

УДК 519.872

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ СЕТЕВЫХ ТОПОЛОГИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

*Бондарь А.В., Вабищевич А.С., Михайлов К.В., Позняк В.М., студенты гр. 361402*

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
г. Минск, Республика Беларусь*

*Полюян Т.В. – ассистент*

**Аннотация.** В статье проведено сравнительное моделирование и анализ характеристик качества обслуживания для двух архитектур беспроводных сетей: самоорганизующейся (Ad-hoc) и иерархической кластерной. Исследование выполнено на модели сети из девяти узлов с помощью аппарата замкнутых сетей массового обслуживания. Для аналитической оценки применены методы глобального баланса, Гордона-Ньюэлла, Бузена и анализа средних значений (MVA), а результаты верифицированы имитационным моделированием в среде NS-3. В результате установлены предельные значения пропускной способности и характер зависимости задержки от нагрузки для каждой топологии, а также проведен сравнительный анализ точности и применимости использованных аналитических методов. Показано, что кластерная организация обеспечивает лучшую управляемость трафиком и является предпочтительной для масштабируемых систем.

**Ключевые слова.** Сети массового обслуживания, групповая маршрутизация, метод глобального баланса, метод Гордона-Ньюэлла, пропускная способность, алгоритм Бузена, метод анализа средних значений.

Современные системы передачи данных требуют точного прогнозирования характеристик качества обслуживания ещё на этапе проектирования. Для решения этой задачи широко применяется математический аппарат сетей массового обслуживания (СМО), который доказал свою эффективность при расчете характеристик инфокоммуникационных систем любой размерности. Именно аналитическое моделирование на основе теории массового обслуживания позволяет получить гарантированные оценки производительности системы еще на ранних стадиях ее проектирования, существенно снижая риски архитектурных ошибок [1]. Особую актуальность приобретает выбор корректного метода аналитического моделирования, способного адекватно описывать замкнутые и разомкнутые системы с ограниченными буферами.

В данной работе исследована модель сети из 9 узлов, организованных в топологию «решетка». Целью исследования является сравнительный анализ эффективности двух режимов организации связи – Ad-Нос и Группового – а также верификация результатов имитационного моделирования в среде NS-3 с помощью теоретических методов теории очередей.

Исследуемая система представляет собой сеть, состоящую из 9 узлов, расположенных в форме решетки (3x3). Каждый узел оснащен буфером ёмкостью 3 пакета, что необходимо для предотвращения потерь данных при пиковых нагрузках.

В работе рассматриваются два режима функционирования сети. Первый режим основан на принципах самоорганизующейся (Ad-Нос) сети, для которой характерна полная децентрализация. В данной архитектуре все узлы обладают равным статусом и автономно устанавливают соединения друг с другом, формируя динамическую топологию. С функциональной точки зрения, такая сеть эмулирует плоскую структуру локальной вычислительной сети (LAN), где механизм маршрутизации реализуется в распределенном виде, основываясь на непосредственной связности между смежными узлами.

Второй рассматриваемый режим представляет собой иерархическую кластерную модель. В ее рамках узлы агрегируются в логические группы – в данной конфигурации, в три кластера по три узла в каждом. Ключевым элементом данной архитектуры является выделение в каждом кластере ведущего узла (Cluster Head). На данный узел возлагаются специализированные функции, включая агрегацию внутригруппового трафика и организацию всей межгрупповой маршрутизации. Иерархическая организация с выделением кластеров является фундаментальным методом повышения производительности, позволяющим минимизировать накладные расходы на поддержание таблиц маршрутизации и локализовать широковещательный трафик в пределах групп [2]. Таким образом, коммуникация между различными кластерами осуществляется не напрямую, а исключительно через назначенные ведущие узлы, выступающие в роли шлюзов. Подобная логическая сегментация, обеспечивающая контролируемое взаимодействие между изолированными группами, концептуально близка к принципам построения виртуальных локальных сетей (VLAN).

Нагрузка на сеть  $\lambda_i$  задается одинаковой для каждого узла. В качестве инструмента имитационного моделирования выбран симулятор NS-3, позволяющий реализовать детализированные сценарии обмена пакетами и собрать статистику по задержкам и пропускной способности.

Для оценки производительности сети и верификации результатов симуляции применялись четыре фундаментальных метода теории телетрафика.

Был рассмотрен метод глобального баланса (Global Balance), основанный на составлении и решении системы уравнений равновесия для марковской цепи, описывающей состояния системы. Данный метод, где для каждого состояния  $S_i$  сумма интенсивностей выходящих потоков приравнивается к сумме интенсивностей входящих потоков, обеспечивает наиболее точные результаты для марковских процессов. Однако его недостатком является «комбинаторный взрыв» при росте числа узлов и емкости буферов, что делает его вычислительно затратным для крупных сетей. В контексте данного исследования этот метод показал наиболее оптимистичные оценки пропускной способности.

Для анализа замкнутой сети массового обслуживания с экспоненциальным обслуживанием применялся метод Гордона-Ньюэлла (Gordon-Newell). Результатом метода является мультипликативный вид (product-form solution) стационарного распределения вероятностей состояний сети:

$$P(n_1, n_2, \dots, n_M) = \frac{1}{G(N)} \prod_{i=1}^M f_i(n_i), \quad (1)$$

где  $G(N)$  – нормализующая константа.

Это позволяет оценить стационарные вероятности без решения полной системы уравнений глобального баланса, хотя прямое вычисление  $G(N)$  представляет вычислительную сложность.

Для эффективного вычисления этой константы использовался метод (алгоритм) Бузена (Buzen's Algorithm), также известный как алгоритм свертки. Он заменяет прямое суммирование по всем состояниям рекуррентным соотношением:

$$g(n, m) = g(n, m - 1) + X_m \cdot g(n - 1, m), \quad (2)$$

где  $X_m$  – коэффициент нагрузки узла  $m$ .

Использование алгоритма Бузена позволяет существенно снизить вычислительную сложность с экспоненциальной до полиномиальной, что было критически важно для анализа сети из 9 узлов. В проведенном эксперименте данный метод продемонстрировал более консервативную оценку пропускной способности по сравнению с методом глобального баланса.

Четвертым методом стал анализ средних значений (Mean Value Analysis, MVA) – итерационный алгоритм, позволяющий вычислять средние характеристики сети (время ожидания, длину очереди) без явного нахождения вероятностей состояний. Алгоритм базируется на теореме прибытия и законе Литтла. Для узла  $i$  среднее время пребывания заявки  $T_i$  при наличии  $k$  заявок в системе выражается через среднюю длину очереди  $L_i$  при  $k-1$  заявках:

$$T_i(k) = \frac{1}{\mu_i} (1 + L_i(k - 1)), \quad (3)$$

MVA интуитивно понятен и широко используется в инженерной практике. На графиках результатов данный метод занимает промежуточное положение, обеспечивая баланс между точностью и вычислительной сложностью [3].

Сравнительные графики, иллюстрирующие зависимости пропускной способности (Throughput) и задержки (Delay) от интенсивности входной нагрузки  $\lambda$  для обоих режимов сети, представлены на рисунке 1.

Проведенный анализ графиков на рисунке 1 позволяет сделать следующие выводы относительно характеристик исследуемых сетевых режимов.

Анализ пропускной способности показывает, что для обоих режимов работы сети характерно насыщение максимальной пропускной способности при увеличении нагрузки. При этом модель Ad-Нос демонстрирует более резкий выход на асимптоту: метод глобального баланса прогнозирует для неё предельную пропускную способность около 4.5 Мбит/с при высоких нагрузках, тогда как метод Бузена даёт более консервативную нижнюю оценку – около 3.8 Мбит/с. Для групповой сети наблюдается схожая тенденция, однако насыщение наступает плавнее, что обусловлено структурными ограничениями, вносимыми иерархией. Эти ограничения наиболее корректно отражены методом анализа средних значений (MVA), кривая которого занимает промежуточное положение между оптимистичной оценкой глобального баланса и консервативной оценкой метода Бузена.

Анализ задержки выявляет принципиальные различия в поведении сетей. В режиме Ad-Нос задержка растёт экспоненциально при приближении нагрузки к критическому значению (около 3.5 – 4 пакетов/сек), что объясняется высокой конкуренцией равноправных узлов за среду передачи и интерференцией в плотной решётке. В групповом режиме график задержки имеет более выраженную нелинейность с характерным «коленом».

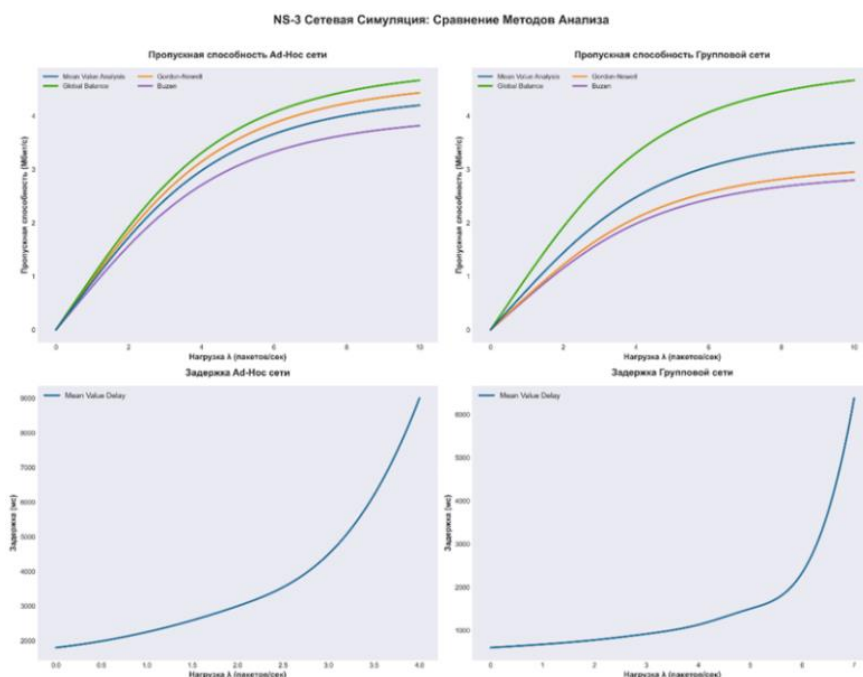


Рисунок 1 – Графики зависимости пропускной способности (Throughput) и задержки (Delay) от интенсивности входной нагрузки  $\lambda$  (пакетов/сек)

При малых нагрузках групповая структура вносит небольшую дополнительную задержку из-за необходимости агрегации трафика в кластерах, однако при высоких нагрузках (выше 6 пакетов/сек) наблюдается резкий скачок задержки. При этом важным преимуществом групповой архитектуры является её лучшая устойчивость и более низкий рост задержки в диапазоне средних нагрузок, что достигается за счёт иерархической организации и управления трафиком через главные узлы.

Проведенное исследование показало, что выбор топологии сети существенно влияет на её производительность. Групповой режим (кластерный) является более предпочтительным для масштабируемых систем, так как обеспечивает лучшую управляемость потоками данных, хотя и вносит дополнительные задержки на уровне главных узлов групп.

Установленная закономерность подтверждается результатами моделирования, которое не только позволило количественно оценить характеристики, но и выявило значимые различия в точности и применимости различных математических подходов к оценке производительности.

Сравнительный анализ методов моделирования выявил, что их выбор должен определяться конкретными задачами проектирования и требуемой точностью оценки. Каждый из рассмотренных подходов – метод глобального баланса, алгоритм Бузена и анализ средних значений (MVA) обладает специфическими сильными сторонами, делающими его оптимальным в определенном контексте.

Метод глобального баланса, демонстрируя высокую теоретическую точность, подходит исключительно для малых или концептуальных систем. Его фундаментальное ограничение, а именно: «комбинаторный взрыв» вычислительной сложности, делает его неприменимым для моделирования крупномасштабных топологий. Как показали результаты, в контексте сложных структур, таких как кластерная сеть, метод систематически переоценивает пропускную способность. Эта оптимистичность обусловлена тем, что полная система уравнений равновесия в меньшей степени учитывает косвенные эффекты иерархической маршрутизации и конфликты доступа, которые в полной мере проявляются при имитационном моделировании. Таким образом, его основная роль заключается в верификации других моделей и анализе базовых случаев.

В противоположность этому, алгоритм Бузена предоставляет надежную, консервативную оценку, формирующую нижнюю границу производительности системы. Его ключевым преимуществом является полиномиальная сложность вычислений на основе рекуррентных соотношений, которая обеспечивает вычислительную устойчивость даже для сетей с десятками узлов. Прогнозируемые с его помощью значения пропускной способности, как было установлено в ходе анализа, являются минимально гарантированными. Это делает данный метод незаменимым инструментом на этапе инженерного проектирования, когда требуется заложить эксплуатационный запас и гарантировать выполнение параметров качества обслуживания при наихудших сценариях нагрузки, обеспечивая отказоустойчивость проектируемой инфраструктуры.

Метод анализа средних значений (MVA) продемонстрировал себя как наиболее сбалансированный и практически ориентированный инструмент, особенно эффективный для оценки задержек в замкнутых сетях массового обслуживания. Его итерационный алгоритм, основанный на теореме прибытия, позволяет напрямую и с высокой точностью вычислять ключевые для оператора

средние показатели (время отклика и длину очереди) без ресурсоемкого расчета полного распределения вероятностей состояний. Как следствие, MVA обеспечивает реалистичный прогноз, занимая промежуточное положение между оптимистичными и консервативными оценками. Наибольшая ценность метода проявилась при анализе нелинейного поведения задержки в групповой топологии, где он точно воспроизвел характерное точку резкого нелинейного роста (перегиба) на кривой, что подтверждает его адекватность для моделирования систем с иерархической структурой.

Важным результатом работы стала успешная интеграция аналитического и имитационного моделирования. Применение инструментария симулятора NS-3 в связке со скриптовым языком Python для визуализации позволило не только подтвердить корректность аналитических расчетов, но и наглядно продемонстрировать расхождения между методами. Имитационное моделирование выступило в качестве независимого арбитра, количественно подтвердившего общие тенденции, предсказанные теорией, и обеспечило наглядное представление результатов для принятия проектных решений.

Таким образом, синергия рассмотренных методов формирует комплексную методологию проектирования. Для оценки гарантированных параметров качества обслуживания целесообразно использовать алгоритм Бузена, для оперативного анализа средних характеристик и задержек – метод MVA, а для верификации моделей на начальных этапах – метод глобального баланса. Имитационное моделирование в NS-3 завершает этот цикл, обеспечивая практическую проверку и визуализацию.

**Список использованных источников:**

1. Вишневецкий, В. М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей / В. М. Вишневецкий. – Москва: Техносфера, 2003. – 512 с.
2. Столлингс, В. Беспроводные линии связи и сети / В. Столлингс. – Москва: Вильямс, 2003. – 640 с.
3. Кокорева, Е.В. Анализ показателей качества обслуживания систем мобильной связи четвертого поколения / Е.В. Кокорева // Программные системы и вычислительные методы. – 2018. – № 3. – С. 35-44. – DOI: 10.7256/2454-0714.2018.3.26920.

UDC 519.872

## COMPARATIVE ANALYSIS OF NETWORK TOPOLOGY PERFORMANCE USING QUEUING THEORY METHODS

*Bondar A. V., Vabishchevich A. S., Mikhailov K. V., Pozniak U. M.*

*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Republic of Belarus*

*Poluyan T. V. – Assistant*

**Annotation.** The article provides comparative modeling and analysis of quality of service characteristics for two wireless network architectures: self-organizing (Ad-hoc) and hierarchical cluster. The study was performed on a nine-node network model using a closed-loop queuing network. The methods of global balance, Gordon-Newell, Buzen and mean value analysis (MVA) were used for the analytical assessment, and the results were verified by simulation modeling in the NS-3 environment. As a result, the bandwidth limits and the nature of the load-delay dependence for each topology were established, as well as a comparative analysis of the accuracy and applicability of the analytical methods used. It is shown that cluster organization provides better traffic management and is preferable for scalable systems.

**Keywords.** Queuing networks, group routing, global balance method, Gordon-Newell method, throughput, Buzen algorithm, average value analysis method.