УДК 514

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА В ЭКОНОМИКЕ: ИНТЕРАКТИВНАЯ ГОЛОВОЛОМКА КАК МЕТОД ВИЗУАЛИЗАЦИИ РЕСУРСНЫХ ЗАТРАТ

Чой А. К., Жибрик А. В., студенты

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Лобанок Л. В. — старший преподаватель

Аннотация: в данной работе рассматривается нетривиальное применение геометрической теоремы Пифагора для решения экономических задач оптимизации. Автором предлагается концепция интерактивной головоломки «Экономический треугольник», которая позволяет визуализировать взаимосвязь между различными видами затрат (переменными и постоянными) и итоговым изменением себестоимости или прибыли.

Ключевые слова: теорема Пифагора, визуализация в экономике, Парето-эффективность.

Актуальность исследования обусловлена необходимостью поиска простых и наглядных методов объяснения экономических процессов. Теорема Пифагора, известная более 2500 лет, традиционно считается инструментом чистой геометрии и физики. Однако её суть — установление количественной связи между составляющими частями системы — может быть спроецирована на экономическую плоскость. Цель данной работы — разработать модель интерактивной головоломки, доказывающей, что принцип «квадрата гипотенузы равен сумме квадратов катетов» применим к анализу ресурсных затрат предприятия.

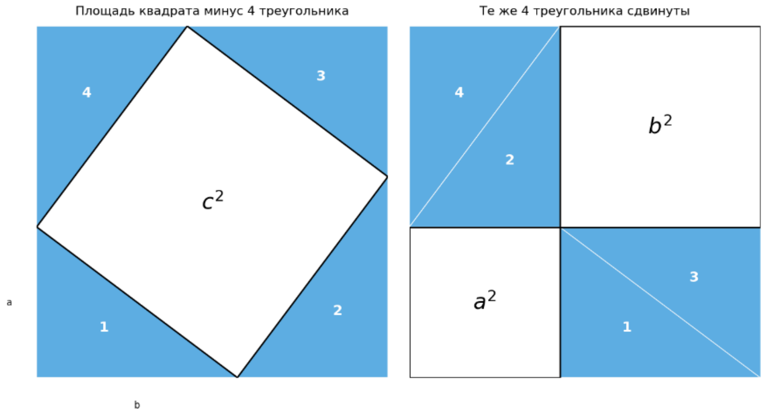

Рисунок 1 — Интерактивная головоломка

На рисунке 1 большой квадрат со стороной $(a + b)$ разделён на четыре равных прямоугольных треугольника с катетами a и b и центральный квадрат со стороной c (гипотенуза). Площадь большого квадрата равна $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Если убрать четыре треугольника, остаётся квадрат площадью c^2. Во второй части рисунка те же четыре треугольника перегруппированы так, что они образуют два прямоугольника, а оставшееся пространство складывается в два меньших квадрата со сторонами a и b. Таким образом, визуально доказывается, что $c^2 = a^2 + b^2$. Ключевой момент: общая площадь и количество треугольников остаются неизменными, меняется лишь их конфигурация.

В экономике ресурсы всегда ограничены: их общий объём аналогичен постоянной сумме площадей всех фигур на чертеже. Перемещение треугольников из одного положения в другое не создаёт новой площади – это аналог перераспределения ресурсов без увеличения их общего количества. Состояние, при котором невозможно улучшить один параметр (например, площадь одного из квадратов), не ухудшив другой, называется Парето-эффективным. В данной модели равновесие достигается тогда, когда треугольники расположены так, что мы можем чётко выделить квадраты a^2 и b^2 – это символизирует оптимальную структуру, где каждый элемент выполняет свою функцию без потерь.

В первом чертеже треугольники разобщены, а между ними остаются пустоты. Если интерпретировать треугольники как производственные модули или логистические маршруты, а пустоты – как транзакционные издержки (простои, потери на трении между подразделениями), то первая схема показывает неоптимальную организацию. Переход ко второму чертежу, где треугольники плотно прилегают друг к другу, а пустоты исчезают (или преобразуются в два чётких квадрата), демонстрирует эффект синергии и снижения транзакционных издержек благодаря улучшению структуры взаимодействия. Это наглядно иллюстрирует важность институциональной организации и менеджмента: перегруппировка тех же самых элементов может высвободить скрытую ценность (квадраты становятся видимыми). Этот же математический инструмент — теорема Пифагора — позволяет решить и другую, более прикладную задачу: определить расстояние до горизонта.

Рисунок 2 — Расстояние до горизонта

Для определения расстояния до видимого горизонта рассмотрим геометрическую модель, в которой Земля представлена как идеальная сфера со средним радиусом R (принимаем R ≈ 6371 км). Точка А - точка наблюдения, расположенная на высоте *h* над поверхностью Земли. Точка О - центр Земли. Видимый горизонт определяется как множество точек касания прямых, проведённых от наблюдателя к сфере(рисунок 2).

Рассмотрим треугольник ∆ABO, где точка *B* — точка касания прямой видимости с поверхностью сферы (точка горизонта). По определению касательной к окружности (в сечении плоскостью, проходящей через точки *A*, *O* и *B*), радиус *OB*, проведенный в точку касания, перпендикулярен касательной *AB*. Таким образом, в треугольнике ∆ABO угол при вершине *B* является прямым (∠ABO = 90°), что доказывает прямоугольность данного треугольника. Гипотенузой в этом треугольнике является отрезок *AO*, соединяющий наблюдателя с центром планеты. Катетами являются радиус Земли *OB* = *R* и искомое расстояние до горизонта *AB* = d.

Для прямоугольного треугольника ∆ABO справедлива теорема Пифагора. Длина гипотенузы *AO* складывается из радиуса Земли и высоты наблюдателя: *AO* = *R* + *h*. Следовательно, уравнение имеет вид:

$$(R + h)^2 = d^2 + R^2 \tag{1}$$

Раскрывая скобки и упрощая выражение, получаем точную формулу для расстояния до горизонта:

$$R^2 + 2Rh + h^2 = d^2 + R^2 \tag{2}$$

$$d^2 = 2Rh + h^2 \tag{3}$$

$$d = \sqrt{2Rh + h^2} \tag{4}$$

В большинстве практических задач (наблюдение с высоты роста человека, зданий) высота наблюдателя *h* мала по сравнению с радиусом Земли *R* ($h << R$). В таких условиях слагаемым h^2 под корнем можно пренебречь. Это приводит к приближенной формуле, используемой в морском деле, авиации и топографии:

$$d \approx \sqrt{2Rh} \tag{5}$$

где *d* — расстояние до горизонта, *R* — радиус Земли, *h* — высота точки наблюдения. Для удобства расчетов, подставляя среднее значение радиуса Земли (6371 км) и приводя единицы измерения к согласованному виду (обычно *h* в метрах, *d* в километрах), формулу часто записывают в эмпирическом виде: $d \approx 3{,}57h$, где результат получается в километрах при подстановке высоты в метрах.

Для анализа зависимости дальности горизонта от высоты наблюдателя составим расчетную таблицу 1, используя приближенную формулу $d \approx 3{,}57h$ (с округлением до десятых).

Таблица 1 – Расстояние до горизонта с высоты разных объектов

Высота наблюдения (h)	Характерный объект	Расстояние до горизонта (d)
1,7 м	Уровень глаз человека стоя	4,7 км
25 м	Палуба корабля / Береговой утес	17,9 км
100 м	Маяк / Смотровая площадка	35,7 км
1 км (1000 м)	Легкий самолет (базовая высота)	112,9 км
10 км	Высотный пассажирский самолет	357,1 км
400 км	Орбита МКС (International Space Station)	2264,2 км

Данные расчеты из таблицы 1 демонстрируют нелинейный характер зависимости: с увеличением высоты дальность растет пропорционально квадратному корню. Важным прикладным аспектом является расчет прямой видимости между двумя объектами, находящимися на высотах h_1 и h_2 над поверхностью. Максимальное расстояние *L*, на котором наблюдатель на высоте h_1 сможет увидеть объект на высоте h_2 (например, маяк и палубу корабля), определяется суммой дальностей горизонтов для каждой из высот:

$$L = \sqrt{2Rh_1} + \sqrt{2Rh_2}\ R^2 \tag{6}$$

В этой геометрической модели радиус Земли R выступает в качестве постоянных издержек. Высота наблюдателя h — это переменный ресурс (инвестиции в маркетинг, разведку, образование). Расстояние до горизонта d — результат (информация, зона охвата рынка, дальновидность стратегии).

Формула $d \approx \sqrt{2Rh}$ демонстрирует классический экономический закон убывающей отдачи: чтобы увидеть вдвое дальше, необходимо увеличить высоту не в два, а в четыре раза. Это точная аналогия тому, как инвестиции в НИОКР или рекламу дают все меньший прирост результата при увеличении бюджета. График функции $d(h)$ — это ветвь параболы, наглядно показывающая, что экстенсивное наращивание ресурсов неэффективно без изменения базовых условий (R).

В ходе работы была успешно демонстрирована применимость геометрической теоремы Пифагора к анализу экономических процессов. На примере перегруппировки элементов классического чертежа наглядно показано, что изменение структуры использования ограниченных ресурсов (аналог перестановки треугольников) может минимизировать транзакционные издержки и повысить общую эффективность системы до состояния, близкого к Парето-оптимальному. Анализ формулы расстояния до горизонта позволил выявить фундаментальную экономическую закономерность: квадратичная зависимость результата от затрат иллюстрирует принцип убывающей отдачи, где для удвоения «зоны охвата» (d) требуется четырехкратное увеличение вложений (h). Таким образом, модель успешно проецирует математический закон на сферу ресурсного менеджмента, предлагая простой и наглядный инструмент для объяснения концепций эффективности, оптимизации и стратегического планирования.

***Список использованных источников**:*

1. Перельман Я. И. Занимательная геометрия / под ред. и с доп. Б. А. Кордемского. — 10-е изд., стер. — М. : Физматгиз, 1958. — 304 с. — Библиогр.: с.

2. Расстояние до горизонта[Электронный ресурс] — Режим доступа: https://book.etudes.ru/articles/skyline/

3. Тайна тайн теоремы Пифагора[Электронный ресурс] — Режим доступа: https://multiurok.ru/files/taina-tain-teoremy-pifagora.html

4. Теорема Пифагора: великий обман[Электронный ресурс] — Режим доступа: https://habr.com/ru/articles/972262/

UDC 514

THE PYTHAGOREAN THEOREM IN ECONOMICS: INTERACTIVE PUZZLE AS A METHOD OF VISUALIZING RESOURCE COSTS

Choi A. K., Zhibrik A.V. students

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics[1], Minsk, Republic of Belarus

Lobanok L. V., Senior lecturer at the Department of Higher Mathematics

Annotation. Consider a non-trivial application of the Pythagorean geometric theorem to solve economic optimization problems. The author proposes the concept of an interactive puzzle "Economic triangle", which allows you to visualize the relationship between different types of costs (variable and constant) and the final change in cost or profit**.**.

Keywords. Pythagorean theorem, visualization in economics, Pareto efficiency.