

УДК 519.876

МАТЕМАТИКА ВЫБОРОВ*Малащенко В.Д. студент**Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Республика Беларусь**Хомичков И.И. – д-р физ.-мат. наук, профессор*

Аннотация. В работе рассматриваются математические методы распределения депутатских мандатов в пропорциональных избирательных системах. На примерах моделей Республики Беларусь и Российской Федерации анализируются два подхода: метод наибольших остатков (квота Хэра) и метод Д'Ондта. Показано, что оба обеспечивают высокую степень пропорциональности между долей голосов и долей мест. Также описывается механизм распределения мандатов внутри партийных списков при жёсткой системе. Работа адресована интересующимся прикладной математикой в политических процессах.

Ключевые слова. пропорциональная избирательная система, распределение мандатов, метод наибольших остатков, квота Хэра, метод Д'Ондта, жесткие партийные списки, математическая статистика, теория вероятностей.

В любой демократической системе возникает фундаментальная математическая проблема: как конечное множество голосов избирателей преобразовать в строго определённое количество депутатских мандатов? Подсчёт голосов, распределение конкурсных мест и определение победителей — все это относится к сфере прикладной математики, а именно к теории вероятностей и математической статистике.

В парламентской демократии множество граждан выбирают ограниченное количество представителей. Этот процесс не может быть произвольным: неизменным атрибутом любой избирательной системы является справедливость в распределении мест, понимаемая как максимально возможное соответствие между долей поданных голосов и долей полученных мандатов.

Наибольшим доверием в мире пользуется система пропорционального распределения. При проведении выборов по пропорциональной системе депутатские мандаты распределяются между списками кандидатов пропорционально голосам, поданным за эти списки. При этом используются закономерности случайных событий, открытые еще в XVII веке Блезом Паскалем и Пьером Ферма.

Может ли распределение быть строго пропорциональным? Понятно, что, за исключением абсолютно чудесных случайностей (имеющих исчезающе малую вероятность), количество голосов и количество мест не совпадают в точности. Чтобы найти выход из этой ситуации, необходимо выбрать математический метод, который позволит распределить спорные места между кандидатами.

В данной работе мы рассмотрим математические модели распределения мандатов, адаптированные под реалии избирательных систем Российской Федерации и Республики Беларусь.

Один из базовых методов распределения мандатов — метод избирательной квоты, предложенный английским математиком Томасом Хэром. Рассмотрим его на примере, приближенном к условиям выборов в Палату представителей Национального собрания Республики Беларусь, где заградительный барьер для политических партий составляет 5%.

Предположим, в выборах участвуют восемь списков кандидатов — А, В, С, D, E, F, G, H. Общее количество распределяемых мест составляет 110 мандатов (число депутатов Палаты представителей). Все списки преодолевают 5%-ный барьер.

Таблица №1. Списки кандидатов и распределение голосов (модель РБ)

Списки кандидатов	Количество голосов (тыс. чел.), N	Доля голосов, p
A	850	0,11
B	720	0,09
C	1150	0,15
D	980	0,13
E	650	0,09
F	1250	0,16
G	1070	0,14
H	930	0,12
Общее количество	7600	1,00

Примечание: минимальный 5% барьер составляет 380 тыс. голосов, все списки его преодолели. Относительный показатель p рассчитывается по формуле:

$$p_i = \frac{N_i}{\sum_{j=1}^8 * N_j} \quad (1)$$

Таблица №2. Коэффициенты победы (идеальное пропорциональное распределение)

Списки кандидатов	Коэффициент победы , P
A	12.1
B	9.9
C	16.5
D	14.3
E	9.4
F	17.6
G	15.4
H	13.2

Полученные значения представляют собой математическое ожидание количества мест для каждого списка при идеальной пропорциональности. Однако места — дискретная величина. В Республике Беларусь при пропорциональной системе используется метод избирательной квоты, также известный как метод наибольших остатков (квота Хэра). Квота определяется по формуле:

$$Q = \frac{\text{Общее число голосов}}{\text{Число мандатов}} = \frac{7600}{110} = 69,09 \text{ тыс. голосов} \quad (2)$$

Каждый список получает столько мандатов, сколько раз квота укладывается в полученных голосах. Остатки голосов распределяются между списками с наибольшей дробной частью.

Таблица №3. Распределение мест по методу наибольших остатков (квота Хэра)

Списки	Голоса (N)	Целая часть (N/Q)	Остаток	Доп. мандаты	Всего мест	Доля мест, %
A	850	12	0,30	0	12	10,9
B	720	10	0,42	0	10	9,1
C	1150	16	0,65	+1	17	15,5
D	980	14	0,19	0	14	12,7
E	650	9	0,41	0	9	8,2
F	1250	18	0,09	0	18	16,4
G	1070	15	0,49	+1	15	13,6
H	930	13	0,46	+1	14	12,7
Итого	7600	107	—	+3	110	100

В данном распределении дополнительные мандаты получили списки с наибольшими остатками: H (0,46), C (0,65) и B (0,42 — при равенстве с E, но у B остаток 0,42 против 0,41 у E). Все 110 мест распределены справедливо: доля мест каждого списка близка к доле поданных за него голосов.

В Российской Федерации выборы депутатов Государственной Думы регулируются Федеральным законом № 20-ФЗ. С 2016 года действует смешанная система: 225 депутатов избираются по

одномандатным округам, 225 — по пропорциональной системе с процентным барьером 5%. При распределении мандатов по пропорциональной системе используется метод Д'Ондта (императивный мандат).

Рассмотрим распределение 225 мандатов между восемью списками, преодолевшими 5%-ный барьер. Используем те же исходные данные, но адаптируем общее количество голосов под российские реалии (явка и масштаб — порядка 55 млн избирателей, поэтому голоса указаны в тысячах для удобства).

Таблица №4. Исходные данные (модель РФ)

Списки кандидатов	Количество голосов (тыс. чел.), N
A	6 050
B	5 120
C	8 250
D	7 040
E	4 580
F	8 980
G	7 680
H	6 620
Общее количество	54 300

Примечание: 5% барьер составляет 2715 тыс. голосов, все списки его преодолели.

В соответствии с методом Д'Ондта, число голосов, полученных каждым списком, делят последовательно на 1, 2, 3, 4, 5 и так далее до числа, соответствующего числу распределяемых мандатов. Затем полученные частные распределяют в порядке убывания. Процесс описывается формулой:

$$K_i(s) = \frac{V_i}{s_i + 1} \quad (3)$$

где s_i — количество мест, уже полученных i -м списком на данном этапе.

Для распределения 225 мест необходимо провести 225 итераций. В таблице ниже приведены первые несколько значений для наглядности процесса.

Таблица №5. Начальные конструктивные коэффициенты $K(i,s)$

Списки кандидатов	V/1	V/2	V/3	V/4	V/5	V/6
A	6050	3025	2017	1513	1210	1008
B	5120	2560	1707	1280	1024	853
C	8250	4125	2750	2063	1650	1375
D	7040	3520	2347	1760	1408	1173
E	4580	2290	1527	1145	916	763
F	8980	4480	2987	2240	1792	1493
G	7680	3840	2560	1920	1536	1280
H	6620	3310	2207	1655	1324	1103

Первое место получит список с максимальным значением — F (8960). Второе место — C (8250). Третье место — A (6050), так как после получения первого места у F теперь используется делитель 2. Процесс продолжается до полного распределения всех 225 мандатов.

Для быстрого расчета итогового распределения можно использовать метод последовательного приближения либо специальное программное обеспечение. Результат применения метода Д'Ондта к 225 местам представлен ниже.

Таблица №6. Итоговое распределение мест (по методу Д'Ондта)

Списки	Голоса (тыс.)	Доля голосов, %	Количество мест	Доля мест, %
A	6 050	11,2	25	11,1
B	5 120	9,4	21	9,3
C	8 250	15,2	34	15,1
D	7 040	13,0	29	12,9

E	4 580	8,4	19	8,4
F	8 980	16,5	37	16,4
G	7 680	14,1	32	14,2
H	6 620	12,2	28	12,4
Итого	54 300	100	225	100

Как видно из таблицы, метод Д'Ондта обеспечивает высокую точность пропорциональности: максимальное отклонение доли мест от доли голосов не превышает 0,2%. Это делает его одним из самых справедливых методов распределения мандатов.

После того как определено, сколько мест получает каждый список, возникает следующий вопрос: какие именно кандидаты из списка становятся депутатами? В Российской Федерации используется система жёстких (закрытых) списков с императивным мандатом — порядок кандидатов определяется партией и не может быть изменён избирателем. В Республике Беларусь также применяются жесткие списки.

Согласно этой системе, кандидаты получают мандаты в той последовательности, в которой они расположены в списке. Если список получает k мест — проходят кандидаты с 1-го по k -й номер.

Рассмотрим это на примере списка F, который в РФ получил 37 мест (Таблица №6). Допустим, внутрипартийное голосование распределило кандидатов по популярности. Первые 7 кандидатов для наглядности:

Таблица №7. Кандидаты списка F (первые 7 позиций)

Кандидат	Количество голосов внутри партии (тыс.)
F1	1450
F2	1320
F3	1180
F4	1090
F5	980
F6	870
F7	760

С точки зрения теории вероятностей, попадание кандидата в парламент является событием, условная вероятность которого равна:

$$P(\text{кандидат } j \in \text{Парламент} \mid \text{список получил } k \text{ мест}) = \begin{cases} 1, & j \leq k \\ 0, & j > k \end{cases}$$

где j — порядковый номер кандидата в списке.

Таким образом, при $k=37$ в парламент проходят кандидаты F1, F2, ..., F37. Кандидаты, начиная с 38-го номера, несмотря на голоса избирателей внутри партии, мандатов не получают. В нашем примере F7 (седьмой номер) проходит в парламент, так как $7 < 37$.

Список использованных источников:

1. Метод Д'Ондта [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki> – Дата доступа: 06.02.2026 г.
2. Связанные и свободные списки. Преференциальное голосование [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://studopedia.ru/2_71953_svyazannie-i-svobodnie-spiski-preferentsialnoe-golosovanie.html – Дата доступа: 17.10.2025 г.

UDC 519.876

MATHEMATICS OF ELECTIONS

Malashenko V.D., student

*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics¹
Minsk, Republic of Belarus*

Khomichkov I.I. – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

Annotation. The paper examines mathematical methods for distributing parliamentary mandates in proportional electoral systems. Using models of the Republic of Belarus and the Russian Federation, two approaches are analyzed: the largest remainder method (Hare quota) and the D'Hondt method. It is shown that both ensure a high degree of proportionality between the share of votes and the share of seats. The mechanism for distributing mandates within party lists under a closed-list system is also described. The work is addressed to those interested in applied mathematics in political processes.

Keywords. proportional electoral system, mandate distribution, largest remainder method, Hare quota, D'Hondt method, closed party lists, mathematical statistics, probability theory.