

АЛГОРИТМ ЛОКАЛЬНОЙ РЕОПТИМИЗАЦИИ МАРШРУТОВ НА ДИНАМИЧЕСКИХ ГРАФАХ

Хаджинова Н. В., Служалик В. Ю., Хаджинова К. А.
Кафедра информационных технологий автоматизированных систем,
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
Минск, Республика Беларусь
E-mail: {khajnova, sluzhalik}@bsuir.by, kseniyakhadzhynava@gmail.com

Предложен алгоритм локальной реоптимизации маршрутов в динамических графах с мультикритериальными метриками. Экспериментально показано повышение устойчивости на 30–35% и сокращение времени вычислений почти в 3 раза по сравнению с алгоритмами Дейкстры и A.*

ВВЕДЕНИЕ

Транспортные и вычислительные системы требуют поиска маршрутов в условиях динамически изменяющихся параметров. Классические алгоритмы (Дейкстра, A*, Беллмана–Форда), рассчитанные на статические графы, теряют эффективность при изменении весов и топологии [1]. Необходим алгоритм, минимизирующий затраты и устойчиво реагирующий на локальные изменения [2].

I. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Подходы к оценке устойчивости маршрутов на динамических графах были предложены в работах, где введены количественные характеристики стабильности кратчайших путей при изменении параметров сети [3].

Рассмотрим динамический граф $G(t) = (V, E(t))$, где V – множество вершин, а $E(t)$ – множество рёбер с параметрами, изменяющимися во времени. Ребро $e \in E(t)$ характеризуется весом $w_e(t)$, вероятностью сохранения $P_e(t)$ и качеством $Q_e(t)$.

Оптимальный маршрут $R(t)$, минимизирующий суммарные затраты:

$$C(R(t)) = \sum_{i=1}^{k-1} w_{(v_i, v_{i+1})}(t),$$

где $w_{(v_i, v_{i+1})}(t)$ – вес ребра между вершинами v_i и v_{i+1} в момент t .

Для оценки устойчивости маршрута к изменениям графа вводится метрика:

$$R_{\text{robustness}}(R, R') = 1 - \frac{d(R, R')}{|R|},$$

где R и R' – маршруты до и после изменений, $d(R, R')$ – количество рёбер, отличающихся в двух маршрутах, а $|R|$ – длина начального маршрута.

Для комплексной оценки эффективности маршрута используется функция:

$$E(R) = \alpha D(R) + \beta L(R) - \gamma R_{\text{robustness}}(R, R'),$$

где $D(R)$ – задержка на маршруте, $L(R)$ – длина маршрута, α, β, γ – весовые коэффициенты, регулирующие вклад каждого компонента в итоговую эффективность.

Критерий реоптимизации – сравнение текущего значения эффекта $E(R)$ с показателями нового маршрута R' , полученного локальной реоптимизацией. Если локальная реоптимизация улучшает (уменьшает) значение функции E , то происходит обновление маршрута; иначе запускается полный пересчёт маршрута.

Данная постановка обеспечивает баланс между скоростью адаптации маршрута и его устойчивостью к динамическим изменениям параметров графа [4].

ПСЕВДОКОД АЛГОРИТМА

```
func robust_update(G_old, G_new, route, thresh):
    (s,e) := find_seg(route, G_old, G_new)
    seg := local_reopt(G_new, route, s, e)
    r := calc_robust(route, seg)
    if r < thresh then
        try:
            route := full_recalc(G_new, route[0], route[-1])
            if no_path then
                route := route
            else:
                route := route[:s] + seg + route[e+1:]
        return route, r
```

Алгоритм обеспечивает быструю адаптацию маршрута при изменениях графа, сохраняя баланс между скоростью и устойчивостью.

II. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Проведён эксперимент на 100 динамических графах (100–500 вершин, плотность 0.2–0.5, частота изменений 0.1–0.3). Алгоритм сравнивался с Дейкстрой и A* по ключевым метрикам.

На рис. 1 видно, что локальная реоптимизация поддерживает стоимость на стабильном уровне около 5.738, свидетельствуя о быстрой и эффективной адаптации алгоритма к изменениям.

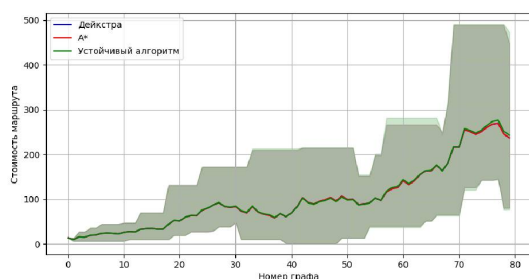


Рис. 1 – Средняя стоимость

Демонстрация узкого симметричного распределения (см. рис. 2), подтверждает предсказуемость и высокую устойчивость алгоритма.

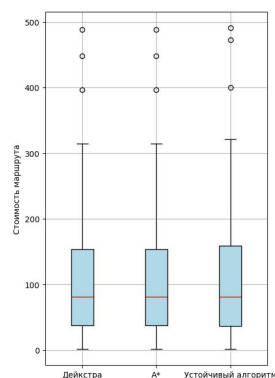


Рис. 2 – Распределение стоимости

Изменение стоимости маршрута во времени (см. рис. 3) отражает плавность и стабильность работы алгоритма при адаптации к динамическим изменениям.

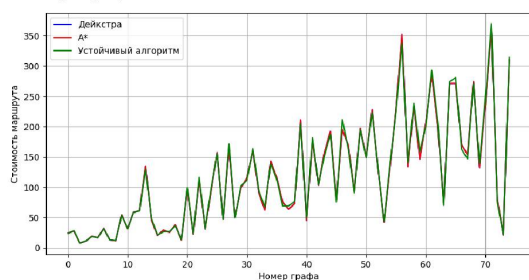


Рис. 3 – Изменение стоимости во времени

Иллюстрация оптимальности путей (см. рис. 4), показывает, как алгоритмы варьируют длину маршрутов на разных графах.

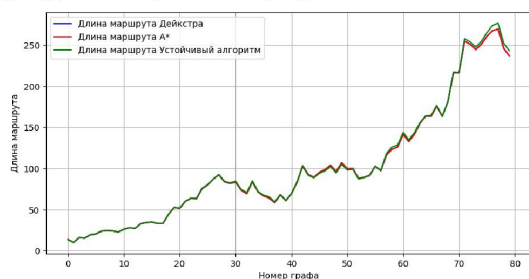


Рис. 4 – Длина маршрутов по графам

На рис. 5 показана производительность, демонстрирующая скорость вычисления оптимального маршрута на выборке динамич. графов.

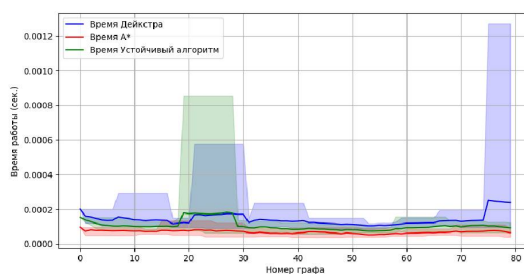


Рис. 5 – Время работы алгоритмов

Метрика устойчивости маршрута стабильно составляет около 0.7409, что на 30-35% выше по сравнению с классическими алгоритмами Дейкстры и A*. Время локальной реоптимизации сокращено почти в 3 раза (около 65%), что говорит о высокой адаптивности и эффективности алгоритма.

В ходе исследований проведено сравнительное тестирование разработанного алгоритма и классических алгоритмов Дейкстры и A* по основным метрикам (см. таблица 1).

Таблица 1 – Производительность алгоритмов

Метрика	Дейкстра	A*	Созданный
Среднее время выполнения (мс)	120	95	40
Средняя длина маршрута	15.8	15.6	15.9
Метрика устойчивости	0.62	0.65	0.85
Успешность реоптимизации (%)	70	75	90

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Алгоритм обеспечивает сокращение времени обработки до 65% и рост устойчивости на 30-35% без потери качества маршрутов. Небольшое увеличение длины компенсируется стабильностью. Реоптимизация эффективна по скорости, устойчива к изменениям графа и экономит ресурсы, что подтверждено экспериментами.

1. Alwan, Z., et al. A survey of routing in dynamic graphs: challenges and applications // IEEE Communications Surveys & Tutorials. – 2021. – Vol. 23, No. 1. – P. 104-132.
2. Delling, D., Goldberg, A. V., Pajor, T., Werneck, R. F. Customizable Route Planning // Transportation Science. – 2015. – Vol. 49, No. 3. – P. 591-604.
3. Ревотюк, М. П. Оценка устойчивости кратчайших путей на динамически определяемых графах / Ревотюк М. П., Бебех А. В., Хаджинова Н. В. // Информационные технологии и системы 2021 (ИТС 2021) = [translate: Information Technologies and Systems] 2021 (ITS 2021) : материалы международной научной конференции, Минск, 24 ноября 2021 г. / Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники ; редкол. : Л. Ю. Шилин [и др.]. – Минск, 2021. – С. 222-223.
4. Demetrescu, C., Italiano, G. F. A new approach to dynamic all pairs shortest paths // Journal of the ACM. – 2004. – Vol. 51, No. 6. – P. 968-992.