ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ АППРОКСИМАЦИИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ СВЧ ХАРАКТЕРИСТИК РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ

Швец В.С., учреждение образования «Военная академия Республики Беларусь»;
Исаев В.О., канд. техн. наук, оперативно-аналитический центр при Президенте Республики Беларусь;
Бойкачев П.В., доктор техн. наук, доцент, учреждение образования «Военная академия Республики Беларусь»

Аннотация. В работе рассматривается применение численно-аналитических методов аппроксимации при изучении частотных характеристик СВЧ устройств, используемых в радиоэлектронной технике. Предложен подход к построению математических моделей элементов матрицы рассеяния на основе дробно-рациональных функций, позволяющий перейти от дискретных табличных данных к непрерывным аналитическим моделям. Данный метод может быть использован в учебном процессе при подготовке специалистов в области радиолокации, радионавигации и систем связи военного назначения.

Современное состояние радиоэлектронных устройств (РЭУ) характеризуется широким внедрением систем сантиметрового и миллиметрового диапазонов волн. Это относится к бортовым радиолокационным станциям (РЛС), системам государственного опознавания, радиолиниям передачи данных, станциям активных помех и другим специальным системам.

При проектировании СВЧ РЭУ (СВЧ транзисторные усилители, преобразователи и умножители частоты, активные фильтры, антенные устройства и др.) важное значение имеет решение задач широкополосного согласования. При задании параметров рассеивания согласуемых СВЧ устройств в виде численных дискретных зависимостей модуля и аргумента от частоты задача согласования может быть решена исключительно численными методами.

По-иному обстоит дело, когда согласующая цепь находится аналитическими методами. Здесь успех в решении задач согласования напрямую связан с определением адекватных математических моделей (дробно–рациональных функций) согласуемых нагрузок. Таким образом, актуальным является вопрос о нахождении математических моделей СВЧ РЭУ, представленных в численном виде на дискретном ряде частот, которые бы описывали параметры этих устройств с требуемой точностью. Это позволит применять современные аналитические методики широкополосного согласования и послужит толчком для их дальнейшего развития.

Матрица рассеивания четырехполюсников

Для пассивного линейного четырехполюсника (ЧП), включенного в СВЧ тракт с волновым сопротивлением Z_0, можно записать уравнения, определяющие линейную связь между падающими и отраженными волнами на входе и выходе ЧП, в виде:

$$\begin{aligned} U_{\text{отр}1} &= S_{11}U_{\text{пад}1} + S_{12}U_{\text{отр}1}; \\ U_{\text{пад}2} &= S_{21}U_{\text{пад}1} + S_{22}U_{\text{отр}2}. \end{aligned} \tag{1}$$

Матрицу [*S*] называют матрицей рассеяния. Для ЧП эта матрица имеет размер 2×2. Она устанавливает связь между комплексными нормированными амплитудами отраженных и падающих волн в плечах ЧП. В матричной записи уравнения (1) приобретают вид:

$$\begin{bmatrix} U_{\text{отр}1} \\ U_{\text{отр}2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_{\text{пад}1} \\ U_{\text{пад}2} \end{bmatrix}. \tag{2}$$

Элементы волновой матрицы рассеяния имеют ясный физический смысл и могут быть измерены сравнительно простым способом, в частности с помощью измерительной линии.

При работе СВЧ – четырехполюсника на согласованную нагрузку отраженная волна, на его выходе, отсутствует, а из соотношения (2) следует:

$$S_{11} = \frac{U_{\text{отр}1}}{U_{\text{пад}1}}; \; S_{21} = \frac{U_{\text{пад}2}}{U_{\text{пад}1}};$$

где S_{11} – комплексный коэффициент отражения от входа исследуемого ЧП, а S_{21} – комплексный коэффициент передачи ЧП. В общем случае он учитывает как активные потери в четырехполюснике, так и потери на отражение.

Элементы S_{22} и S_{12} имеют аналогичный смысл, но соответствуют обратному включению ЧП (при этом выход ЧП соединяют с генератором, а на вход его включают согласованную нагрузку).

Значения матрицы рассеяния описывают свойства ЧП лишь на заданной частоте. Для представления ЧП в полосе частот элементы матриц рассеяния преобразуются в рациональную функцию вида:

$$f(s) = \frac{a_0 + a_1 s + a_2 (s)^2 + \ldots + a_n (s)^n}{b_0 + b_1 s + b_2 (s)^2 + \ldots + b_m (s)^m} \tag{4}$$

Алгоритм аппроксимации частотных характеристик СВЧ транзисторов, представленных в численном виде, на дискретном ряде частот

Взяв за основу дробно–рациональную функцию (4) с неизвестными коэффициентами при переменной *s* можно максимально точно аппроксимировать заданные в табличном виде модуль и фазу коэффициента отражения S_{11} СВЧ устройства.

Так как рассматриваемые модуль и фаза коэффициента отражения S_{11} являются комплексными, то для поиска функции, максимально точно описывающей транзистор с заданными параметрами, необходимо воспользоваться некоторыми свойствами комплексных чисел.

Как известно, модуль комплексного числа S_{11} можно представить в виде

$$S_{11} = |S_{11}| = \sqrt{A^2 + B^2}, \qquad (5)$$

где *A* – действительная часть S_{11}, а *B* – мнимая часть. Тогда фаза коэффициента отражения S_{11} равна

$$\varphi = \operatorname{arctan}\frac{A}{B}. \qquad (6)$$

Представим функцию (4) через четные и нечетные части ее числителя и знаменателя [1]:

$$f(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{(m_1 + n_1)}{(m_2 + n_2)}.$$

Умножим *P*(*s*) и *Q*(*s*) на $(m_2 + n_2) = Q(-s)$:

$$f(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{(m_1 + n_1)}{(m_2 + n_2)}\frac{m_2 - n_2}{m_2 - n_2} = \frac{(m_1 m_2 - n_1 n_2) + (n_1 m_2 - m_1 n_2)}{m_2^2 - n_2^2},$$

где

$m_1 = a_0 + a_2 s^2 + ... + a_{2n} s^{2n}$ - четная часть числителя функции $f(s)$;

$m_2 = b_0 + b_2 s^2 + ... + b_{2m} s^{2m}$ - четная часть знаменателя функции $f(s)$;

$n_1 = a_1 s + ... + a_{(2n+1)} s^{(2n+1)}$ - нечетная часть числителя функции $f(s)$;

$n_2 = b_1 s + ... + b_{(2m+1)} s^{(2m+1)}$ - нечетная часть знаменателя функции $f(s)$.

С помощью математического преобразования, выражение (4) можно представить в виде четной $Ev\ f(s)$ и нечетной $Od\ f(s)$ части от $f(s)$:

$$Ev\ f(s) = \frac{m_1 m_2 - n_1 n_2}{m_2^2 - n_2^2}; \qquad Od\ f(s) = \frac{n_1 m_2 - m_1 n_2}{m_2^2 - n_2^2};$$

При *s* = $i\omega$ имеем:

$$Ev\ f(s)\big|_{s=i\omega} = \operatorname{Re} f(i\omega); \qquad Od\ f(s)\big|_{s=i\omega} = i \operatorname{Im} f(i\omega).$$

Полученные выражения $\operatorname{Re} f(i\omega)$ и $\operatorname{Im} f(i\omega)$ предлагается использовать в качестве аппроксимирующих функций $\operatorname{Re} F(s)$ и $\operatorname{Im} F(s)$ передаточных и входных характеристик радиотехнических устройств.

Используя численный метод решения задачи приближения и, наложив на выражение (3) ограничения условий физической реализуемости и положительной вещественной функции, изложенные выше, получаем системы неравенств:

$$\begin{cases} |\operatorname{Re} F(\omega_{\min}) - \operatorname{Re} f(\omega_{\min})| \le \delta; \\ |\operatorname{Re} F(\omega_1) - \operatorname{Re} f(\omega_1)| \le \delta; \\ .... \\ |\operatorname{Re} F(\omega_{\max}) - \operatorname{Re} f(\omega_{\max})| \le \delta. \end{cases} \qquad (5)$$

$$\begin{cases} |\operatorname{Im} F(\omega_{\min}) - \operatorname{Im} f(\omega_{\min})| \le \delta; \\ |\operatorname{Im} F(\omega_1) - \operatorname{Im} f(\omega_1)| \le \delta; \\ .... \\ |\operatorname{Im} F(\omega_{\max}) - \operatorname{Im} f(\omega_{\max})| \le \delta. \end{cases} \qquad 6)$$

Где в качестве целевой функции выбран параметр δ, который минимизируется путем подбора коэффициентов a_0, a_1, a_2,… a_n и b_0, b_1, b_2,… b_m.

Список использованных источников:

1. *Карни, Ш., Теория цепей. Анализ и синтез. – М. «Связь», 1973. – 269с.*
2. *Белецкий, А.Ф. Теория линейных электрических цепей / А.Ф. Белецкий. – М.: Радио и связь, 1986. – 544.*