, 6)$	25	48,33	70,00	90,00	–	–	–	–
$CRT(8, 3, 6)$	25	48,33	70,00	90,00	95,00	98,33	100	100
Random	25	43,75	57,81	68,35	76,28	82,20	86,65	89,98

При реализации l-кратного применения теста MATS++ для случаев $CRT(4, 4, 6)$ и $CRT(8, 3, 6)$ начальные состояния ячеек ЗУ определяются наборами $T_0, T_1, \ldots$ (см. рис. 4). Таким образом, в первом случае реализовано четырехкратное применение теста и достигнута полнота покрытия, равная 90 %. Во втором случае при реализации восьмикратного применения теста MATS++ максимальная полнота покрытия, равная 100 %, достигается уже при седьмой ($l = 7$) итерации применения теста. В нижней строчке табл. 3 приведены средние значения FC_{MATS++}(PNPSF3, l) при формировании начальных значений ячеек ЗУ случайным образом. Как видно из данных, приведенных в табл. 4, использование управляемых вероятностных значений, соответствующих тестам $CRT(4, 4, 6)$ и $CRT(8, 3, 6)$, позволяет достичь существенно большей полноты покрытия в сравнении с вероятностными значениями, сформированными случайным образом. Кроме того, в данном случае тест $CRT(8, 3, 6)$, полученный в результате двухмерного масштабирования для $n = 2$, превосходит по эффективности тест $CRT(4, 4, 6)$, являющийся результатом одномерного масштабирования исходного шаблона $CRT(4, 2, 3)$.

При проведении данного эксперимента тест $CRT(4, 4, 6)$ был построен с применением простейшего правила повторения, поэтому значения полноты покрытия для обоих случаев $CRT(4, 4, 6)$ и первых четырех наборов $CRT(8, 3, 6)$ должны быть одинаковыми (табл. 4). Применение других правил при реализации одномерного масштабирования исходных шаблонов позволяет ожидать неповторяющихся значений для $CRT(4, 4, 6)$ и $CRT(8, 3, 6)$, однако эти значения будут близкими по своим величинам. В общем случае при использовании шаблона $CRT(q, d, r)$ с $d > r/2$ эффективность применения первых q наборов теста $CRT(n{\cdot}q, (n{\cdot}r)/2, n{\cdot}r)$ будет сравнима с эффективностью теста $CRT(q, n{\cdot}d, n{\cdot}r)$. Отметим, что $CRT(n{\cdot}q, (n{\cdot}r)/2, n{\cdot}r)$ является результатом двухмерного масштабирования шаблона $CRT(q, d, r)$, а $CRT(q, n{\cdot}d, n{\cdot}r)$ – одномерного шаблона с применением различных правил, рассмотренных в работе [25].

Табл. 5 содержит данные полноты покрытия для управляемых вероятностных тестов, сформированных в результате двухмерного масштабирования ранее использованного шаблона $CRT(4, 2, 3)$ для $n = 4$ и 8. Для обоих тестов приводятся значения суммарной полноты покрытия при реализации l-кратного, $l \in \{1, 2, \ldots, 11\}$, тестирования ЗУ соответствующей емкости.

Таблица 5
Полнота покрытия FC_{MATS++}(PNPSF3, l) для ЗУ емкостью 12 и 24 бит, %

Table 5
The faults coverage FC_{MATS++}(PNPSF3, l) for 12 and 24-bit memory, %

T_i	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}
CRT(16, 6, 12)	25	47,73	68,18	86,36	90,91	93,94	95,45	95,45	97,73	99,24	100
CRT(32, 12, 24)	25	47,36	67,25	84,72	89,28	91,98	93,43	93,43	95,60	96,99	97,72
Random	25	43,75	57,81	68,35	76,28	82,20	86,65	89,98	92,49	94,36	95,77

Для сравнительного анализа эффективности управляемых вероятностных тестов, построенных с применением матриц Адамара, с классическим вероятностным тестированием в табл. 5 приводятся значения полноты покрытия для обоих случаев. Как видно из приведенных данных, предлагаемые авторами управляемые вероятностные тесты имеют заметно большую полноту покрытия неисправностей PNPSF3.

В табл. 6 приведены значения полноты покрытия FC_{MATS++}(PNPSF5, l), аналогичные данным табл. 4 и 5, но для более сложных кодочувствительных неисправностей PNPSF5, в которых участвуют пять произвольных ячеек ЗУ при неисправном его поведении.

Таблица 6
Полнота покрытия FC_{MATS++}(PNPSF5, l) для ЗУ емкостью 6, 12 и 24 бит, %

Table 6
The faults coverage FC_{MATS++}(PNPSF5, l) for 6, 12 and 24-bit memory, %

T_i	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}
CRT(8, 3, 6)	6,25	12,50	18,75	25,00	31,25	37,50	43,75	50,00	–	–	–
CRT(16, 6, 12)	6,25	12,49	18,71	24,92	30,42	35,90	41,36	46,82	51,55	56,28	60,98
CRT(32, 12, 24)	6,25	12,47	18,67	24,88	29,95	34,92	39,90	44,93	49,01	52,97	57,00
Random	6,25	12,11	17,60	22,75	27,58	32,11	36,35	40,33	44,06	47,55	50,83

Результаты, приведенные в табл. 6, подтверждают высокую эффективность управляемых вероятностных тестов, сформированных путем масштабирования исходных шаблонов, в сравнении с вероятностными тестами.

Эксперимент 3. В разд. 3 рассмотрено влияние свойства выбранного шаблона, выраженного в виде его среднего расстояния Хэмминга $aveHD_t(T_i, T_j)$, на аналогичную характеристику результирующего управляемого вероятностного теста (5). Было показано (см. табл. 2), что приведенное значение $aveHD(T_i, T_j)/(n{\cdot}r)$ среднего расстояния Хэмминга $aveHD(T_i, T_j)$ к одному разряду $(n{\cdot}r)$-разрядного тестового набора, полученного в результате масштабирования с помощью матриц Адамара, достаточно быстро сводится с ростом величины n к значению 0,5. Это свидетельствует о том, что эффективность результирующего теста даже для небольших порядков $\underline{n}$ матриц Адамара, используемых для масштабирования, практически не зависит от свойств используемых шаблонов. Для трех ранее рассмотренных шаблонов *CRT*(4, 2, 3), *CRT*(4, 1, 3) и *CRT*(4, 0, 3), результат масштабирования которых для n = 2 показан на рис. 4, была оценена их эффективность при обнаружении неисправностей PNPSFk для k = 3 и 5 маршевым тестом MATS++.

Таблица 7
Оценка полноты покрытия неисправностей PNPSF3 и PNPSF5, %

Table 7
Fault Coverage Assessment for PNPSF3 and PNPSF5, %

n	2		4		8		16		32	
k	3	5	3	5	3	5	3	5	3	5
CRT(4, 2, 3)	100	50,00	100	81,52	100	91,99	97,6	96,12	99,67	98,19
CRT(4, 1, 3)	83,33	46,67	91,67	69,55	95,65	84,32	95,62	91,84	98,62	95,94
CRT(4, 0, 3)	45,00	12,50	69,32	23,86	83,68	42,17	89,73	65,50	95,57	81,09

Аналогично, как и в предыдущих экспериментах, оценивалась обнаруживающая способность многократных маршевых тестов путем моделирования состоятельного множества рассматриваемых неисправностей. Соответственно, для n = 2 и 4 генерировалось все множество указанных неисправностей, а для остальных значений n генерировались те же виды неисправностей PNPSF3 и PNPSF5, для каждой из которых случайным образом формировалось по 1000 неисправностей. На численные значения полноты покрытия, приведенные в табл. 7, влияет как соотношение размерности ЗУ к количеству тестовых наборов, так и специфика используемых шаблонов. Это в первую очередь касается шаблона CRT(4, 2, 3), который характеризуется максимальным значением d = 2. Из табл. 7 видно, что уже при n = 32 эффективность управляемого вероятностного теста как результата двухмерного масштабирования с применением матриц Адамара практически не зависит от свойств масштабируемого шаблона. Действительно, результат масштабирования весьма специфичного шаблона *CRT*(4, 0, 3), состоящего только из повторяющихся нулевых значений, показывает неплохой результат в сравнении с шаблонами *CRT*(4, 2, 3) и *CRT*(4, 1, 3). Полнота покрытия неисправностей PNPSF3 и PNPSF5 тестом MATS++ при использовании указанных управляемых вероятностных тестов при n = 32 достигает максимально возможных значений.

Заключение. Рассмотрен подход к генерированию тестовых наборов при формировании управляемых вероятностных тестов с использованием матриц Адамара. Основой предложенного авторами метода является двухмерное масштабирование исходных шаблонов с применением указанных матриц. Показано, что использование различных шаблонов и их двухмерное масштабирование позволяют строить управляемые вероятностные тесты с требуемой разрядностью тестовых наборов и бо́льшим их количеством. Управляемые вероятностные тесты формируются без необходимости перечисления кандидатов в тестовые наборы, что сводит задачу синтеза управляемого вероятностного теста к формальной процедуре, основанной на операции повторения. Предложенная процедура масштабирования в отличие от классического подхода исключает необходимость вычисления меры (мер) различия и не требует вычислительных затрат. В сравнении с подходом, основанным на одномерном масштабировании, результирующий управляемый вероятностный тест в случае применения матриц Адамара порядка n содержит в n раз больше тестовых наборов. Количество наборов предлагаемых управляемых вероятностных тестов, а также их свойства, определяемые свойствами матриц Адамара, обеспечивают высокую эффективность подобных тестов. Для целей оценки эффективности предложенных решений были проведены экспериментальные исследования применимости рассмотренных тестов для целей тестирования ЗУ. Показаны их преимущества по отношению к вероятностным тестам при обнаружении кодочувствительных неисправностей ЗУ.

Вклад авторов. *В. Н. Ярмолик* предложил процедуру построения управляемых вероятностных тестов, основанную на применении двухмерного масштабирования исходных шаблонов. *Н. А. Шевченко* рассмотрел использование матриц Адамара для целей масштабирования и принял участие в анализе полученных результатов. *В. В. Петровская* провела большой объем экспериментальных исследований, приняла участие в обобщении, анализе и оформлении полученных результатов.

Список использованных источников

1. An orchestrated survey on automated software test case generation / S. Anand, E. Burke, T. Chen [et al.] // Journal of Systems and Software. – 2014. – Vol. C-39, no. 4. – P. 582–586.

2. Ярмолик, В. Н. Контроль и диагностика вычислительных систем / В. Н. Ярмолик. – Минск : Бестпринт, 2019. – 387 с.

3. Karmore, S. P. Testing of embedded system, an issues and challenges / S. P. Karmore, A. R. Mahajan // International Journal of Enhanced Research in Science, Technology & Engineering. – 2015. – Vol. 4, no. 8. – P. 181–186.

4. Krupp, A. A Systematic approach to the test of combined HW/SW systems / A. Krupp, W. Muller // Proc. of IEEE Conf. on the Testing and Automation of Embedded Systems (DATE 2010), Dresden, Germany, 8–12 Mar. 2010. – Dresden, Germany, 2010. – P. 323–326.

5. Malaiya, Y. K. The coverage problem for random testing / Y. K. Malaiya, S. Yang // Proc. of the Intern. Test Conf., Philadelphia, PA, USA, 16–18 Oct. 1984. – Philadelphia, 1984. – P. 237–242.

6. Arcuri, A. Random testing: Theoretical results and practical implications / A. Arcuri, M. Z. Iqbal, L. Briand // IEEE Transactions on Software Engineering. – 2011. – Vol. 38, no. 2. – P. 258–277.

7. Garousi, V. Testing embedded software: A survey of the literature / V. Garousi, M. Felderer, C. M. Karapıçak, U. Yılmaz // Information and Software Technology. – 2018. – Vol. 104. – P. 14–45.

8. Saini, D. K. Software testing for embedded systems / D. K. Saini // International Journal of Computer Applications. – 2012. – Vol. 43, no. 17. – P. 1–6.

9. Karmore, S. P. Universal methodology for embedded system testing / S. P. Karmore, A. R. Mahajan // Proc. of the 8th Intern. Conf. on Computer Science & Education (ICCSE 2013), Colombo, Sri Lanka, 26–28 Apr. 2013. – Colombo, 2013. – P. 567–572.

10. A survey on adaptive random testing / R. Huang, W. Sun, Y. Xu [et al.] // IEEE Transactions on Software Engineering. – 2021. – Vol. 47, no. 10. – P. 2052–2083.

11. Chen, T. Y. Adaptive random testing: The art of test case diversity / T. Y. Chen, F. C. Kuo, R. G. Merkel, T. H. Tse // Journal of Systems and Software. – 2010. – Vol. 83. – P. 60–66.

12. Yarmolik, S. V. Controlled random tests / S. V. Yarmolik, V. N. Yarmolik // Automation and Remote Control. – 2012. – Vol. 73, no. 10. – P. 1704–1714.

13. Mrozek, I. Antirandom test vectors for BIST in hardware/software systems / I. Mrozek, V. N. Yarmolik // Fundamenta Informaticae. – 2012. – Vol. 119, no. 2. – P. 163–185.

14. Alamgir, A. Adaptive random testing with total Cartesian distance for black box circuit under test / A. Alamgir // Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science. – 2020. – Vol. 20, no. 2. – P. 720–726.

15. Wu, S. H. Antirandom testing: A distance-based approach / S. H. Wu, S. Jandhyala, Y. K. Malaiya, A. P. Jayasumana // Hindawi Publishing Corporation VLSI Design. – 2008. – Vol. 2008, Article ID 165709. – 9 p. – DOI: 10.1155/2008/165709.

16. Xu, S. Maximum distance testing / S. Xu, J. Chen // Proc. of the 11th IEEE Asian Test Symp. (ATS'02), Guam, USA, 18–20 Nov. 2002. – Guam, 2002. – P. 15–20.

17. Xu, S. Orderly random testing for both hardware and software / S. Xu // Proc. of the 2008 14th IEEE Pacific Rim Intern. Symp. on Dependable Computing, Washington, D.C., USA, 15–17 Dec. 2008. – Washington, 2008. – P. 160–167.

18. Yarmolik, S. V. The synthesis of probability tests with a small number of kits / S. V. Yarmolik, V. N. Yarmolik // Automatic Control and Computer Sciences. – 2011. – Vol. 45, no. 3. – P. 133–141.

19. Mrozek, I. Optimal controlled random tests / I. Mrozek, V. Yarmolik // Proc. of Computer Information Systems and Industrial Management: 16th IFIP TC8 Intern. Conf., CISIM 2017, Bialystok, Poland, 16–18 June 2017. – Bialystok, 2017. – P. 27–38.

20. Hamming, R. W. Error detecting and error correcting codes / R. W. Hamming // The Bell System Technical Journal. – 1950. – Vol. 29, no. 2. – P. 147–160.

21. Peterson, W. W. Error-Correction Codes / W. W. Peterson, E. J. Weldon. – Cambridge, Massachusetts, London England : The MIT Press, 1972. – 560 p.

22. Ярмолик, В. Н. Модификации способов определения расстояния Хэмминга для их применения в качестве мер различия при генерировании управляемых вероятностных тестов / В. Н. Ярмолик, В. В. Петровская, Н. А. Шевченко // Информатика. – 2024. − Т. 21, № 2. – С. 54–72.

23. Ярмолик, С. В. Управляемое случайное тестирование / С. В. Ярмолик, В. Н. Ярмолик // Информатика. – 2011. − Т. 29, № 1. – С. 79–88.

24. Plotkin, M. Binary codes with specified minimum distance / M. Plotkin // IRE Transactions on Information Theory. – 1960. – Vol. 6, no. 4. – P. 445–450.

25. Управляемые вероятностные тесты с фиксированным минимальным значением расстояния Хэмминга / В. Н. Ярмолик, В. В. Петровская, Д. В. Деменковец, В. А. Леванцевич // Информатика. – 2025. − Т. 22, № 1. – С. 7–26.

26. MacWilliams, F. J. The Theory of Error-Correcting Codes / F. J. MacWilliams, N. J. A. Sloane. – Amsterdam, The Netherland : Elsevier-North-Holland Pub. Co., 1977. – 762 p.

27. Hedayat, A. Hadamard matrices and their applications / A. Hedayat, W. D. Wallis // Annals of Statistics. – 1978. – Vol. 6, no. 6. – P. 1184–1238.

28. Seberry, J. Hadamard matrices: Constructions using number theory and linear algebra / J. Seberry, M. Yamada. – Hoboken, NJ, USA : John Wiley & Sons, Inc., 2020. – 384 p.

29. Mrozek, I. Multiple controlled random testing / I. Mrozek, V. Yarmolik // Fundamenta Informaticae. – 2016. – Vol. 144, no. 1. – P. 23–43.

30. Ярмолик, В. Н. Многократные неразрушающие маршевые тесты с изменяемыми адресными последовательностями / В. Н. Ярмолик, С. В. Ярмолик // Автоматика и телемеханика. – 2007. – Вып. 4. – С. 126–137.

31. Cheng, K.-L. Neighborhood pattern-sensitive fault testing and diagnostics for random-access memories / K.-L. Cheng, M.-F. Tsai, C. T. Wu // IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. – 2002. – Vol. 21, no. 11. – P. 284–267.

32. Parvathi, M. Novel test methods for NPSF faults in SRAM / M. Parvathi, T. Hmiasree, T. Bhavyasree // Proc. of Intern. Conf. on Computational and Characterization Techniques in Engineering & Sciences (CCTES), Lucknow, India, 14–15 Sept. 2018. – Lucknow, 2018. – P. 112–118.

33. Ярмолик, В. Н. Построение и применение маршевых тестов для обнаружения кодочувствительных неисправностей запоминающих устройств / В. Н. Ярмолик, В. А. Леванцевич, Д. В. Деменковец, И. Мрозек // Информатика. – 2021. − Т. 18, № 1. – С. 25–42.

References

1. Anand S., Burke E. K., Chen T. Y., Clark J., Cohen M. B., …, Zhu H. An orchestrated survey on automate software test case generation. *Journal of Systems and Software*, 2014, vol. C-39, no. 4, pp. 582–586.

2. Yarmolik V. N. Control’ i diagnostika vuchislitel’nuch system. *Computer Systems Testing and Diagnoses.* Minsk, Bestprint, 2019, 387 p. (In Russ.).

3. Karmore S. P., Mahajan A. R. Testing of embedded system, an issues and challenges. *International Journal of Enhanced Research in Science, Technology & Engineering*, 2015, vol. 4, no. 8, pp. 181–186.

4. Krupp A., Muller W. A Systematic approach to the test of combined HW/SW systems. *Proceeding of the IEEE Conference on the Testing and Automation of Embedded Systems* (*DATE 2010), Dresden, Germany, 8–12 March 2010.* Dresden, 2010, pp. 323–326.

5. Malaiya Y. K., Yang S. The coverage problem for random testing. *Proceeding of the International Test Conference, Philadelphia, PA, USA, 16–18 October 1984.* Philadelphia, 1984, pp. 237–242.

6. Arcuri A., Iqbal M. Z., Briand L. Random testing: Theoretical results and practical implications. *IEEE Transactions on Software Engineering*, 2011, vol. 38, no. 2, pp. 258–277.

7. Garousi V., Felderer M., Karapıçak C. M., Yılmaz U. Testing embedded software: A survey of the literature. *Information and Software Technology*, 2018, vol. 104, pp. 14–45.

8. Saini D. K. Software testing for embedded systems. *International Journal of Computer Applications*, 2012, vol. 43, no. 17, pp. 1–6.

9. Karmore S. P., Mahajan A. P. Universal methodology for embedded system testing. *Proceeding of the 8th International Conference on Computer Science & Education (ICCSE 2013), Colombo, Sri Lanka, 26–28 April 2013*. Colombo, 2013, pp. 567–572.

10. Huang R., Sun W., Xu Y., Chen H., Towey D., Xia X. A survey on adaptive random testing. *IEEE Transactions on Software Engineering*, 2021, vol. 47, no. 10, pp. 2052–2083.

11. Chen T. Y., Kuo F. C., Merkel R. G., Tse T. H. Adaptive random testing: The art of test case diversity. *Journal of Systems and Software*, 2010, vol. 83, pp. 60–66.

12. Yarmolik S. V., Yarmolik V. N. Controlled random tests. *Automation and Remote Control*, 2012, vol. 73, no. 10, pp. 1704–1714.

13. Mrozek I., Yarmolik V. Antirandom test vectors for BIST in hardware/software systems. *Fundamenta Informaticae*, 2012, vol. 119, no. 2, pp. 163–185.

14. Alamgir A. Adaptive random testing with total Cartesian distance for black box circuit under test. *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, 2020, vol. 20, no. 2, pp. 720–726.

15. Wu S. H., Jandhyala S., Malaiya Y. K., Jayasumana A. P. Antirandom testing: A distance-based approach. *Hindawi Publishing Corporation VLSI Design*, 2008, vol. 2008, article ID 165709, 9 p. DOI: 10.1155/2008/165709.

16. Xu S., Chen J. Maximum distance testing. *Proceedings of the 11th Asian Test Symposium (ATS’02)***,** *Guam, USA, 18–20 November 2002.* Guam, 2002, pp. 15–20.

17. Xu S. Orderly random testing for both hardware and software. *Proceedings of the 2008 14th IEEE Pacific Rim International Symposium on Dependable Computing, Washington, D.C., USA, 15–17 December 2008*. Washington, 2008, pp. 160–167.

18. Yarmolik S. V., Yarmolik V. N. The synthesis of probability tests with a small number of kits. *Automatic Control and Computer Sciences*, 2011, vol. 45, no. 3, pp. 133–141.

19. Mrozek I., Yarmolik V. Optimal controlled random tests. *Proceedings of Computer Information Systems and Industrial Management: 16th IFIP TC8 International Conference, CISIM 2017, Bialystok, Poland, 16–18 June 2017*. Bialystok, 2017, pp. 27–38.

20. Hamming R. W. Error detecting and error correcting codes. *The Bell System Technical Journal*, 1950, vol. 29, no. 2, pp. 147–160.

21. Peterson W. W., Weldon E. J. *Error-Correction Codes*. Cambridge, Massachusetts, London, England, The MIT Press, 1972, 560 p.

22. Yarmolik V. N., Petrovskaya V. V., Shevchenko N. A. *Dissimilarity measures based on the application of Hamming distance to generate controlled probabilistic tests*. Informatika [*Informatics*], 2024, vol. 21, no. 2, pp. 54−72 (In Russ.).

23. Yarmolik S. V., Yarmolik V. N. *Controlled random testing.* Informatika [*Informatics*], 2011, vol. 29, no. 1, pp. 79−88 (In Russ.).

24. Plotkin M. Binary codes with specified minimum distance. *IRE Transactions on Information Theory*, 1960, vol. 6, no. 4, pp. 445–450.

25. Yarmolik V. N., Petrovskaya V. V., Demenkovets D. V., Levantsevich V. A. *Controlled random tests with fixed minimal Hamming distance*. Informatika [*Informatics*], 2025, vol. 22, no. 1, pp. 7−26 (In Russ.).

26. MacWilliams F. J., Sloane N. J. A. *The Theory of Error-Correcting Codes*. Amsterdam, The Netherland, Elsevier-North-Holland Pub. Co., 1977, 762 p.

27. Hedayat A., Wallis W. D. Hadamard matrices and their applications. *Annals of Statistics*, 1978, vol. 6, no. 6, pp. 1184–1238.

28. Seberry J., Yamada M. *Hadamard Matrices: Constructions using Number Theory and Linear Algebra*. Hoboken, NJ, USA, John Wiley & Sons, Inc., 2020, 384 p.

29. Mrozek I., Yarmolik V. Multiple controlled random testing. *Fundamenta Informaticae*, 2016, vol. 144, no. 1, pp. 23–43.

30. Yarmolik V. N., Yarmolik S. V. Multiple non-destructive marching tests with variable address sequences. *Automation and Remote Control*, 2007, vol. 4, pp. 126–137.

31. Cheng K.-L., Tsai M.-F., Wu C. T. Neighborhood pattern-sensitive fault testing and diagnostics for random-access memories. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 2002, vol. 21, no. 11, pp. 284−267.

32. Parvathi M., Hmiasree, T., Bhavyasree T. Novel test methods for NPSF faults in SRAM. *Proceedings of the International Conference on Computational and Characterization Techniques in Engineering & Sciences (CCTES), Lucknow, India, 14–15 September 2018*. Lucknow, 2018, pp. 112–118.

33. Yarmolik V. N., Levantsevich V. A., Demenkovets D. V., Mrozek I. Construction and application of march tests for pattern sensitive memory faults detection. Informatika [*Informatics*], 2021, vol. 18, no. 1, pp. 25−42 (In Russ.).

Информация об авторах

Ярмолик Вячеслав Николаевич, доктор технических наук, профессор, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники.
E-mail: yarmolik10ru@yahoo.com

Шевченко Николай Алексеевич, студент, Дармштадтский технический университет.
E-mail: nik.sh.de@gmail.com

Петровская Вита Владленовна, магистр технических наук, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники.
E-mail: vita.petrovskaya@gmail.com

Information about the authors

Vyacheslav N. Yarmolik, D. Sc. (Eng.), Prof., Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics.
E-mail: yarmolik10ru@yahoo.com

Mikalai A. Shauchenka, Student, Darmstadt Technical University.
E-mail: nik.sh.de@gmail.com

Vita V. Petrovskaya, M. Sc. (Eng.), Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics.
E-mail: vita.petrovskaya@gmail.com