## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СОВРЕМЕННЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЛОГИКО-КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ

Семижон Е. А., Герман Ю. О., Герман О. В. Факультет информационных технологий и управления, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники Минск, Республика Беларусь E-mail: juliagerman@gmail.com

Приведен сравнительный анализ современных методов решения логико-комбинаторных задач, которые могут использоваться для интеграции в практически эффективные решатели этх задач.

## Введение

При отсутствии изначально метода решения задачи возможны следующие технологии поиска решения (парадигмы) [1,2]: Р1. Построение поискового дерева в духе метода А\* Нильсона. Р2. Решение задачи на основе слабого (приближенного, эвристического) метода с последующим отсечением (части области поиска) и повторное (итерационное) использование слабого метода до исчерпания области поиска или срабатывания критерия получения точного решения; РЗ. Реализация ограниченного направленного перебора, генетических алгоритмов . Р4. Использование нейросетей, классифицирующих деревьев. Р5. Использование статистических методов, например, на основе теоремы Байеса, методов типа ограниченной выборки из популяции, метода главных компонентов, факторного анализа и др. Рб. Использование жадных алгоритмов, методов многокритериального выбора альтернатив, эвристических методов (например, метода отжига, метода муравья и подобных). Р7. Применение логических методов решения задач, экспертных систем, индуктивных логических методов. Р8. Использование аналогий и моделирования (например, на основе метода Монте-Карло).

## I. Анализ подходов

Парадигма Р1 связана с построением поискового дерева (дерева решения, гипотез). Узлы дерева представляют состояния задачи. С каждым узлом связывается количественная оценка, на основании которой производится выбор очередного более перспективного узла для раскрытия и продвижения по дереву. Кроме того, приписываемые узлам оценки должны позволять отсекать бесперспективные узлы. Отметим недостатки алгоритма А\* Нильсона, которые могут ограничивать его применение в некоторых ситуациях.

- 1. Высокие требования к памяти. Алгоритм хранит все открытые и закрытые узлы, что может привести к значительным затратам по памяти, особенно в больших графах. Это может стать критическим фактором при работе с ограниченными ресурсами.
- 2. В графах с большим количеством узлов и рёбер, особенно если они плохо структуриро-

- ваны, А\* может работать медленно, так как исследует много узлов. Эффективность А\* зависит от качества используемой эвристической функции. Если эвристика неадекватна (например, не является допустимой), это может привести к неэффективному поиску или даже к невозможности нахождения оптимального решения.
- 3. Неоптимальность в динамических средах  $A^*$  не подходит для динамических сред, где граф может изменяться во время выполнения алгоритма. В таких случаях алгоритм может потребовать значительных затрат на пересчет путей. Как альтернативу можно указать алгоритм  $D^*$  для динамически изменяющегося дерева состояний.
- 4. Алгоритм требует предварительной информации о графе, что не всегда возможно. Например, в случаях, когда граф представляется в реальном времени (например, для навигации), требуется постоянное обновление данных.

Парадигма Р2 хорошо иллюстрируется симплексным методом решения задачи линейного программирования. В симплексном методе выполняется пошаговый переход в очередной узел многогранника решений, в котором значение целевой функции лучше (не хуже, во всяком случае), чем в предыдущем узле. Этим гарантируется отсечение ранее найденных решений и сужение области поиска до ее полного исчерпания. Проблема связана с тем, что возможны случаи, когда количество просматриваемых узлов экспоненциально растет с линейно растущими размерами задачи, то есть симплексный алгоритм теоретически имеет экспоненциальную сложность, хотя на практике в среднем ведет себя как полиномиальный метод. Кроме того, симплексный алгоритм может потенциально зацикливаться при переходе в узел, на котором значение целевой функции не изменяется. Полиномиально эффективное решение задаче линейного программирования доставляет метод Л. Хачияна, известный как метод стягивающих эллипсоидов. Суть его состоит в последовательном отсечении частей описанного вокруг симплекса эллипсоида с сохранением точки оптимума. По духу, к методу эллипсоидов близок метод Н. Кармаркара – также полиномиальной сложности, который даже лучше в этом отношении метода Л. Хачияна. Методы типа отсечений (например алгоритм Гомори для задач целочисленной оптимизации) по-прежнему сохраняют экспоненциальную вычислительную сложность и имеют следующие общие недостатки

- 1. Сложность реализации. Методы отсечений могут требовать сложной реализации, особенно при разработке эффективных эвристик для генерации отсечений. Это может потребовать значительных усилий и экспертизы.
- 2. Неоптимальность отсечений. Не все отсечения являются оптимальными. Плохо подобранные отсечения могут не уменьшить пространство поиска эффективно, что может привести к увеличению времени выполнения.
- 3. Потребление памяти. При использовании методов отсечений может потребоваться значительное количество памяти для хранения сгенерированных отсечений, что может быть проблемой в больших задачах.
- 4. Комбинаторный взрыв. В некоторых случаях, особенно с увеличением размера входных данных, количество возможных отсечений может увеличиваться экспоненциально, что усложняет управление.

Парадигма РЗ наиболее ярко реализована в генетических алгоритмах. Направленный перебор реализуется размножающейся популяцией объектов-решений, которые порождают новые объекты-решения примерно как это делается в эволюционной схеме. Во многих случаях генетические алгоритмы дают отличные результаты. Однако их эффективность заметно снижается при наличии ограничений. Отыскиваемое генетическим алгоритмами решение не является доказательно оптимальным.

Парадигма Р4 вообще связана с представлением о грядущей сингулярности цивилизационного масштаба. Нейросети приходят на выручку тогда, когда модель задачи построить крайне сложно или невозможно. Аналитик в этом случае готовит данные для обучения нейросети. Если данные подготовлены качественно и полно, то результат может быть почти «ошеломляющим». Распознавание лиц, речи, перевод языков, постановка диагнозов, выявление лжи и другие подобные вещи хорошо решают именно нейросети, с которыми связали ожидаемый всплеск искусственного интеллекта. Тем не менее, сложные комбинаторные задачи с предположительно экспоненциальной сложностью вряд ли смогут быть решены нейросетями за полиномиальное время, если, разумеется, гипотеза о несовпадении классов Р и NP верна, что принимается в общем случае и при этом ищется точное решение задачи. Как и в случае генетических алгоритмов, решения, доставляемые нейросетями в общем случае

не являются доказательно оптимальными. Парадигма P5 ориентирована на задачи с неполными, недостоверными знаниями. Как и в предыдущем случае, решение ищется без построения модели либо строится статистическая модель (например, на основе регрессии), которая схватывает суть приближенно (отсюда и необходимость проверки статистической адекватности модели). Тем не менее, статистический подход дает практически приемлемые результаты и имеет большое значение в решении задач. Качество решений оценивается с помощью статистических критериев.

Группа задач с парадигмой Р6 ориентирована на эвристические методы, например, жадные алгоритмы. Имеются теоретически обоснованные случаи, когда жадные алгоритмы доставляют точное решение задачи (это относится к задачам со структурой матроидов). Интерес представляют различного рода усиления эвристических методов.

Логические методы в решении задач (парадигма Р7) имеют самостоятельное значение. Логика напрямую связана с булевой алгеброй, поэтому логические формулы могут быть переведены на язык алгебры, например, задача логического вывода может быть переформулирована как нелинейная оптимизационная алгебраическая задача. Особый статус логике дает теорема С. Кука об NP-полноте задачи Выполнимость. В силу этого результата любая комбинаторная задача из NP эффективно сводится к задаче Выполнимость. Однако полиномиально эффективного алгоритма для задачи Выполнимость не найдено, и можно полагать, что его вообще нет. Большой интерес к логике связан с индуктивным и нечетким выводом как инструментом, пользующимся практическим спросом.

Аналогии – это не столько парадигма, сколько то общее, что присуще другим методам. Например, распознавание образов и постановка диагнозов основаны на выявлении аналогий. Язык аналогий нечеткий, поэтому нечеткая математика является теоретической платформой для этой парадигмы. Как вывод отметим, что методы, ориентированные на парадигмы Р2, Р3, Р4, Р6, Р7 следует рассматривать под углом зрения их интеграции в «точные» решатели, как средство усиления вычислительной мощности таких решателей.

## II. Заключение

Наибольший интерес связан с интеграцией (объединением) приведенных механизмов, например, с нейронными сетями, которые могут использоваться как «полноценные» решатели, так и в составе подобных решателей, использующих другие механизмы (например, алгоритм А\* Нильсона на дереве состояний задачи).

- 1. Кормен, Т. Алгоритмы.Построение и анализ / Т. Кормен, Ч.Лейзерсон. // Wiley. M, 2013, 1328c.
- 2. Luke, S. Essentials of metaheuristics / S. Luke // Lulu publisher, Usa. 2009,  $\,320\mathrm{p}.$