## Філасофская думка

# Философская и методическая перспектива инновационного развития математического образования в университете информатики

#### Н. В. Михайлова,

доцент кафедры физико-математических дисциплин, кандидат философских наук, Институт информационных технологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники

В современном образовательном пространстве фундаментальные особенности междисциплинарного взаимодействия преподавания математического знания и информационных технологий, имеющие мировоззренческое и методологическое значение, определяются на философском уровне, а точнее в проблемном поле математического образования инженеров-компьютерщиков. Под математическим образованием в статье понимается обучение математике студентов университета информатики, а термин «инновационный» трактуется как антоним прилагательному «традиционный», что, по сути, предполагает выход за пределы типичных, часто встречающихся способов, методов и приемов обучения.

Методология университетского преподавания высшей математики — это учение об организации продуктивной образовательной деятельности, включающее учение о структуре математики, логическую организацию изложения математических курсов разных уровней, а также методы и средства обосновательной деятельности. С точки зрения перспектив инновационной деятельности преподавателей высшей математики университета информатики и радиоэлектроники предметом исследования является не само образование, а программные изменения в обучении

высшей математике и внедрение методических новшеств, способствующих пониманию субъектами образования теорий математики. Если инновационная деятельность в преподавании математики, включающая в себя когнитивный математический поиск, нарушается в какой-либо части взаимосвязи понимаемого знания и практики, то это отражается на успешности обучения математике студентов университета.

В контексте критической рефлексии математической методологии предмет исследования данной статьи находится на продуктивном пересечении двух областей философско-методологического знания – философии математического образования и философии современной математики. Однако для раскрытия характерных профессиональных особенностей перспектив процесса обучения математике необходим анализ онтологического и гносеологического аспектов математического знания, который осуществляется лишь после выявления методологических идеалов и норм логической строгости и обоснованности математики как «первичной концептуальной деятельности» познавательных процессов. «Цель обучения математике в техническом вузе состоит в том, чтобы студент, во-первых, получил фундаментальную математическую подготовку в соответствии с вузовской программой, а также математическую культуру, а во-вторых овладел навыками математического моделирования в области будущей профессиональной деятельности» [1, с. 63]. Но поскольку перспектива развития образовательных инноваций математической науки – это нескончаемый процесс, то основная польза от математического познания, даже с точки зрения университетского образования, заключается не только в обладании знаниями, но и в процессе поиска знаний.

Базовым понятием инновационного подхода к проблеме обоснования компьютерной математики является понятие структуры, характеризующее специфику системного подхода и его организации и задающее способ связи различных элементов в образовательной системе как со стороны анализа свойств составляющих систему элементов, так и со стороны целостных свойств инновационного образования. Концептуальный уровень образовательных систем обретает свойства системной триады, которая в философскометодологической проблеме искусственного интеллекта складывается из расчетно-логических, экспертных, а также информационно-поисковых систем. Среди позитивных примеров можно указать на алгоритмическую теорию информации, которая представляет собой не истинно новое развитие, а по существу продолжение взглядов Гёделя. Теоремы Гёделя о неполноте не противоречат созданию компьютеров или их преемников, которые смогут манипулировать символами примерно с тем же успехом, что и мозг человека. Но возможно ли доказать превосходство человеческого разума над компьютером в общенаучном и философском контексте проблемы искусственного интеллекта, а также в сфере решения математических задач? Для любой формальной системы, в том числе и мощной вычислительной машины, всегда найдется такое математическое утверждение, которое машина не сможет ни опровергнуть, ни доказать.

Поскольку рынок наиболее востребованных задач вычислительной математики в контексте современного компьютерного образования слишком обширен и разнообразен, то только сама констатация кризиса и выявление его причин не решают проблемы ее потенциального развития. Для этого необходим предварительный философский анализ базовой концепции вычислительной математики и ее методологической парадигмы. Заметим, что в образовательной практике развитие дидактических исследований влияет на методологию познания, которая рассматривается как элемент программы обоснования математики, в рамках которой он ставится в зависимость от других культурологических подходов, составляющих основу педагогической инноватики. Например, прогресс современных компьютерных вычислений, а также методическая система традиционного обучения с помощью технологии компьютерной математики непосредственно связаны с когнитивной составляющей познания,

неявно зависящей от стиля и гибкости математического мышления.

Предпосылкой к созданию инновационных технологий явилась социально-экономическая ситуация, сложившаяся во второй половине XX в. Подчеркнем, что будущему инженеру-программисту необходимо знать, что «математика способна получать и получает знания, которые в данное время опережают развитие знаний в реальном мире; со временем с расширением предметной деятельности человека эти чисто математические знания могут превратиться в знания о реальных предметах и явлениях» [2, с. 864]. С одной стороны, внедрение компьютерного инструментария и развитие новых информационных технологий способствуют прежде всего качественному изменению организации информационных ресурсов, включая их хранение и обеспечение доступа к ним, как, образно говоря, инструментальной области «экспериментальной методологии», касающейся методического эксперимента в проблемном поле математического образования университета информатики и радиоэлектроники. С другой стороны, причина ограниченных возможностей эвристического потенциала компьютерного эксперимента в образовании состоит в том, что задачи, при решении которых можно использовать компьютер, должны иметь определенную структуру для компьютерных программ.

Классическая математическая теория вычислений, которая, по сути, более полувека оставалась философско-методологическим основанием для вычислительных процедур, сейчас превратилась в формализованную схему аппроксимации. Однако при ретроспективном анализе математических доказательств формальная составляющая, а точнее когнитивная сила дедуктивных выводов, создает иллюзию автоматического вывода математических доказательств, в которых каждый последующий шаг неизбежно следует из предыдущего, обеспечивая концептуализацию нового знания в уже сложившейся системе понятий. Но компьютерному моделированию поддаются лишь некоторые частные процессы, а не вся теория целиком, поскольку при исследовании математической модели используются также рассуждения, не носящие конкретно выраженного дедуктивного характера. Несмотря на возрастающую роль компьютерных систем в математическом познании, информационная модель современного математического познания, частично реализованная с помощью компьютера или вербализованная в математическом тексте, является, в сущности, лишь «эксплицированным намеком» на теоретическое знание, в отличие от хорошо формализованных математических теорий, позволяющих реконструировать архитектуру современного естественно-научного и математического знания.

С точки зрения инновационных технологий в образовании прогресс методологии компьютерной математики выглядит все же иначе, чем прогресс естественных наук, которые косвенно влияют на общественное сознание и даже на проблематику социально-гуманитарных наук. Наука представляет собой развивающееся знание, но само развитие носит неравномерный характер, несмотря на преемственность математического знания и его движущие силы, в качестве которых выступают методологические противоречия, отражающиеся и на методических аспектах техническо-математического образования. С точки зрения методологии системного стиля мышления основой его изучения служит выявление в познавательном процессе математического образования обобщающих тенденций, которые, во-первых, констатируют реальное состояние преподавания математики, во-вторых, отчасти неявно прогнозируют методологически возможные пути ее прогресса [3, с. 19-20].

С методологической точки зрения применения математики слабость теоретико-множественной математики по отношению к практически ориентированным курсам «пользовательской математики» состоит в том, что этой теорией можно пользоваться лишь тогда, когда прикладная задача переведена на соответствующий математический язык. Можно изучать конкретные результаты применения математических теорий и сами эти теории, где потенциально могут существовать различные альтернативы тем математическим теориям, которые ранее были известны. Безусловно, это должно найти свое методологическое отражение и в философии математического образования разных уровней. Например, о теории множеств, являющейся фундаментом современной математики, можно говорить как об особом мире, который обладает некоторой реальностью и внутренней жизнью, мало зависящей от формализма, призванного его описывать. Но такого рода характеристики можно дать и другим содержательным математическим теориям. В контексте философии математического образования такого рода абсолютизированная абстракция неизбежно содержит в себе такие элементы, которым нет аналога в действительности, что естественно вносит «момент заблуждения» в сам образовательный процесс.

Корректность использования идеальных объектов математики связана с внутренним обоснованием математики, философская суть которого состоит в редукции основных положений к некоторому несомненному теоретическому ядру математики. Как убедительно отмечает математик, академик А. Н. Паршин, «и последнее замечание, которое в этом месте нужно сделать: акт познания, в частности математического познания, должен использовать бесконечность, и не просто бесконечность дискретного, счетного типа, а именно континуум. <...> Весьма нетривиальным является вопрос: а почему мы должны пополнять рациональные числа, должны использовать континуум, т. е. все вещественные числа?» [4, с. 84–85]. Эти философские критически-рефлексивные импликации можно эвристически продуцировать и на теоретический конструкт проблемы обоснования современной математики. В математике взаимодействуют две сферы: сфера творческой деятельности, открытий, содержательных приложений и сфера теоретической рефлексии математики, в которой ведутся поиски аксиоматических представлений процессов абстрагирования. Но абсолютизация любой компоненты математики может разрушить ее целостность, хотя естественно возрастающая сложность абстрактного математического знания и его прикладных аспектов приводит к определенной привлекательности внутренних проблем теоретической математики по сравнению с традиционными задачами, предлагаемыми естественными науками.

Для современной математики понятие бесконечности не просто существенно важно, но и является необходимым, так как большинство математических утверждений, не имеющих отношения к абстрактной бесконечности, с точки зрения абстрактно-теоретического оснащения математики конца XX в. можно считать тривиальными. Представители разных направлений философии математики стараются избежать явных определений конечности и бесконечности, в отличие от попыток математиков конца XIX — начала XX в. Вопрос об отношении теории множеств и теории доказательств к реальности с философско-методологической точки зрения сводится к вопросу об отношении конечного

и бесконечного и, соответственно, вычислимого и невычислимого, хотя на предшествующих этапах развития математики так и не были выработаны дефиниции конечности и бесконечности, удовлетворившие бы большинство ученых. Конечное в компьютерной математике дополняет бесконечное, а не противостоит ему, так как теоретически оно может быть конечным в одной модели и рассматриваться как бесконечное в другой. Современные информационные технологии в математическом образовании являются примером того, как компьютерные вычисления оказали влияние на развитие современной математики конструктивистского направления.

Студенты, как правило, предпочитают простые объяснения сложным. Теория сложности вычислений - это раздел компьютерной математики, связанный с тем, какие ресурсы, время, объем памяти, энергия необходимы для данных вычислений. Современные компьютерные технологии моделирования, обработки и передачи информации с точки зрения философии и методологии образования позволяют реализовать практически любые методические идеи, возникающие и используемые в традиционном обучении высшей математике, как для студентов-математиков, так и для студентов-нематематиков - будущих инженеров. Например, методологические основания инновационных процессов в математическом анализе зависят от конкретных методов их реализации. Как считает профессор математики Е. М. Воробьев, «именно с логической прозрачностью и стройностью в учебниках математического анализа докомпьютерной эры далеко не все в порядке. В самом деле, в некоторых из них вещественные числа - один из основных и важнейших объектов математического анализа – вводятся по Дедекинду с помощью понятия "сечения" во множестве рациональных чисел. Но в главах, следующих за вещественными числами, объект "сечение" ни разу не упоминается» [5, с. 423]. Возможно, поэтому в дальнейшем вместо термина «число» как аргумента функции начинает употребляться термин «точка», например, рассматривается значение функции f(x)в точке 0,5. Заметим, что в контексте философского обоснования сечения нужны были только для того, чтобы доказать существование предела монотонно возрастающей последовательности или обосновать какое-либо эквивалентное ему утверждение. Именно на этих утверждениях строится в дальнейшем все методологическое здание анализа и, в частности, исследуются свойства непрерывных функций.

Отметим также, что философия отличается от методики степенью общности, которая реально обусловлена конкретным содержанием математического знания. Например, философская суть программированного обучения интеллектуально сложным разделам высшей математики на основе инновационной технологии «медиадидактики» состоит в последовательном предъявлении студентам учебной информации, допускающей контроль за усвоением нового знания. Пользователи судят о качестве компьютера лишь по полезным для них функциям. Даже если появится новая модель компьютера, объем памяти и число логических ячеек которого больше, чем у человеческого мозга, трудно поверить в то, что компьютер мыслит, если еще предположить, что компьютер ведет себя точно так же, как и мыслящий человек в момент глубоких раздумий над нестандартными ситуациями. Математиков в теории вычислений интересует не только вопрос о том, какие именно классы функций могут быть реально вычислены, но и в контексте роста компьютерного обеспечения нового поколения цена их вычисления, т. е. стоимость, а точнее вычислительная сложность, естественно измеряемая физическими ресурсами, затраченными на решение соответствующей математической задачи. Это актуальная задача математики и физики, так как процессы передачи и переработки информации происходят по физическим законам, и уже установлены когнитивные ограничения на допустимую сложность поддающихся решению задач - так называемую «полиномиальную сложность».

Современные вычислительные процедуры являются убедительным примером того, как возможности современных вычислительных машин оказали существенное влияние на развитие методологического знания современной математики в рамках интуиционистского, а точнее ее конструктивистского направления, и, что особенно важно, как это способствует пониманию самой математики. «На практике зафиксированная структура исполнения только вредит новому исполнению, создавая "эффект зубрежки": воспроизведение логики не гарантирует истинного понимания. Известный экзаменаторам прием слегка изменить условие и проверить, сможет ли отвечающий скорректировать решение, как раз выявляет этот эффект» [6, с. 220]. Практическая эффективность математического познания, например, в терминах достижения точности при наименьшем числе шагов — это основная философско-методологическая проблема компьютерной математики. Универсальность методологии математики проявляется через теоретическую и прикладную эффективность ее инструментального использования в естественных и компьютерных науках. Может быть, вопрос об эффективности математики имеет смысл только в контексте взаимодействия математики, физики и техники? От ответа на этот философский вопрос зависит понимание роли современной математики. Одно из объяснений связано с общностью методологических принципов, определяющих возможность их междисциплинарного взаимодействия.

Дело в том, что в самой природе математики заложена возможность отвлечения от природы тех объектов, для описания которых в математику вводится и в дальнейшем структурируется некоторое исходное смысловое содержание. Но после решения проблемы, которой обязано своим появлением новое структурированное представление, математическому исследованию подвергается эта плодотворная структура, по существу, уже сама по себе. Эффективность разных разделов математики проявляется еще и в том, что математические теории имеют гораздо более широкое смысловое содержание, чем оно изначально закладывалось в слова. Швейцарский лингвист Ф. де Соссюр говорил, что появление того или иного конкретного слова в языке никак не мотивировано. В современной математике до сих пор существуют нерешенные проблемы, которые просты по формулировке и ответы на которые как бы однозначно предопределены принятой системой аксиом. Тем не менее их решение до сих пор не найдено. В связи с этим возникает, например, такой вопрос: почему так происходит? Ответ содержит следующие альтернативы: либо эти проблемы требуют длинной цепочки рассуждений, либо для их решения необходима новая, не употреблявшаяся ранее методология вывода.

В контексте критической рефлексии математического образования различные «философские объяснения» эффективности математики носят характер интерпретаций, так как их авторы, скорее всего, сами пребывают в неведении относительно причин такой эффективности, поэтому вопрос об эффективности математики в описании реальных явлений остается пока без ответа. От ответа на этот вопрос зависит философское понимание роли математики в познании мира, т. е.

она удобный язык или ее связь с реальным миром онтологически более глубокая, понимание чего невозможно без восхождения к новому абстрактному знанию. В контексте изучения понимаемой математики процесс понимания субъектами образования - это не реализация «студенческого комфорта». «Понимание – это труд, который должен быть произведен, он представляет собой ничем не заменимый, уже минимальный критерий языкового отбора, который нельзя свести к более простому, а именно к чисто формальному виду» [7, с. 250]. Если гипотетически рассматривать сложные математические конструкции как произвольные творения человеческого ума, то тогда на вопрос о причинах практической эффективности математики нельзя строго ответить. Возможно, практическая эффективность современной математики связана с тем, что окружающему нас миру присуща скрытая гармония, отражающаяся в наших умах в виде простых и эффективных математических законов. Современная математика, в основе которой лежит как интуитивное, так и формализованное мышление, по-прежнему эффективна в описании природы по той же причине, по какой эффективна интеллектуальная деятельность как результат мировоззренческого синтеза накопленных знаний в новой системной и целостной математической картине мира.

В заключение следует обратить внимание на то, что методический процесс, вообще говоря, не тождественен научному исследованию и становлению математической теории, поскольку в генезисе математической дидактики уже происходит трансляция тех математических знаний, которые ранее были выработаны на основе идеалов и норм логической строгости и системы обоснования математики. Но несмотря на то, что разработаны модели обучения математическому знанию и технологии обучения стилю математического мышления, они не стали пока наиболее значимой инновационно-интеллектуальной составляющей учебного процесса в востребованном университетском образовании. В частности, можно предположить, что основным гипотетическим препятствием к внедрению различных компьютерных технологий в учебный математический процесс является ограниченный ресурс времени, большая часть которого неизменно отводится на обязательное освоение обучаемых студентов действиям по методически установленным образцам и алгоритмам, а по существу – на «репродуктивное обучение». Даже с точки

зрения проблемно-ориентированного обучения в математическом образовательном процессе пока традиционно осваивается накопленный ранее социокультурный и практически целесообразный опыт преподавания отдельных разделов высшей математики разных уровней методологической обоснованности в контексте обеспечения востребованного когнитивного качества понимаемого усвоения математики.

При построении личностной математической картины мира методологическими средствами преподавания высшей математики особая роль отводится категориям «смысл» и «понимание». Понимание в методологии математического образования можно трактовать как процесс и результат раскрытия основной идеи и выявления сущности математических понятий при установлении взаимосвязей с уже усвоенными знаниями для включения нового математического содержания в «смысловую сферу» развивающейся личности. Кроме известных когнитивно-рациональных достоинств математики она обладает поразительным интеллектуальным свойством, которое можно назвать колоссальной «объяснительной силой» концепций, моделей и теорий, далеко отстоящих друг от друга.

Рефлексивная направленность математического образования выделяет когнитивное понимание математики и раскрывает возможности определения оснований креативности. Если традиция рефлексии сосредоточила внимание на процессах, проясняющих абстрактные знания и идеальный результат, то в традиции понимания основной акцент делается на вариативность познания и изменчивость смысла. К негативным аспектам можно отнести то, что математические задачи, требующие больших интеллектуальных усилий, вызывают у студентов отрицательные

эмоции при выполнении всех проблемно-ориентированных образовательных требований. Но ценность любой, даже скромной математической подготовки заключается в том, что она стимулирует развитие навыков самостоятельного мышления студентов. Математика в большей степени, чем другая наука, — занятие для молодых. Обычно сильно преувеличивают различия между мыслительными процессами, протекающими у преподавателей и студентов. Можно быть умным по разным показателям, но математические способности и соответствующий стиль мышления, формируемый в университете информатики, можно считать креативным признаком интеллекта.

#### Список использованных источников

- 1. *Носков, М. В.* К теории обучения математике в технических вузах / М. В. Носков, В. А. Шершнева // Педагогика. -2005. -№ 1. C. 62-67.
- 2. Фомин, В. И. О мировоззренческих аспектах в преподавании математических дисциплин в технических университетах / В. И. Фомин // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. 2015. Т. 20, № 4. С. 864–866.
- 3. *Михайлова, Н. В.* Формирование математического стиля мышления в области инновационного инженерного образования / Н. В. Михайлова // Инновации в образовании. -2020. -№ 1. -C. 18–29.
- 4. *Паршин, А. Н.* Путь. Математика и другие миры / А. Н. Паршин. М.: Добросвет, 2002. 240 с.
- 5. Воробьев, Е. М. Математический анализ с системами «математика» и «вебматематика». Непрерывные функции / Е. М. Воробьев // Образовательные технологии и общество. 2012. № 2. С. 422–432.
- 6. *Нужсдин, Г. А.* Математическая деятельность как понимание / Г. А. Нуждин // Стили в математике: социокультурная философия математики. Санкт-Петербург: РХГИ, 1999. С. 213—225.
- 7. *Лем, С.* Сумма технологии: пер. с пол. / С. Лем. Москва: АСТ; Санкт-Петербург: Terra Fantastica, 2008. 668 с.

### Аннотация

В статье раскрывается понимание многоаспектности современного математического образования в университете информатики и радиоэлектроники в контексте философских и методических проблем инновационного преподавания. Подчеркивается значимость проблемно ориентированного подхода к математическому образованию и объяснению разделов современной математики. Обосновывается, что синтез когнитивных достоинств математического знания и компьютерных технологий способствует инновационному развитию университетского образования.

#### Abstract

The article reveals the understanding of the multidimensional nature of modern mathematical education at a technical university in the context of methodological and didactic problems of innovative teaching. The relevance of the article is due to the practical problem of deepening modern ideas about the object of didactics, from the point of view of teaching higher mathematics based on the relationship of methodological and didactic knowledge. The article considers the significance of mathematical education and the justification of sections of modern mathematics in the formation of a holistic scientific world picture.