УДК [630*232.4+625.7]-042.4

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЛЕСОПОЛОС ДЛЯ ЗАЩИТЫ ТРАНСПОРТНЫХ МАГИСТРАЛЕЙ

Король А.В., Павлова М.Д., студенты

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Лобанок Л.В. – старший преподаватель

Аннотация. В данной научной работе рассматривается математическая модель замедления ветра в лесополосе на основе дифференциальных уравнений первого порядка. Получено аналитическое решение, описывающее экспоненциальный характер затухания скорости ветра. Модель модифицирована с учётом сезонной динамики плотности листвы и типа насаждений. На её основе создана программа на языке C++ для расчёта оптимальных параметров ветрозащиты.

Ключевые слова. Лесополосы, защита дорог, снежные заносы, песчаные заносы, скорость ветра, дифференциальные уравнения, математическое моделирование, экспоненциальное затухание, эффективность защиты, ветроустойчивость, лесоразведение, безопасность дорожного движения.

На автомобильных дорогах в любое время года должно обеспечиваться непрерывное и бесперебойное транспортное движение. По ПДД Республики Беларусь (Глава 27) обязанность обеспечивать непрерывное и бесперебойное движение возложена на должностных лиц и эксплуатационные службы [1].Требования к состоянию покрытия дороги строго нормированы. Согласно Государственным стандартам Республики Беларусь, размеры дефектов не должны превышать 5 см по глубине и 0,09 м² по площади; отклонение крышки люка от покрытия допускается не более 2 см [2].

При этом дороги подвержены воздействию неблагоприятных погодно-климатических условий. Экстремальными погодными условиями считаются: снегопад интенсивностью более 5 см/ч, продолжающийся более 6 часов; метель при скорости ветра более 9 м/с – в течение более 2 суток [2]. Снежные заносы, песчаные заносы и сильный ветер способствуют созданию дорожных происшествий, вызывают перебои в движении, что приводит к снижению скорости автомобилей, а это, в свою очередь, повышает стоимость перевозок. Решением проблем снегозаносимости могут служить посаженные вдоль автомагистралей лесополосы, так как они постепенно снижают скорость ветра и предотвращают нанесение снега или песка на дорогу.

Научное обоснование степному лесоразведению было дано российским ученым В. В. Докучаевым. В 1893 г. в Каменной степи были заложены первые лесные полосы, а спустя некоторое время создано Каменно-Степное опытное лесничество, где работали известные ученые, которые в том числе изучали защитную функцию придорожных лесополос [3].

Общую схему влияния леса на ветер с точки зрения физики процесса можно описать следующим образом. При подходе к лесу воздушный поток раздваивается: часть ускоряется вверх, часть проникает в лес, где скорость падает до 6-7% от исходной. В итоге на расстоянии около 60 м от опушки ветер ослабевает на 20-60% [4]. Эффективность защитной функции лесополос доказывается с математической точки зрения с помощью дифференциальных уравнений.

Рассмотрим, как ветер движется через лесополосу. Обозначим через ϑ скорость ветра на расстоянии S от начала леса. Ветер, встречая на своем пути лесной массив, резко снижает скорость вследствие соприкосновения и трения о кроны деревьев, стволы и другие растения, произрастающие в лесу. Физический закон, который мы используем, гласит: на бесконечно малом отрезке пути потеря скорости пропорциональна текущей скорости и длине этого отрезка [4]. Данное выражение можно записать в виде следующей формулы:

$$-d\vartheta = k\vartheta ds. \qquad (1)$$

В представленном уравнении (1) потеря скорости представлена величиной $-d\vartheta$, это величина отрицательная, так как процесс убывающий; вводится дифференциал для обозначения бесконечно малой величины. Бесконечно малой величиной является и расстояние ds . Коэффициент k – коэффициент пропорциональности, ϑ – конечная скорость ветра после прохождения некоторого участка леса. Разделив исходное выражение на ϑ и домножив на -1 затем, проинтегрировав выражение и вычислив интеграл, применив свойство сложения степеней, получится следующее выражение:

$$\vartheta = e^{-ks}e^{C}. \qquad (2)$$

При $s = 0$, то есть до момента вступления ветра в лес, формула приобретает следующий вид:

$$\vartheta = e^{C} = \vartheta_0. \tag{3}$$

Таким образом, если учесть начальное условие (3), закон физического процесса примет вид:

$$\vartheta = \vartheta_0 e^{-ks}, \tag{4}$$

где ϑ_0 – это начальная скорость ветра, s – пройденное в лесу расстояние, k – коэффициент пропорциональности, который показывает, какую долю от своей текущей скорости ветер теряет при прохождении одного метра лесополосы. Решение представляет собой экспоненциальную функцию затухания, что является характерным признаком процессов, где скорость изменения пропорциональна текущему значению величины.

В данном уравнении коэффициент пропорциональности k берется с усредненным значением, однако на практике он зависит и от времени года, ведь в разное время года объем листьев или иголок как защиты от ветра разный.

С физической точки зрения колебания в природе описываются с помощью периодических тригонометрических функций. Если необходимо не усредненное значение, а конкретное для данного сезона значение, то можно это представить в виде следующей функции:

$$k(t) = k_{\text{среднее}} + Asin\left(\frac{2\pi}{t} + \phi\right), \tag{5}$$

где *t* – время, T=12 месяцев – период, A – амплитуда сезонных колебаний, которая и является основным параметром для проведения данных вычислений, ϕ – фазовый сдвиг.

В сборнике задач Пономарева К.К. «Составление дифференциальных уравнений» в задаче требуется найти скорость ветра, прошедшего в лесу 150 м, если до вступления в лес начальная скорость ветра $\vartheta_0 = 12$ м/сек, а при прохождении 1 м стала $\vartheta_1 = 12$ м/сек. [5]. Путем нахождения коэффициента пропорциональности $k = 0{,}0168$, можно впоследствии с помощью формулы (4) найти и скорость ветра после прохождения 150 м: $\vartheta = 0{,}93$ м/сек. Данную математическую модель можно применить на практике для расчетов, связанных с проектированием и эффективностью лесополос. Так, например, можно еще до посадки лесополосы рассчитать будущую эффективность ее защиты. Это можно сделать с помощью формулы, которая показывает абсолютное изменение скорости ветра.

$$\eta = \frac{\vartheta_0 - \vartheta}{\vartheta_0} \cdot 100\%, \tag{6}$$

где ϑ_0 – начальная скорость, ϑ – скорость ветра после прохождения леса, η – эффективность защиты лесополосы. В нашем примере эффективность лесополосы составляет: $\eta = 92\%$. Таким образом, может быть доказана эффективность защиты дороги с помощью лесополосы.

Также данная математическая модель может использоваться и для расчета необходимой ширины лесополосы. Так, например, если нужно получить снижение скорости ветра на 90%, тогда, используя основное уравнение, описывающее физический процесс, получим:

$$0{,}1 \cdot \vartheta_0 = \vartheta_0 \cdot e^{-ks}, \tag{7}$$

где ϑ_0 – начальная скорость, s – пройденное в лесу расстояние. И, выразив из уравнения (7) s, получится $s = 137$ м при ранее найденном *k*. Стоимость создания лесополосы пропорциональна её площади. Зная стоимость посадки 1 га и требуемую эффективность, можно рассчитать минимальные затраты на достижение цели.

Для рассмотрения зависимости леса от густоты леса и типа леса необходимо составить уравнение движения ветра в лесу. Ветер, проходя в лесу путь, равный единице длины, теряет n-ю часть своей скорости (n – параметр, постоянный для данного вида леса, например, для смешенного леса $n = 59$, а для очень редкого высокого леса $n = 125$). Как раз зависимость от данного n при движении ветра в лесу нам и нужно найти [6]. Пусть ϑ – скорость ветра, x – пройденный ветром путь, t – время движения ветра в лесу, тогда можно составить следующее уравнение.

$$\frac{d\vartheta}{dx} = -\frac{\vartheta}{n}. \tag{8}$$

Перенеся в одну сторону множители с ϑ, проинтегрировав выражение, выразив искомую скорость, учитывая, что $e^{C} = C_1$, получим:

$$\vartheta = C_1 e^{-\frac{x}{n}}. \tag{9}$$

Далее следует подстановка $x = 0$: $\vartheta = C_1 = \vartheta_0$, значит, если учесть, что $\vartheta = \frac{dx}{dt}$, при дальнейшем интегрировании получим:

$$n e^{\frac{x}{n}} = \vartheta_0 t + C. \tag{10}$$

В самом начале, когда ветер только зашел в лес, $t = 0$, путь $x = 0$: $n = C$. Подставив эти нули в формулу, разделив все на n и выразив x, уравнение движения ветра в лесу имеет вид:

$$x = n \ln\left(\frac{\vartheta_0 t}{n} + 1\right), \tag{11}$$

где x – координата ветра, n – параметр леса, ϑ_0 – начальная скорость ветра.

Уравнение (6) иллюстрирует влияние различных параметров леса на перемещение ветра в лесу и скорость ветра.

Данная математическая модель прогнозирует распространение лесных пожаров (глубину проникновения ветра и скорость огня), что помогает планировать тушение. Она также применяется в сельском хозяйстве для расчёта оптимальной ширины ветрозащитных лесополос и в лесном хозяйстве – для оценки ветровой нагрузки на деревья при ураганах.

Зависимость от параметра n для разных типов лесов можно проследить и с помощью программы которая автоматически, используя выведенное выражение установит различные параметры пройденного пути, времени и скорости, зависимость между величинами для различных типов лесов. Базовые функции, написанные на языке программирования C++, на основе которых и создавался весь код и велись расчеты, отражают два физических процесса, которые были выведены в работе ранее с помощью математических формул (4) и (11).

По результатам работы программы были построены три графика. График пути ветра от времени для разных типов леса (рисунок 1) показывает, что в густом лесу ветер за 60 с проходит 91 м, а в лесопарковой зоне – 278 м, что в 4,5 раза больше, подтверждая высокую защитную эффективность густых насаждений.

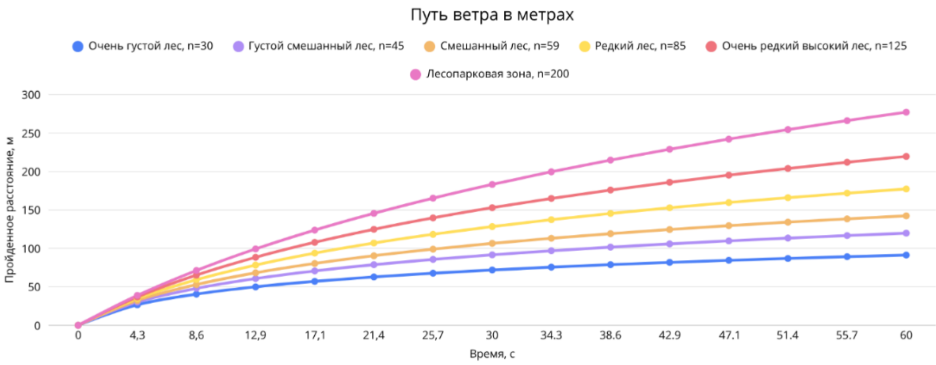

Рисунок 1 – Путь, пройденный ветром за разное время в разных типах леса

График скорости ветра на разных расстояниях (рисунок 2) показывает, что в густом лесу скорость ветра падает почти до нуля уже на 300 м, а в лесопарковой зоне сохраняется 3,68 м/с до 500 м, что в 5 раз дальше и доказывает высокую защитную эффективность густых насаждений.

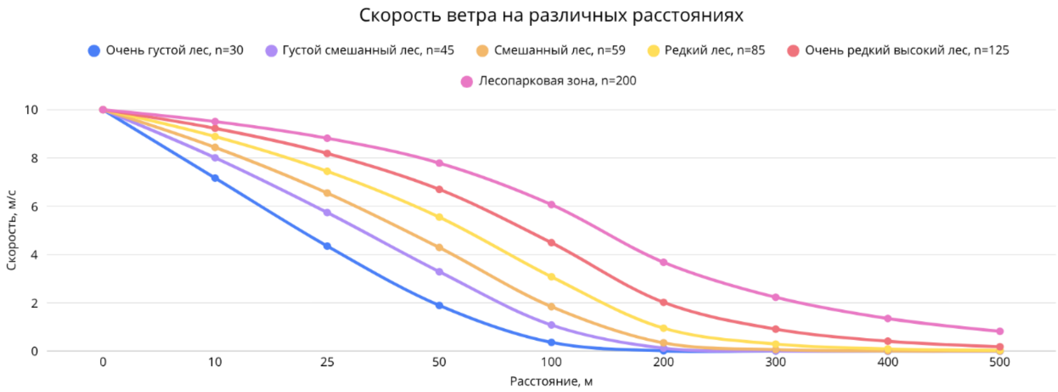

Рисунок 2 – Скорость ветра на разных расстояниях в разных типах леса

График достижения ветром заданных расстояний (рисунок 3) показывает, что расстояние 300 м ветер в очень густом лесу проходит за 10 000 с, а в редком – за менее, чем 500 с (в 20 раз быстрее), что подтверждает: густота леса – ключевой фактор скорости ветра.

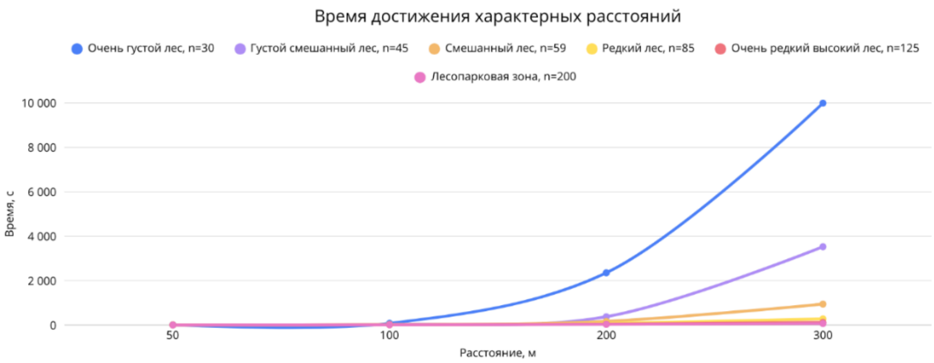

Рисунок 3 – Время, за которое ветер достигнет заданных расстояний в конкретных типах леса

Программа наглядно демонстрирует, следующие факты.
1 В густом лесу (маленькое n) ветер быстро теряет скорость и проходит меньшее расстояние
2 В редком лесу (большое n) ветер сохраняет скорость дольше и проходит большее расстояние
3 Зависимость носит логарифмический характер, что соответствует физике процесса

Таким образом, в результате исследования разработана математическая модель замедления ветра в лесополосе на основе дифференциальных уравнений первого порядка, аналитическое решение которой описывает экспоненциальное затухание скорости ветра и подтверждает высокую эффективность защиты дорожных магистралей. Модель адаптирована под сезонные изменения плотности листвы и тип насаждений через параметр густоты, а также реализована в виде программы на языке C++ для расчёта оптимальной ширины лесополос, прогноза ветровой нагрузки и времени распространения воздушного потока. Полученные результаты обосновывают экономическую целесообразность создания придорожных лесополос и могут быть использованы при проектировании защитных насаждений, прогнозировании лесных пожаров и обеспечении безопасности дорожного движения в степных и лесостепных регионах.

Список использованных источников:

1. Обязанности должностных и иных лиц по обеспечению безопасности дорожного движения – 2025. – URL: https://pdd.by/pdd/ru/p27/ (дата доступа: 28.02.2026).

2. Государственные стандарты Республики Беларусь (СТБ) – 2025. – URL: https://oei.by/section?id=49 (дата доступа: 28.02.2026).

3. Защитные лесные полосы вдоль автомобильных дорог / Кулакова Е.Н., Штепа А.А., Чернодубов А.И. – 2018. – URL: https://naukaru.ru/ru/nauka/article/24801/view (дата доступа: 28.02.2026).

4. Лес и ветер: влияние леса на ветер – 2024.. – URL: http://www.woodtechnology.ru/drevesinovedenie/lesovedenie/les-i-veter-vliyanie-lesa-na-veter.html#google_vignette (дата доступа: 28.02.2026).

5. Составление дифференциальных уравнений / Пономарев К.К. – 1973. – URL: https://www.klex.ru/1zhx (дата доступа: 28.02.2026).

6. Изучение темы «Дифференциальные уравнения» со студентами географических специальностей / Кепчик Н.В., Матейко О.М. – 2015.– URL: https://elib.bsu.by/bitstream/123456789/123758/1/%D0%9A%2050.pdf (дата доступа: 28.02.2026).

UDC [630*232.4+625.7]-042.4

MATHEMATICAL MODELING OF THE EFFICIENCY OF FOREST BELT PROTECTION FOR TRANSPORT ROADS

Korol A.V., Pavlova M.D., students

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics
Minsk, Republic of Belarus

Lobanok L.V. – senior lecturer

Annotation. This research paper examines a mathematical model of wind deceleration in a forest belt based on first-order differential equations. An analytical solution is obtained that describes the exponential nature of wind speed decay. The model is modified to account for seasonal dynamics of foliage density and planting type. A C++ program for calculating optimal wind protection parameters is developed based on this model.

Keywords. Forest belts, road protection, snow drifts, sand drifts, wind speed, differential equations, mathematical modeling, exponential decay, protection efficiency, wind resistance, afforestation, road safety.