

Ранцевич В.А. Применение пакета «МАТНЕМАТИСА» для моделирования интегральных кривых в лекциях по теории устойчивости/В.А. Ранцевич// Математические и физические методы исследований: научный и методический аспекты : сб. материалов Респ. науч.-практ. конф., посвящ. 85-летию лауреата Нобелевской премии Ж.И.Алферова, Брест, 16-17 апр.2015 г. /Брест. Гос.ун-т им. А.С.Пушкина ; под общ.ред.Н.Н.Сендера.-Брест : БрГУ, 2015.-250с.,-С.163-165.

УДК 372.851

**В.А. РАНЦЕВИЧ**

г. Минск, БГУИР

## **ПРИМЕНЕНИЕ ПАКЕТА «МАТНЕМАТИСА» ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ КРИВЫХ В ЛЕКЦИЯХ ПО ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ**

Развитие информационных технологий позволяет интенсифицировать учебный процесс высшей математики в вузе путём использования новых возможностей. Оборудование лекционных аудиторий новейшими техническими мультимедийными средствами дало возможность сделать процесс чтения лекций более быстрым и содержательным. Студенты всегда проявляют повышенный интерес к применению знаний по естественным наукам к реальным проявлениям объективного мира и методам прогнозирования его событий, поэтому при чтении лекций этот фактор необходимо учитывать и демонстрировать на конкретных примерах достижений в науке и технике.

Остановимся на примере использования новых информационных технологий при изложении элементов теории устойчивости. После того как введены понятия классификации особых точек линейных систем дифференциальных уравнений, метод линеаризации нелинейных систем в окрестности особой точки и построение функции Ляпунова для исследования точек покоя на устойчивость, возникает вопрос об их применении. Эффектным в этом случае будет пример из области современных исследований, например из теории оптических генераторов (лазеров). Рассмотрим систему балансных уравнений[1]

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = \nu u(y-1-x) + \nu u_0 \\ \frac{dy}{dt} = y_0 - y - \nu u \\ \frac{dx}{dt} = q(x_0 - x - \sigma u x) \end{cases},$$

описывающую динамику генератора с инерционным просветляющимся фильтром при наличии внешней подсветки  $u_0$ , пропорциональной интенсивности внешнего света. Переменная  $u$  пропорциональна генерируемому излучению, все параметры системы могут изменяться в достаточно широких пределах и по физическому смыслу должны быть неотрицательными. Дифференцирование

проводится по безразмерному времени. Количество особых точек системы в зависимости от параметров  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $\sigma$  и  $u_0$

варьируется от одной до трех. Для иллюстрации достаточно рассмотреть случай одного равновесного состояния, который реализуется при  $x_0 + 1 - y_0 < 0$ . С помощью пакета «Mathematica» вычисляем координаты особой точки (для  $x_0 = 2$ ,  $y_0 = 4$ ,  $\sigma = 3$  и  $u_0 = 0.15$ ):  $u=2.38265$ ,  $y=1.18251$ ,  $x=0.245461$ .

Воспользуемся прикладным пакетом «Mathematica» для расчета интегральных кривых и их построения на плоскости  $tu$  (ось абсцисс является осью времени, а ось ординат – осью  $u$ ). Изменяя значения  $\nu$  ( $\nu=12$ ,  $\nu=17$ ,  $\nu=20$ ,  $\nu=37$ ) при фиксированном  $q=5$  и начальных данных достаточно близких от положения равновесия ( $u=2.3828$ ,  $y=1.1825$ ,  $x=0.24546$ ), предлагаем студентам понаблюдать перестройку в режимах работы лазера и классифицировать особую точку.

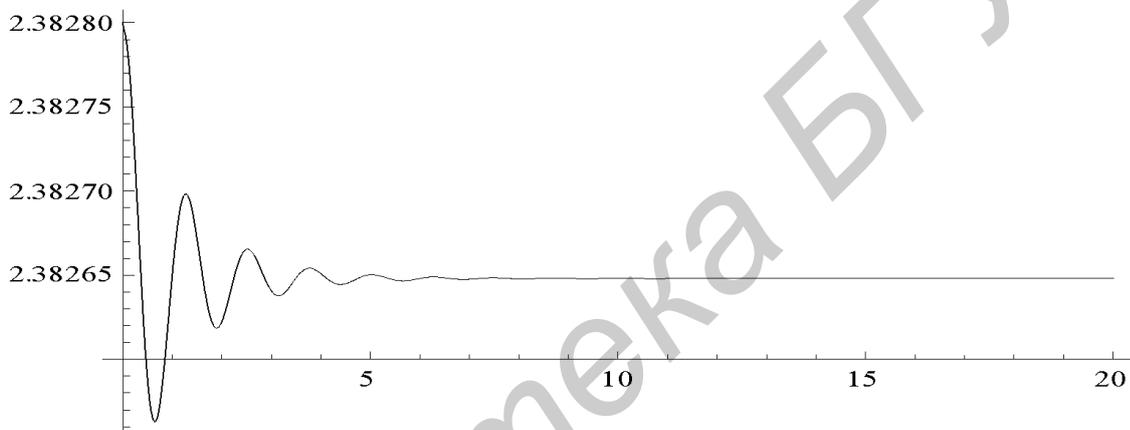


Рис.1.  $\nu=12$ . Особая точка является устойчивым фокусом. Затухающие колебания на небольшом временном интервале.

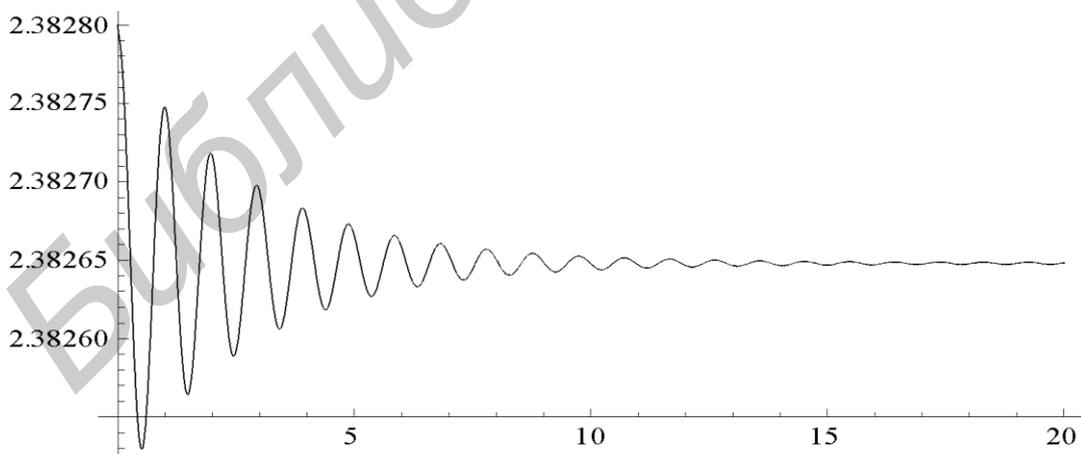


Рис.2.  $\nu=20$ . Особая точка является устойчивым фокусом. Затухающие колебания на значительно большем временном интервале.

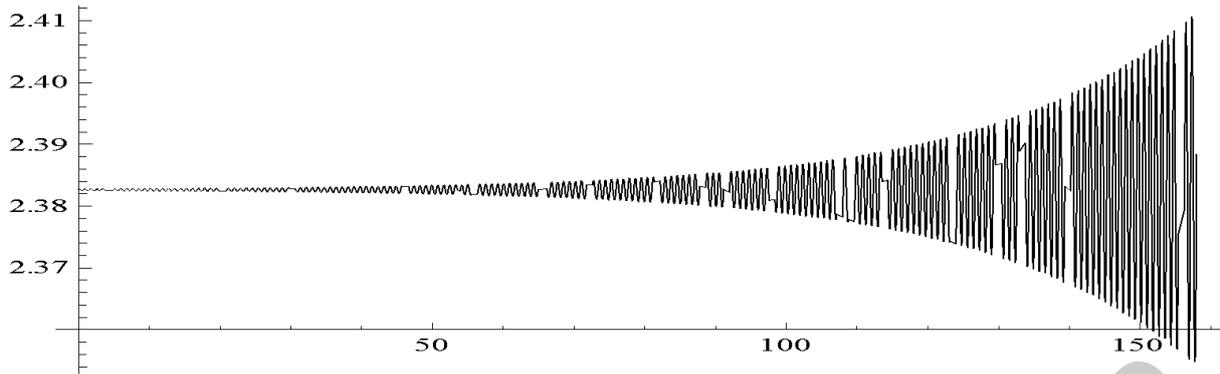


Рис.3.  $\nu=27$ . Особая точка является неустойчивым фокусом. Амплитуда колебаний резко увеличивается с течением времени.

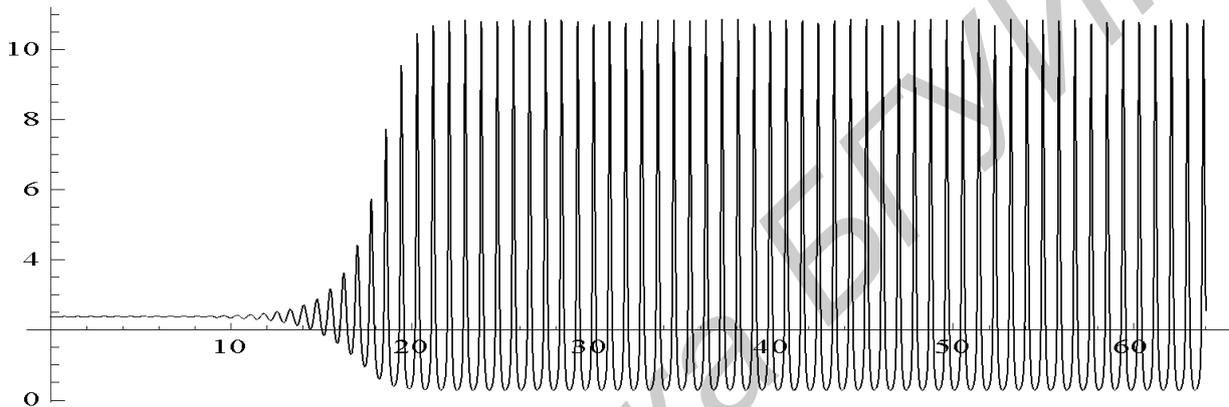


Рис.4.  $\nu=37$ . Особая точка является неустойчивым фокусом. Имеет место выход на режим автоколебаний.

Из приведенных рисунков наглядно влияние параметра  $\nu$ . Одна и та же особая точка меняет характер устойчивости с ростом  $\nu$ . Квантовый генератор может работать как в режиме стационарной генерации с предшествующими пульсациями, так и в режиме автоколебаний, что соответствует устойчивому предельному циклу. Такой пример для студентов поучителен и тем, что наглядно показывает широкие возможности теоретических прогнозов без дорогостоящих созданий экспериментальных образцов оптических квантовых генераторов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ранцевич, В.А. Методика применения качественной теории дифференциальных уравнений к моделированию режимов работы лазера с просветляющим фильтром/ В.А.Ранцевич, В.Б.Ранцевич // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: збірник наукових праць. Випуск ІХ. –Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2011. -625с.