

УДК 535.4

МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭФФЕКТА ДВОЙНОЙ СЕТКИ

Поцелуев Р.С., Елинов Е.Д., студенты

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Храмович Е.М. – канд. физ.-мат. наук, доцент

Шабусов А.К. – учитель физики ГУО «Средняя школа №1 г. п. Смиловичи»

А
н
н
о
т
а

Ключевые слова. Муаровый узор, муар-эффект, интерференция, дифракция, периодические структуры, оптическая проекция, точечный источник света, геометрическая оптика, наложение сеток, математическое моделирование.

Эффект двойной сетки — результат взаимодействия двух наложенных или последовательно расположенных периодических структур — представляет собой комплексный феномен, охватывающий спектр процессов от классической оптики до микроэлектроники [1]. Целью данной работы является комплексное исследование муар-эффекта, возникающего при прохождении излучения через идентичные сетки, построение математической модели явления и анализ его междисциплинарных приложений. К основным задачам относятся теоретическое описание зависимости параметров изображения от геометрии системы, экспериментальная верификация модели и оценка границ применимости эффекта в прецизионной метрологии и техническом дизайне.

Фундаментальной основой эффекта является возникновение комбинационных частот и пространственных модуляций (муаровых узоров) [2,3]. При наложении двух сеток, как пространственных фильтров с частотами f_1 и f_2 , формируется результирующая картина, содержащая разностную частоту, которая образует низкочастотную огибающую.

Для системы, включающей точечный источник света, две одинаковые сетки с периодом d и экран, период муаровых полос D на экране определяется геометрическими параметрами установки [4]. Схематическое представление формирования изображения приведено на рисунке 1.

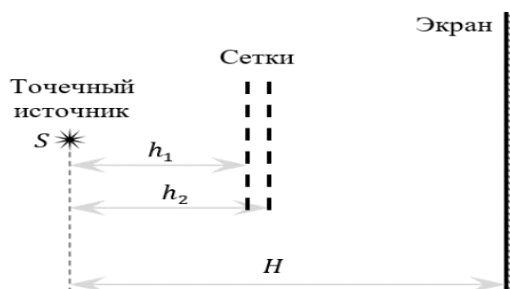


Рисунок 1 — Схема формирования изображения

Исходя из подобия треугольников, выведена ключевая зависимость [4]:

$$D = \Delta h H \cdot d, \quad (1)$$

где H — расстояние от источника до экрана; d — период сетки; Δh — расстояние между сетками.

Важной особенностью является то, что период D не зависит от абсолютного расстояния между источником и сетками, а определяется исключительно их взаимным расположением и дистанцией до детектора.

Границы применимости эффекта ограничены условиями: при $\Delta h \rightarrow 0$ эффект исчезает, а при $\Delta h \rightarrow H$ период изображения стремится к периоду самой сетки.

Оценка освещенности и контрастности: при совпадении прозрачных участков сеток наблюдается максимум интенсивности. Средняя освещенность E_{max} и E_{min} может быть оценена через отношение ширины прозрачной части к периоду:

$$E_{max} \approx dd - b, \quad (2)$$

$$E_{min} \approx dd - 2b, \quad (3)$$

где b — ширина перемычки сетки.

Контрастность картины γ при $b \ll d$ определяется как:

$$\gamma = E_{max} + E_{min}E_{max} - E_{min} \approx 2db \quad (4)$$

Ширина светлой полосы δx пропорциональна периоду полос D и отношению толщины проволоки к периоду решетке:

$$\delta x \approx d2dD \quad (5)$$

Для верификации теоретических положений была разработана компьютерная модель в среде Microsoft Excel. Основная идея заключается в перемножении функций пропускания каждой решетки $\tau_1(x)$ и $\tau_2(x)$ с последующим усреднением интенсивности на интервале, превышающем период решетки:

$$I = I_0 \langle \tau_1(x) \cdot \tau_2(x) \rangle \quad (6)$$

Функция пропускания аппроксимировалась зависимостью:

$$f_1(x) = 21(1 + \cos(d2\pi x + a)) \quad (7)$$

Графики моделирования интенсивности приведены на рисунке 2.

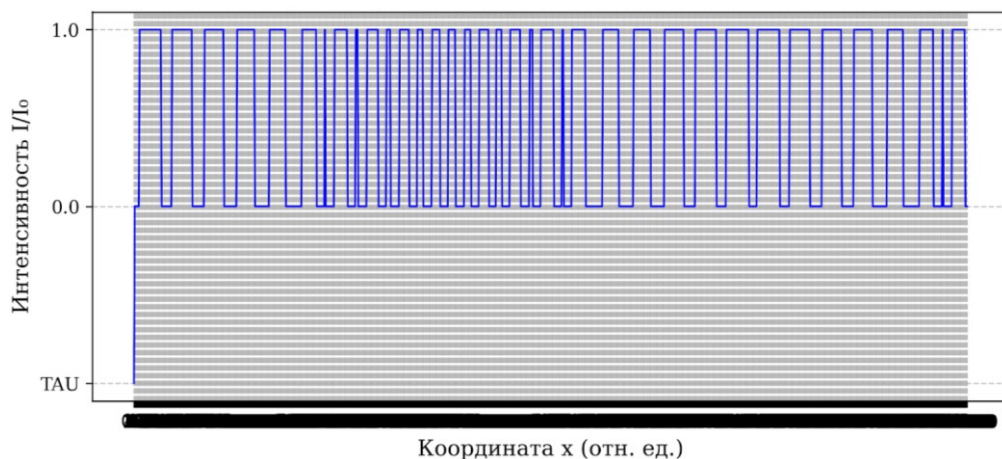


Рисунок 2 — Графики моделирования интенсивности

Экспериментальное воспроизведение проводилось с использованием сеток диаметром 10 см ($d = 1.0$ мм, $b = 0.2$ мм) [4]. Было установлено, что для получения четкого изображения толщина перемычек должна быть менее половины периода сетки. Усовершенствованная установка включала зеркало, что позволило наблюдать эффект с использованием всего одной сетки за счет принципа обратимости световых лучей.

В ходе экспериментов исследовались зависимости периода изображения D от расстояния до экрана H и зазора между сетками.

1. Зависимость $D(H)$: При фиксированном $\Delta h = 1.8$ см увеличение расстояния до экрана ведет к линейному росту периода ячеек муара. Методом наименьших квадратов определен угловой коэффициент $a = 0.0548 \pm 0.0015$, что позволило рассчитать экспериментальное значение $\Delta h \approx 1.82$ см, полностью совпавшее с фактическим.

2. Зависимость $D(\Delta h)$: Линеаризация зависимости в координатах $D(1/\Delta h)$ подтвердила обратную пропорциональность. Расчетное значение $H \approx 1.32$ м при фактическом 1.30 м подтверждает высокую точность математической модели (1).

Графики зависимостей $D(H)$ и $D(1/\Delta h)$ приведены на рисунке 3.

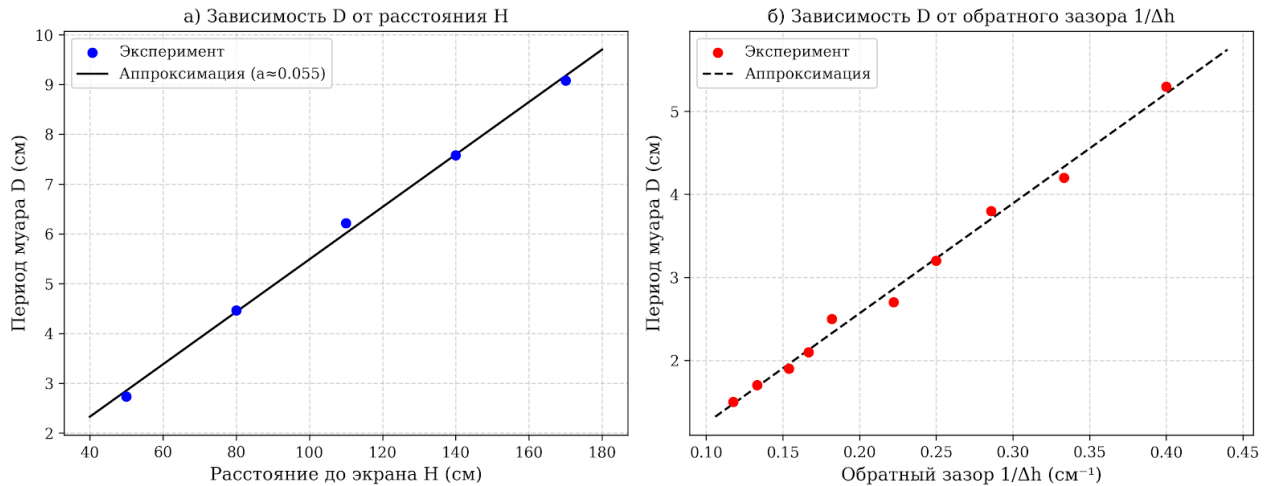


Рисунок 3 — Графики зависимостей: а) $D(H)$; б) $D(1/\Delta h)$

Фотометрический анализ: с помощью цифровой обработки в Adobe Photoshop проведено сравнение реального распределения относительной освещенности с результатами моделирования. Интервал изменения интенсивности (0.56; 0.71) показал корреляцию с теоретическим прогнозом.

Теоретический анализ выявляет широкий спектр потенциального прикладного применения эффекта двойной сетки:

- **Прецизионная метрология (НАН Беларуси).** Использование эффекта Тальбота позволяет бесконтактно измерять нанометровые перемещения.
- **Индикатор вибраций и акустических колебаний.** Высокая чувствительность муарового узора к изменению расстояния между сетками позволяет использовать систему для визуализации механических колебаний. При закреплении одной из сеток на вибрирующей поверхности циклическое изменение зазора приводит к пульсации периода изображения, что может служить основой для оптических датчиков вибрации или недорогих измерительных систем.
- **Бесконтактный контроль деформаций.** Чувствительность муарового узора к изменению зазора между сетками может быть использована для создания оптических датчиков температурного расширения материалов, где период изображения выступает в качестве меры микроперемещений.
- **Оптическая защитная маркировка.** Эффект позволяет создавать защитные элементы, визуализирующие уникальный узор при наблюдении через точечный источник света. Сложность точного воспроизведения микроскопических параметров сеток делает такую маркировку перспективной для защиты продукции от подделок.
- **Вычислительные методы.** Многосеточные алгоритмы (multi-grid methods) применяются для ускорения решения систем линейных уравнений при моделировании полупроводников, где высокочастотные компоненты ошибки подавляются на мелкой сетке, а низкочастотные — на грубой.

Проведенное исследование подтверждает, что эффект двойной сетки является универсальным физическим феноменом с глубоким математическим обоснованием. В ходе работы:

- Доказана справедливость аналитической зависимости периода изображения от геометрии системы.
- Разработана и экспериментально верифицирована модель распределения интенсивности, показавшая высокую сходимость с натурными данными.
- Определены границы применимости эффекта, связанные с критическими значениями зазоров между элементами системы.

Список использованных источников:

1. Сивухин, Д. В. Оптика: учеб. пособие для студентов вузов / Д. В. Сивухин. — М.: Наука, 1980. — 752 с.
2. Кузнецов, Е. А. Теоретические основы муара [Электронный ресурс] // Юный ученый. — 2024. — Режим доступа: . — Дата доступа: 14.01.2024.
3. Moiré pattern [Electronic resource] // Wikipedia : The Free Encyclopedia. — Mode of access: https://en.wikipedia.org/wiki/Moir%C3%A9_pattern. — Date of access: 19.12.2023.
4. Поцелуев, Р. С. Эффект двойной сетки / Р. С. Поцелуев, Е. Д. Щербак; науч. рук. А. К. Шабусов // Материалы XXVIII республиканского конкурса работ исследовательского характера (конференция) учащихся по астрономии, биологии, информатике, математике, физике, химии. Секция «Физика». — Смилевичи, 2024.
5. Пятакова, З. А. О муарах, оживших иллюстрациях и пользе моделей / З. А. Пятакова, А. П. Пятаков // Квант. — 2010. — № 6. — С. 13–17.

UDC 535.4

MODELING METHODS FOR THE DOUBLE-MESH EFFECT

Potseluev R.S, Elinov E.D., students

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics Minsk, Republic of Belarus

Khramovich E.M. – PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor

Shabusov A.K. – Physics teacher at the State Educational Institution "Secondary School No. 1 of Smilovichi"

Annotation. The paper investigates the optical effect of moiré pattern formation when light passes through two identical meshes. The research aims to construct a mathematical model of the phenomenon and perform its experimental verification. During the study, a theoretical dependence of the image period on the setup parameters was obtained. Computer modeling of the illuminance distribution was carried out. The validity of the proposed model was confirmed experimentally. The visibility limits of the effect were determined. The results can be applied for decorative and industrial purposes.

Keywords. Moiré pattern, moiré effect, interference, diffraction, periodic structures, optical projection, point light source, geometric optics, mesh superposition, mathematical modeling.