

УДК 519.246.87:336.74-028.27

## ПРИМЕНЕНИЕ РЯДОВ ФУРЬЕ И СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА К ВЫЯВЛЕНИЮ ЦИКЛИЧЕСКИХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ НА КРИПТОВАЛЮТНОМ РЫНКЕ

Плехов М.К., Чумак А.П., студенты

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники<sup>1</sup>  
г. Минск, Республика Беларусь

Лобанок Л.В. – старший преподаватель

**Аннотация.** В работе показывается применение рядов Фурье для выявления и проверки закономерностей в ценовой динамике криптовалют на примере самой популярной из них – биткоина. Проведён спектральный анализ на разных временных промежутках с целью выявления циклических закономерностей различной периодичности. Установлено, что большинство обсуждаемых в трейдерском сообществе циклов статистически не подтверждаются, однако суточный цикл, связанный со сменой торговых сессий мировых финансовых центров, обнаруживается надёжно. Также выявлена тенденция снижения ценовых неэффективностей и приближения динамики цен криптовалют к модели случайного блуждания.

**Ключевые слова.** Ряды Фурье, спектральный анализ, оконная функция Ханна, FFT, DFT, криптовалюты, биткоин, Python, циклические закономерности, преобразование Фурье, спектр мощности, волатильность, торговые сессии.

**Введение.** Криптовалютный рынок за последнее десятилетие превратился из маргинального явления в значимый сегмент мировой финансовой системы. Капитализация рынка криптовалют превышает 2 триллиона долларов, а дневной объём торгов сопоставим с крупнейшими фондовыми биржами.[16] Среди участников рынка широко распространено мнение о существовании различных циклических закономерностей. Однако объективная математическая проверка этих гипотез проводилась редко, ведь для этого нужен инструмент, который не зависит от субъективного восприятия человеком графиков цен, так как наш мозг эволюционно настроен искать паттерны (повторяющиеся элементы) везде, даже там, где их нет. Таким инструментом является спектральный анализ на основе рядов Фурье. Этот метод позволяет разложить любой сложный сигнал на простые волны и точно определить, какие ритмы в нём присутствуют, а какие — нет. Если анализ покажет, что на той или иной криптовалюте может присутствовать цикл определённой длины, то при повторе волны трейдер сможет заработать на движении цены.

Чтобы нагляднее показать, как на практике используются ряды Фурье, представим, что мы слушаем музыку. Из колонки идёт звук – он может одновременно включать в себя голос певца, гитару, барабаны и бас. Всё смешано в одну волну. Но звуковой эквалайзер в плеере разделяет этот звук на полосы: низкие частоты (бас), средние (голос), высокие (тарелки). Мы видим, сколько баса, сколько голоса, сколько высоких частот присутствует в каждый момент. Преобразование Фурье – это тот самый эквалайзер, только для любого сигнала. Оно берёт сложную кривую и раскладывает её на простые волны (синусоиды) разной частоты.

Теперь вместо музыки подставим график цены криптовалюты, например, биткоина. График цены – тоже сложная кривая. На рисунке 1 представлено изменение курса биткоина и его анализ с помощью рядов Фурье.



Рисунок 1 – Индикатор преобразования Фурье на платформе для анализа финансовых рынков TradingView

Целью нашей работы является применение спектрального анализа на основе рядов Фурье к реальным данным криптовалютного рынка для проверки гипотез о существовании циклов различной периодичности на примере самой популярной криптовалюты – биткоина.

**Теоретические сведения.** Спектральный анализ — это совокупность методов обработки данных, позволяющая показать частотный состав измеряемого сигнала. Суть этой методики заключается в смене точки зрения: мы перестаём рассматривать данные во временной области (как сигнал меняется каждый день или год) и переходим в частотную область (из каких повторяющихся ритмов состоит этот сигнал всей области).

На стыке физики и экономики возникло направление эконофизика, которое предполагает, что финансовые рынки, подобно физическим волнам и процессам, могут иметь скрытую периодичность. Применяя этот метод к графикам цен, мы пытаемся отфильтровать все случайные скачки и найти настоящие, скрытые ритмы рынка.[17]

Всё началось не с графиков и даже не с музыки. Жан-Батист Жозеф Фурье в начале XIX века (1822 год) выдвинул революционную для того времени идею: любую сложную функцию, даже с резкими углами, можно представить как сумму бесконечного количества плавных синусоид.[12]

Более полное математическое обоснование этой теории появилось только спустя десятилетия после смерти Фурье. Петер Густав Лежён Дирихле первым сформулировал чёткие условия (условия Дирихле), при которых функция раскладывается в ряд Фурье: функция должна быть периодической, иметь конечное количество точек экстремума и конечное количество точек разрыва первого рода на периоде. А в общем виде формула выглядит так:[11]

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cdot \cos(n\omega x) + b_n \cdot \sin(n\omega x)), \quad (1)$$

где  $f(x)$  – Это исходный сложный сигнал, функция, или, в нашем случае, график цены актива за какой-то промежуток времени;  $\frac{a_0}{2}$  – Среднее значение функции. Или, другими словами, та цена актива, вокруг которого происходят колебания. Если бы рынок был статическим, то в формуле разложения, осталась бы только эта переменная;  $\sum_{n=1}^{\infty}$  (Сумма) – Знак того, что мы складываем бесконечное количество простых волн (синусов и косинусов) чтобы в конечном итоге получить одну сложную;  $\cos(n\omega x)$  и  $\sin(n\omega x)$  (Гармоники): Это сами волны. Каждая со своей частотой. Синус и косинус берутся вместе, так как они являются чётной и нечётной функцией, со сдвигом в  $\pi$ , что даёт возможность улавливать все пики и минимумы, двигая синусоиды влево и вправо (изменять фазу);  $a_n$  и  $b_n$  (Амплитуды): Это веса, они показывают, насколько сильно конкретная частота влияет на общий график (исходную волну). Если коэффициент большой – эта волна играет важную роль. Если наоборот, то закономерность отсутствует.

Данные коэффициенты рассчитываются по следующим формулам:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(x) \cdot \cos(n\omega x) dx, \quad b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(x) \cdot \sin(n\omega x) dx, \quad (2)$$

Они вычисляются путём сравнения исходного сигнала с эталонными волнами соответствующих частот. Если сигнал «резонирует» с эталоном определённой частоты, соответствующий коэффициент оказывается большим. Если резонанса нет — коэффициент близок к нулю.

Для анализа того, какие частоты доминируют в сигнале, строится спектр мощности:

$$P(x) = a_n^2 + b_n^2, \quad (3)$$

Спектр мощности представляет собой график, где по горизонтальной оси отложен период (или частота), а по вертикальной – сила соответствующей циклической компоненты. Наличие выраженного пика на определённом периоде будет свидетельствовать о присутствии цикла с данной периодичностью. Пример графика спектра мощности приведён на рисунке 2.

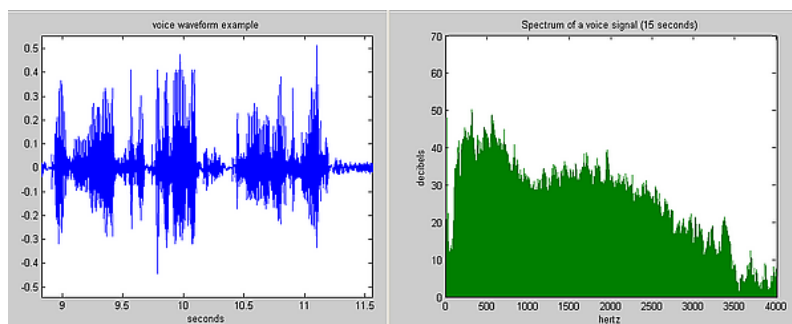


Рисунок 2 – Пример спектральной плотности мощности

Если вернуться к теории о циклах, то среди трейдеров и аналитиков существует несколько устойчивых убеждений о повторяющихся закономерностях на рынке криптовалют.

Самым популярным и, пожалуй, наиболее обоснованным считается четырёхлетний цикл. Он привязан к халвингу биткоина — запрограммированному уменьшению награды майнерам, которое создаёт искусственный дефицит и предотвращает инфляцию. Халвинг происходит примерно раз в 4 года, и исторически после каждого из них наблюдался заметный рост цены. На рисунке 3 представлены 3 произошедших халвинга и изменение цены во время каждого из них.



Рисунок 3 – Временные рамки каждого из халвингов биткоина

Помимо этого, многие верят в то, что рынок ведёт себя по-разному в зависимости от месяца. Отсюда родились выражения «Sell in May» (продавай в мае) и «Uptober» (октябрь роста). Также существует гипотеза о недельном цикле, согласно которой торговая активность в будни и выходные отличается. Наконец, говорят о суточном цикле — он связан с тем, что крупнейшие финансовые центры мира расположены в разных часовых поясах, и их торговые сессии открываются и закрываются в разное время.

**Практическая часть.** Эти временные циклы мы и проверим на практике. Для автоматизации процесса анализа данных использовался язык программирования Python с библиотеками Numpy и Matplotlib для работы с большим массивом данных и построения графиков. Также была проведена работа с библиотекой ufinance, которая имеет открытый код и способна получать информацию в реальном времени с сайта Yahoo Finance. С её помощью мы получили котировки биткоина (BTC/USDT) временным промежутком с 17.09.2014 до 19.03.2026 (Рисунок 4).

Date	Open	High	Low	Close O	Adj Close O	Volume
Mar 1, 2026	67,005.88	75,988.40	65,076.73	70,517.86	70,517.86	1,050,050,822,429
Feb 1, 2026	78,626.13	79,322.61	60,074.20	66,995.86	66,995.86	1,397,829,262,737
Jan 1, 2026	87,508.05	97,860.60	75,815.88	78,621.12	78,621.12	1,257,318,501,232
Dec 1, 2025	90,389.11	94,601.57	83,862.25	87,508.83	87,508.83	1,487,947,448,337
Nov 1, 2025	109,558.63	111,167.31	80,659.81	90,394.31	90,394.31	2,121,328,523,236
Oct 1, 2025	114,057.59	126,198.07	103,598.43	109,556.16	109,556.16	2,225,033,226,796
Sep 1, 2025	108,228.75	117,911.79	107,271.18	114,056.09	114,056.09	1,450,418,370,470
Aug 1, 2025	115,738.95	124,457.12	107,444.45	108,236.71	108,236.71	2,048,378,158,799
Jul 1, 2025	107,144.38	123,091.61	105,157.40	115,758.20	115,758.20	2,061,338,304,539
Jun 1, 2025	104,637.30	110,561.42	98,286.20	107,135.34	107,135.34	1,424,277,758,118
May 1, 2025	94,212.86	111,970.17	93,399.86	104,638.09	104,638.09	1,496,397,538,233
Apr 1, 2025	82,551.92	95,768.39	74,436.68	94,207.31	94,207.31	1,060,974,068,310

Рисунок 4— исторические котировки биткоина

Однако просто применять преобразование Фурье к ценам нельзя: цена биткоина за этот период изменялась в сотни раз, и колебания на 30 долларов при цене 300 и при цене 100 000 имеют совершенно разную значимость. Для корректной работы программы, абсолютные цены были переведены в дневные логарифмические доходности по формуле:

$$r_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}), \quad (4)$$

где  $P_t$  – цена закрытия в день  $t$ .

Благодаря этому из данных убирается общий рост, а колебания за разные годы становятся одного порядка (теперь мы измеряем не изменение в долларах, а изменение в процентах) (Рисунок 4).



Рисунок 4 – Дневные логарифмические доходности биткоина

Поскольку графики цен на криптовалюты никак не периодические функции, вместо классического ряда Фурье на практике использовалось дискретное преобразование Фурье (DFT), которое не требует наличия строгих периодов. Для его вычисления применялся алгоритм быстрого преобразования Фурье (FFT), это было реализовано через функцию `numpy.fft`.

Затем мы столкнулись с проблемой: FFT воспринимает переданный ему фрагмент данных как бесконечно повторяющийся. Если начало и конец графика не совпадают (обычно так и есть на реальном рынке), при их искусственной склейке появляется скачок. Такая разница в данных воспринимается алгоритмом как мощный всплеск, так и появляются «ложные циклы» (явление в спектральном анализе имеет название «спектральная утечка»), которых на самом деле не существует.

Чтобы этого избежать, перед анализом массив данных был умножен на оконную функцию Ханна:

$$w(n) = 0,5(1 - \cos(\frac{2\pi n}{N-1})), \quad (5)$$

где  $N$  — общее число дней, а  $n$  — номер текущего дня.

Она сохраняет данные в середине отрезка неизменными (умножает на 1 и близкие к единице числа), но плавно сводит к нулю значения на самых краях графика (умножает на близкие к нулю и нулевые значения). В результате начало и конец ряда идеально пересекаются на нуле, устраняя искажения.

После того как данные сглажены, они пропускаются через алгоритм Фурье. На выходе мы получаем спектр мощности — график, показывающий силу найденных циклов, где для каждой частоты вычисляется квадрат модуля соответствующего коэффициента Фурье:

$$P_k = |X_k|^2. \quad (6)$$

Именно этот график показывает, какие периодические составляющие присутствуют в сигнале и насколько они сильны. Однако возникает новая проблема: алгоритм устроен так, что он найдет пики даже в абсолютно хаотичном наборе чисел.

Чтобы отличить реальные закономерности от иллюзий, программа сгенерировала 100 суррогатных графиков (искусственных подделок) «случайного блуждания». Они имели ту же волатильность, что и биткоин, но не содержали никаких циклов. Обработав их тем же методом (окно Ханна + преобразование Фурье), мы вычислили порог статистической значимости — 95-й перцентиль (мы отсортировали по мощности все 100 результатов от самого слабого к самому сильному и взяли 95-й по счёту). Цикл считается подтвержденным, только если его пик на графике реального биткоина превышает эту планку случайного шума.

Такой подход решил проблему потери 5-20% данных на концах временного ряда, которую мы получали из-за окна Ханна. Поскольку мы сглаживали края и у реального биткоина, и у всех случайно сгенерированных графиков, то корректность итоговых данных гарантирована.

**Проверка макроциклов (дневные таймфреймы).** Описанные выше методы были применены к массиву дневных доходностей. Для наглядной демонстрации сравнения реальных данных с порогом случайного блуждания был построен график спектра мощности, представленный на рисунке 5.

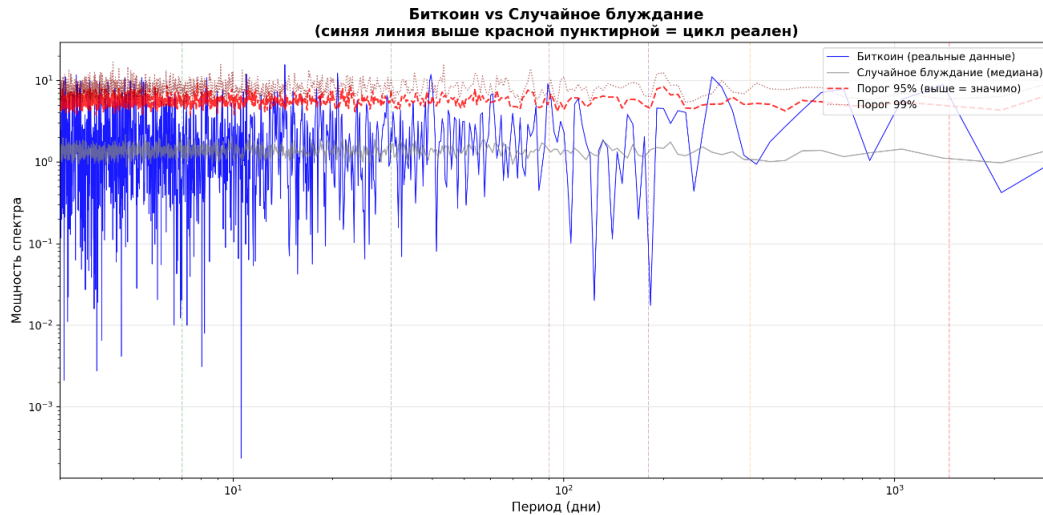


Рисунок 5 – Сравнение спектра мощности биткоина с порогом случайного блуждания

Как видно из графика, большая часть ценовых колебаний (синяя линия) находится ниже порога значимости (красная пунктирная линия). Это означает, что их мощность неотличима от обычного рыночного шума. Цикл считается реальным только если пик спектра мощности пробивает порог в 95%. Данный график подтверждает, что из всех глобальных периодов значимым является лишь один крупный всплеск в правой части графика, он соответствует 4-летнему периоду. Остальные проверяемые циклы оказались иллюзией. Сводные результаты проверки всех популярных трейдерских гипотез представлены на рисунке 6.

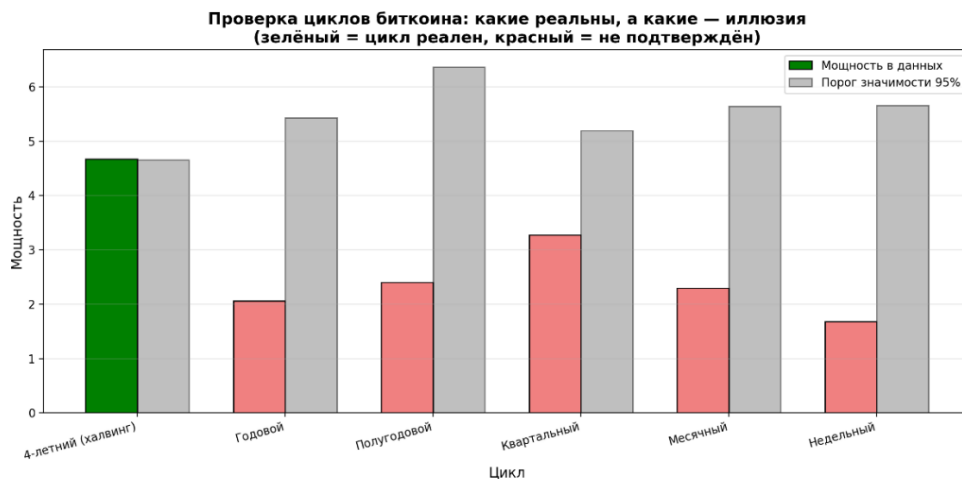


Рисунок 6 – Проверка гипотез о цикличности биткоина (спектральная мощность)

**Проверка микроциклов (часовые таймфреймы).** Для исследования суточных ритмов мы повторили спектральный анализ на массиве часовых логарифмических доходностей. Однако спектр мощности не выявил статистически значимых пиков на периодах в 24, 12 и 8 часов. Это опровергает гипотезу о том, что цена биткоина имеет направленные циклы внутри дня. Полученный график представлен на рисунке 7.

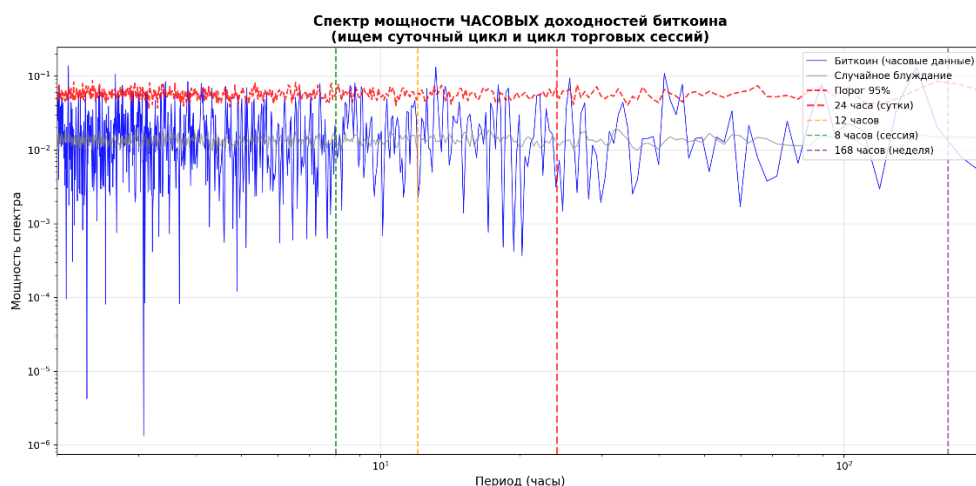


Рисунок 7 – Спектр мощности часовых доходностей биткоина

Однако это не означает, что рынок одинаково активен в течение всего дня. Криптовалютный рынок работает круглосуточно без выходных и его основные участники — крупные институциональные инвесторы, фонды и маркетмейкеры. Концентрация большого капитала в определенные рабочие часы формирует периоды сильных движений и затишья. Именно поэтому наш исследовательский фокус сместился с поиска закономерностей в направлении цены на поиск закономерностей в амплитуде ценовых колебаний. В качестве объекта была выбрана волатильность. Она показывает насколько сильно отклоняется цена, и не зависит от того идет она вверх или вниз. Для наглядного подтверждения была рассчитана средняя волатильность биткоина по часам. Конечная диаграмма представлена на рисунке 8.

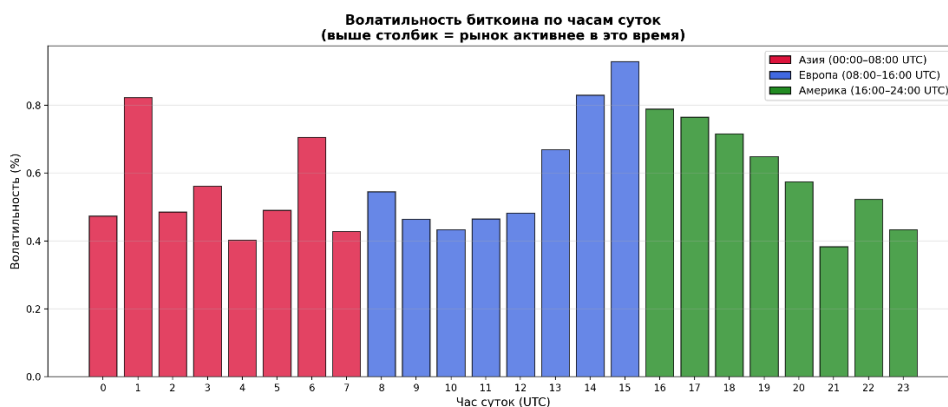


Рисунок 8 – Волатильность биткоина в зависимости от часа суток (UTC)

График демонстрирует четкую зависимость активности рынка от расписания мировых торговых сессий. Максимальная волатильность фиксируется в моменты открытия американской сессии (15:00–16:00 UTC) и старта торгов в Азии (00:00–01:00 UTC).

**Вывод.** В результате проведенного анализа было установлено, что график изменения цены биткоина не имеет ярко выраженных циклов в привычном понимании этого слова. Годовой, квартальный, месячный и недельный циклы, широко обсуждаемые в трейдерском сообществе, оказались статистически неотличимы от случайного шума. Четырёхлетний цикл халвинга приближается к порогу значимости и имеет под собой экономическое обоснование, однако четырёх наблюдений недостаточно для однозначного подтверждения. Вместе с тем анализ часовых данных выявил устойчивый суточный цикл, связанный со сменой торговых сессий мировых финансовых центров.

Ряды Фурье показали свою эффективность как инструмент поиска скрытых закономерностей, однако метод предполагает стационарность данных, ищет строго периодические компоненты и требует значительного объема исторических данных для обнаружения длинных циклов.

Рынок криптовалют постепенно приближается к модели случайного блуждания: с приходом институциональных инвесторов и появлением торговых ботов, основанных на искусственном интеллекте, неэффективности исчезают всё быстрее. Криптовалютный рынок проходит тот же

эволюционный путь, что и фондовый, но за значительно более короткий срок. Понимание случайной природы рынка может уберечь от убыточных решений не хуже, чем знание прибыльной стратегии.

Следует отметить, что анализ был проведён исключительно на примере биткоина — наиболее ликвидной и популярной криптовалюты, что само по себе влияет на характер ценовой динамики. На менее ликвидных и менее изученных рынках других криптовалют аналогичный подход может дать иные результаты и выявить циклы, которые ещё не были «выровнены» действиями участников рынка.

**Список использованных источников:**

1. *Amplitude FFT – индикатор преобразования Фурье / TradExperts [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://tradexperts.ru/indikatory-forex/amplitude-fft>*
2. *What are harmonics / eMastered [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://emastered.com/ru/blog/what-are-harmonics>*
3. *What is the Bitcoin cycle / Nexo [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://nexo.com/ru/blog/what-is-the-bitcoin-cycle>*
4. *yfinance: Download market data from Yahoo! Finance's API / Python Package Index [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://pypi.org/project/yfinance/>*
5. *Дронова, Е. Н. Особенности опции «Анализ Фурье» в таблице Excel при проведении спектрального анализа и для выявления периодических закономерностей / Е. Н. Дронова // Вестник Кемеровского государственного университета [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-optsii-analiz-furie-v-tablitse-excel-pri-provedenii-spektralnogo-analiza-i-dlya-vyyavleniya-periodicheskikh](https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-optsii-analiz-furie-v-tablitse-excel-pri-provedenii-spektralnogo-analiza-i-dlya-vyyavleniya-periodicheskikh-zakonovernostey)*
6. *Кожевников, Д. Преобразование Фурье на пальцах / Д. Кожевников [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://proglib.io/p/fourier-transform>*
7. *Математический анализ: учеб.-метод. пособие. – Минск: БГУИР, 2019. – Режим доступа: [https://www.bsuir.by/m/12\\_100229\\_1\\_141416.pdf](https://www.bsuir.by/m/12_100229_1_141416.pdf)*
8. *Почему в 95% статистической значимости нет ничего особенного / LPgenerator [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://lpgenerator.ru/blog/2018/08/21/pochemu-v-95-staticheskoy-znachimosti-net-nichego-osobennogo/>*
9. *Ряды Фурье: от теории к практике / Хабр [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://habr.com/ru/companies/raft/articles/887486/>*
10. *Синусоида: график и основные свойства / FX-Currencies [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://fx-currencies.ru/articles/sinusoida-grafik/>*
11. *Теорема Дирихле о рядах Фурье // Википедия [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Теорема\\_Дирихле\\_о\\_рядах\\_Фурье](https://ru.wikipedia.org/wiki/Теорема_Дирихле_о_рядах_Фурье)*
12. *Фурье, Жан-Батист Жозеф // Википедия [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Фурье,\\_Жан-Батист\\_Жозеф](https://ru.wikipedia.org/wiki/Фурье,_Жан-Батист_Жозеф)*
13. *Цифровая обработка изображений. Ряд Фурье и преобразование / CoderLessons [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://coderlessons.com/tutorials/akademicheskii/tsifrovaia-obrabotka-izobrazhenii/riad-furie-i-preobrazovanie>*
14. *Циклы биткоина и их влияние на рынок / Т-Банк Инвестиции [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://www.tbank.ru/invest/social/profile/Trejder\\_maminoj\\_podrugi/5113cdcf-ff86-48a1-acdb-5ccee39e200/](https://www.tbank.ru/invest/social/profile/Trejder_maminoj_podrugi/5113cdcf-ff86-48a1-acdb-5ccee39e200/)*
15. *Циклы на криптовалютном рынке / BytWork [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://bytwork.com/trade/cycles>*
16. *CoinMarketCap — Cryptocurrency Market Capitalizations [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://coinmarketcap.com/charts/>*
17. *Эконофизика // Википедия [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Эконофизика>*

UDC 519.246.87:336.74-028.27

## APPLICATION OF FOURIER SERIES AND SPECTRAL ANALYSIS TO IDENTIFICATION OF CYCLIC PATTERNS IN THE CRYPTOCURRENCY MARKET

*Plekhov M.K., Chumak A.P., students*

*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics1  
Minsk, Republic of Belarus*

*Lobonok L.V. – Senior Lecturer of the Department of Higher Mathematics*

Annotation. The paper demonstrates the application of Fourier series for identifying and verifying patterns in the price dynamics of Bitcoin. Spectral analysis was performed on different time intervals to detect cyclic patterns of various periodicities. It was established that most cycles discussed in the trading community are not statistically confirmed, however the daily cycle associated with the change of trading sessions of major financial centers is reliably detected. A tendency towards decreasing price inefficiencies and convergence of cryptocurrency price dynamics to a random walk model was also revealed.

Keywords. Fourier series, spectral analysis, Hann window function, FFT, DFT, cryptocurrencies, Bitcoin, cyclic patterns, Fourier transform, power spectrum, volatility, trading sessions.