ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ НЕОПРЕДЕЛЕНОСТИ ПСП

Ву Вьет Хынг

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Карпушкин Э.М. – к.т.н., доцент

Рассмотрим свойства двумерной функции неопределенности псевдослучайной последовательности. Полученные результаты могут быть применены для синхронизации радиосистем, использующих широкополосные сигналы с псевдослучайными последовательностями.

В настоящее время широкополосные сигналы (псевдослучайные сигналы) широко применяются в радиоэлектронных устройствах благодаря таким преимуществам, как высокая помехоустойчивость, усиленная защищённость информации, устойчивость к многолучевости, возможность совместного использования полосы частот и др. Один из методов генерации широкополосного сигнала — модуляция информации с помощью псевдослучайных последовательностей. В данной работе основное внимание уделено исследованию свойств неопределённой функции для ряда часто используемых псевдослучайных последовательностей и их практическому применению в радиотехнических системах.

Формула для псевдослучайных сигналов выглядит следующим образом:

$$S(t)=\sum_{i=1}^{N}a_i rect\left[t-(i-1)\tau_0\right]$$

В котором a_i подчиняется правилам псевдослучайной последовательности и

$$rect(t-(i-1)\tau_0)=\begin{cases}1,(i-1)\tau_0\le t\le i\tau_0\\ 0,(i-1)\tau_0>t\ \text{или}\ t>i\tau_0\end{cases}$$

Вид ФН М-последовательности позволяет оценить потенциальные возможности ПС-сигнала в области $\left\{\tau, f\right\}$, а именно: точность и разрешающую способность, однозначность и способность к синхронизации.

Функция неопределенности псевдослучайного сигнала имеет следующий вид:

$$\rho(\tau,f)=\frac{1}{2E}\int_{-\infty}^{\infty}\dot{A}(t)\dot{A}^*(t-\tau)\exp[-j2\pi ft]dt=\frac{1}{N\tau_0}\sum_{i=1}^{N}\sum_{l=1}^{N}a_ia_l\int_{\tau}^{N\tau_0}rect\left[t-\tau_0(i-1)\right]rect\left[t-\tau_0(l-1)-\tau\right]\exp[-j2\pi ft]dt=$$
$$=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\sum_{l=1}^{N}a_ia_l\frac{1}{\tau_0}\int_{\tau}^{N\tau_0}rect(t)rect(t-\tau_1)\exp\left[-j2\pi f\left(t-(i-1)\tau_0\right)\right]dt=$$
$$=\frac{1}{N}\left[\sum_{i=1}^{N-n}a_ia_{i+n}\exp\left[-j2\pi f\tau_0(i-1)\right]\frac{1}{\tau_0}\int_{0}^{\varepsilon}\exp[-j2\pi ft]dt+\sum_{i=1}^{N-(n+1)}a_ia_{i+n+1}\exp[-j2\pi f\tau_0 i]\frac{1}{\tau_0}\int_{\varepsilon}^{\tau_0}\exp[-j2\pi ft]dt\right]=$$
$$=\frac{1}{N}\left[\rho_0(\varepsilon,f)\sum_{i=1}^{N-n}a_ia_{i+n}\exp\left[-j2\pi f\tau_0(i-1)\right]\right]+\rho_0(\tau_0-\varepsilon,f)\sum_{i=1}^{N-(n+1)}a_ia_{i+n+1}\exp[-j2\pi f\tau_{0i}]$$

где $0<\tau=n\tau_0+\varepsilon<N\tau_0$, n=0,1,2,...,(N-1); 0<ε<τ0, $\rho_0(\tau_1,f)$ - двумерная корреляционная функция импульса прямоугольной формы длительности τ0 и единичной амплитуды.

$$\rho_0(\tau_1,f)=(1-\frac{|\tau_1|}{\tau_0})\frac{\sin\pi f\tau_0(1-\frac{|\tau_1|}{\tau_0})}{\pi f\tau_0(1-\frac{|\tau_1|}{\tau_0})}$$

При $\tau=n\tau_0$

$$\rho(n\tau_0,f)=\frac{1}{N}\frac{\sin\pi f\tau_0}{\pi f\tau_0}\sum_{i=1}^{N-n}a_ia_{i+n}\exp[-j2\pi f\tau_0(i-1)]$$

Воспользуемся вышим выражением , предварительно представив каждый символ М – последовательности через два одинаковых, но с длительностью $\frac{\tau_0}{2}$:

$$\rho(\tau_0/2, f) = \frac{1}{2N}\frac{\sin\frac{\pi f\tau_0}{2}}{\frac{\pi f\tau_0}{2}}\sum_{i=1}^{2N-1} a_i a_{i+1}\exp[-j2\pi f\,\frac{\tau_0}{2}(i=1)] =$$

$$= \frac{1}{2N}\frac{\sin\frac{\pi f\tau_0}{2}}{\frac{\pi f\tau_0}{2}}\exp[\,j\pi f\tau_0]\sum_{i=1}^{2N-1} a_i a_{i+1}\exp[-\,j\pi f\tau_0 i] =$$

$$= \frac{1}{2N}\frac{\sin\frac{\pi f\tau_0}{2}}{\frac{\pi f\tau_0}{2}}\exp[\,j\pi f\tau_0]\left[\sum_{i=1}^{N} a_i^2\exp[-\,j\pi f\tau_0 2i] + \right.$$

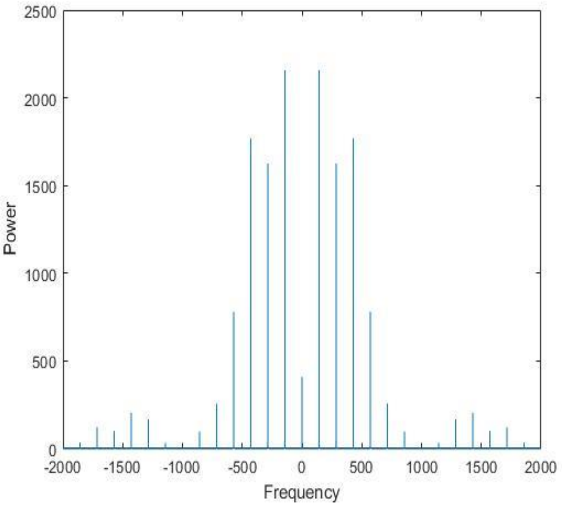
$$\left. + \exp[-\,j\pi f\tau_0]\sum_{i=1}^{N-1} a_i a_{i+1}\exp[-\,j2\pi f\tau_0 i]\right]$$

Анализ вышим выражения на максимум показывает, что он имеет место при f=1/τ_0. Получим:

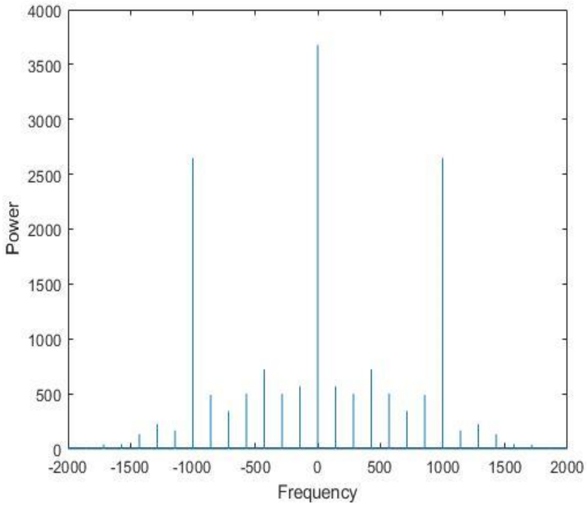
$$\left|\rho\left(\frac{\tau_0}{2}, \frac{1}{\tau_0}\right)\right| = \frac{1}{2N}\left|\frac{\sin\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}}\cos\pi\left[\sum_{i=1}^{N} a_i^2 + \cos\pi\sum_{i=1}^{N-1} a_i a_{i+1}\right]\right| = \frac{1}{N}\left|\frac{1}{\pi}(-1)\left[N - \frac{1{,}25}{\sqrt{N}}\right]\right| \approx \frac{1}{\pi}$$

Из приведённого уравнения видно наличие гармонической составляющей на частоте $f = \frac{1}{\tau_0}$. Эта составляющая отсутствует в спектре исходного псевдослучайного сигнала.

Ниже приведённый рисунок показывает спектр исходного псевдослучайного сигнала и сечение неопределённой функции при сдвиге на $\frac{\tau_0}{2}$ ($\tau_0 = 0.001c$).



а)



б)

Рисунок 1 – Спектр псевдослучайного сигнала (а) и сечение неопределённой функции при сдвиге на $\frac{\tau_0}{2}$ (б)

Список использованных источников:

1. Теория радиосистем : учеб. пособие / Э. М. Карпушкин. – Минск: БГУИР, 2003. – 172с.: ил.

2. Радиосистемы передачи информации : учеб.-метод. пособие / Э. М. Карпушкин. – Минск : БГУИР, 2008. – 63с.: ил.