

УДК 004.42:519.872.1

# ПРОГРАММНОЕ СРЕДСТВО ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ КАЧЕСТВЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ МНОГОКАНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ОТКАЗАМИ

*Деревяго А.С., студент гр. 281072*

*Институт информационных технологий  
Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники  
г. Минск, Республика Беларусь*

*Климов С.М. – старший преподаватель кафедры ИСиТ*

**Аннотация.** В статье рассматривается разработка программного средства для исследования многоканальных систем массового обслуживания с отказами типа G/G/c/c. Актуальность работы обусловлена ограничениями аналитических методов при анализе систем с произвольными распределениями. В основе решения лежит ядро дискретно-событийного имитационного моделирования, реализованное на базе асинхронной клиент-серверной архитектуры. Программа поддерживает использование эмпирических данных и включает алгоритмы оптимизации числа каналов по критериям затрат и качества обслуживания. Адекватность модели подтверждена верификацией по формуле Эрланга В. Практическая ценность доказана внедрением в производственные процессы для планирования операционной нагрузки.

**Ключевые слова.** Система массового обслуживания, имитационное моделирование, G/G/c/c, дискретно-событийное моделирование, оптимизация ресурсов, вероятность отказа, веб-приложение, планирование ресурсов.

## Введение.

Системы массового обслуживания с отказами широко применяются для описания процессов, в которых обслуживание запроса возможно только при наличии свободного ресурса. К таким системам относятся колл-центры, веб-серверы, телекоммуникационные каналы, производственные участки и сервисные платформы. В подобных условиях поступившая заявка при отсутствии свободного канала не становится в очередь, а немедленно отклоняется. Для проектирования и эксплуатации таких систем необходимо оценивать вероятность отказа, загрузку ресурсов, пропускную способность и выбирать рациональное число каналов обслуживания [1].

Классические аналитические методы теории массового обслуживания позволяют получать точные результаты лишь для ограниченного числа моделей. Наиболее известным примером является формула Эрланга В, применимая к системе M/M/c/c, где межприходные интервалы и время обслуживания подчиняются экспоненциальному закону [2]. Однако в реальных процессах эти предположения нередко нарушаются: поток обращений может быть более регулярным или, наоборот, более вариативным, а длительность обслуживания часто описывается неэкспоненциальными распределениями. В таких случаях исследование систем типа G/G/c/c целесообразно проводить средствами имитационного моделирования [3].

Целью работы является разработка программного средства в виде веб-приложения для исследования качественных характеристик многоканальной системы массового обслуживания с отказами, а также для решения прикладной задачи подбора числа каналов обслуживания по заданным критериям.

## Сравнительный анализ существующих подходов.

Для выбора направления разработки был проведён анализ существующих инструментов исследования систем массового обслуживания. К ним относятся библиотеки имитационного моделирования, специализированные аналитические калькуляторы и комплексные коммерческие пакеты. Результаты краткого сравнения приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Сравнение существующих подходов к исследованию СМО

| №п/п | Решение             | Поддержка произвольных распределений | Наличие готового веб-интерфейса | Средства оптимизации | Основные ограничения                              |
|------|---------------------|--------------------------------------|---------------------------------|----------------------|---------------------------------------------------|
| 1    | SimPy               | Да                                   | Нет                             | Нет                  | Требует навыков программирования                  |
| 2    | Онлайн-калькуляторы | Нет                                  | Да                              | Ограниченно          | Работают только для частных аналитических случаев |
| 3    | AnyLogic, Arena     | Да                                   | Ограниченно                     | Да                   | Высокая стоимость и избыточность для узкой задачи |
| 4    | Разработанное ПО    | Да                                   | Да                              | Да                   | Ориентировано на класс G/G/c/c                    |

Как видно из таблицы 1, ни одно из распространённых решений не сочетает одновременно поддержку систем G/G/c/c, доступность для неподготовленного пользователя, веб-ориентированность и специализированные алгоритмы оптимизации под задачи ресурсного планирования. Это определяет актуальность разработки собственного программного средства.

#### **Математическая модель и метод моделирования.**

В работе рассматривается многоканальная система массового обслуживания с отказами типа G/G/c/c. Первый символ G означает произвольный закон распределения межприходных интервалов, второй – произвольный закон распределения времени обслуживания, третий символ задаёт число параллельных каналов обслуживания, а четвёртый – общую ёмкость системы, совпадающую с числом каналов, то есть очередь отсутствует [1].

Для оценки эффективности функционирования системы в программном средстве рассчитываются следующие основные метрики:

$$P_{\text{отк}} = \frac{N_{\text{отк}}}{N}, \quad (1)$$

где  $N_{\text{отк}}$  – число отклонённых заявок;  $N$  – общее число поступивших заявок.

$$U = \frac{\sum_{i=1}^C t_i^{\text{busy}}}{CT}, \quad (2)$$

где  $t_i^{\text{busy}}$  – суммарное время занятости  $i$ -го канала;  $T$  – длительность моделирования.

$$A = \frac{N_{\text{обс}}}{T}, \quad (3)$$

где  $N_{\text{обс}}$  – число успешно обслуженных заявок.

Для исследования систем выбран метод дискретно-событийного имитационного моделирования. Его применение позволяет описывать поведение системы как последовательность событий двух основных типов: прибытие заявки и завершение обслуживания. Время в модели продвигается скачками от одного события к другому, а текущее состояние определяется числом занятых каналов, содержимым календаря событий и накопленной статистикой [4].

Разработанное ядро моделирования поддерживает параметрические и эмпирические распределения случайных величин. Для задания процессов поступления и обслуживания реализована поддержка экспоненциального, равномерного, усечённого нормального, гамма-распределения, распределения Вейбулла, а также эмпирического распределения по выборке наблюдений. Это позволяет использовать программное средство как для учебных экспериментов, так и для анализа систем на основе реальных данных предприятия.

#### **Программная реализация.**

Программное средство реализовано на основе клиент-серверной архитектуры. Серверная часть разработана на языке Python с использованием FastAPI, клиентская часть – на React и TypeScript. Для хранения пользователей, конфигураций экспериментов, отчётов и фоновых задач используется СУБД PostgreSQL. Ресурсоёмкие вычисления выполняются асинхронно при помощи Celery, а Redis используется в качестве брокера сообщений и средства хранения состояния задач.

Такой подход обеспечивает разграничение ответственности между компонентами системы. Пользователь через веб-интерфейс формирует конфигурацию эксперимента, задавая число каналов, время моделирования, число репликаций, законы распределения и их параметры. После запуска расчёта запрос принимается API, проходит валидацию, затем задача ставится в очередь и выполняется в фоновом режиме без блокировки интерфейса. По завершении результаты сохраняются в базе данных и становятся доступны для последующего просмотра, повторного анализа и сравнения.

Отдельной функцией программного средства является подбор числа каналов обслуживания. Для этого реализованы два алгоритма. Первый основан на бинарном поиске минимального числа каналов, при котором вероятность отказа не превышает заданного значения. Второй реализует поиск конфигурации, минимизирующей суммарные затраты:

$$\text{Cost}(c) = C_{\text{кан}} \cdot c + C_{\text{отк}} \cdot N \cdot P_{\text{отк}}(c), \quad (4)$$

где  $C_{\text{кан}}$  – стоимость одного канала;  $C_{\text{отк}}$  – потери от одной отклонённой заявки.

Наличие указанного функционала позволяет использовать систему не только как средство исследования, но и как инструмент поддержки принятия решений при планировании ресурсов.

#### **Результаты моделирования и верификация.**

Пример страницы отчёта, формируемой разработанным программным средством по результатам имитационного моделирования, приведён на рисунке 1. На данном примере показаны агрегированные

метрики для конфигурации с тремя каналами обслуживания, экспоненциальным потоком поступления заявок с интенсивностью потока заявок  $\lambda = 5$ , интенсивностью обслуживания  $\mu = 10$  и длительностью моделирования  $T = 1000$ .

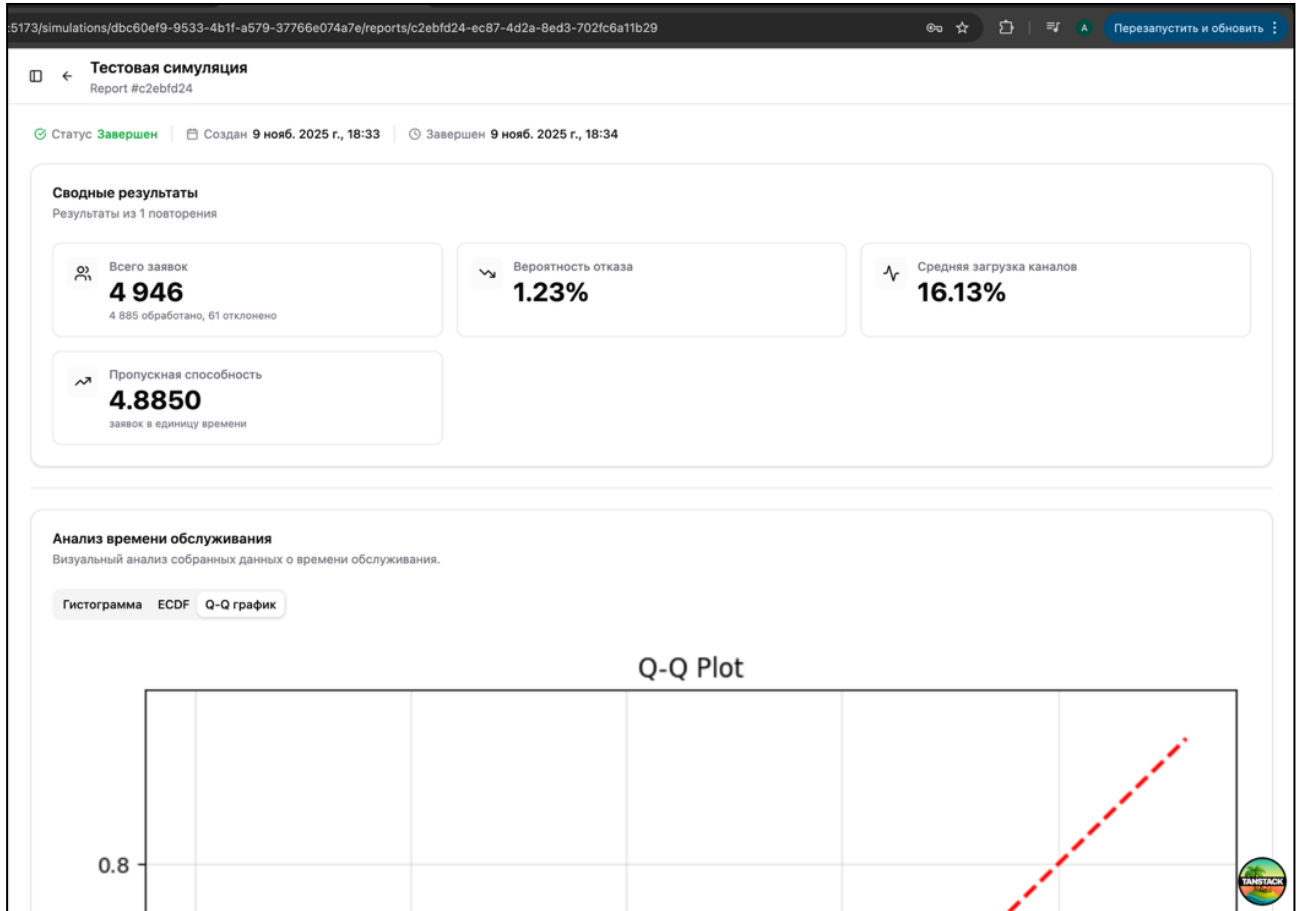


Рисунок 1 – Страница отчёта по результатам имитационного моделирования

Для указанной конфигурации, являющейся частным случаем системы  $M/M/3/3$ , возможно сопоставление результатов, полученных в программном средстве, с теоретическими оценками. В качестве теоретической вероятности отказа используется формула Эрланга В [2]:

$$P_{\text{отк}} = \frac{\frac{\rho^c}{c!}}{\sum_{k=0}^c \frac{\rho^k}{k!}}, \quad (5)$$

где  $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$  – приведённая нагрузка.

Для рассматриваемых параметров  $\rho = \frac{5}{10} = 0,5$ ,  $c = 3$ . Тогда теоретическая вероятность отказа составляет  $P_{\text{отк}} \approx 0,01266$  или 1,266%. Теоретическая абсолютная пропускная способность определяется как:

$$A = \lambda(1 - P_{\text{отк}}), \quad (6)$$

а средняя нагрузка каналов – как:

$$U = \frac{A}{c\mu}, \quad (7)$$

Результаты сопоставления теоретических значений и фактических данных, полученных в программном средстве, приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Сопоставление теоретических и симуляционных результатов для конфигурации (М/М/3/3)

| №п/п | Показатель                                       | Теоретическое значение | Значение по симуляции |
|------|--------------------------------------------------|------------------------|-----------------------|
| 1    | Вероятность отказа, %                            | 1,266                  | 1,23                  |
| 2    | Средняя загрузка каналов, %                      | 16,46                  | 16,13                 |
| 3    | Абсолютная пропускная способность                | 4,9367                 | 4,8850                |
| 4    | Математическое ожидание числа поступивших заявок | 5000                   | 4946                  |

Как видно из таблицы 2, значения, полученные в результате симуляции, близки к теоретическим оценкам. Наблюдаемые различия объясняются стохастической природой процесса и тем, что на рисунке 1 представлен результат конкретного вычислительного прогона, а не усреднение по большой серии репликаций.

Для более наглядной оценки согласованности результатов в таблице 3 приведены абсолютные и относительные отклонения симуляционных значений от теоретических.

Таблица 3 – Отклонение результатов симуляции от теоретических оценок

| №п/п | Показатель                        | Абсолютное отклонение | Относительное отклонение, % | Вывод                              |
|------|-----------------------------------|-----------------------|-----------------------------|------------------------------------|
| 1    | Вероятность отказа                | 0,036 п.п.            | 2,83                        | Отклонение незначительно           |
| 2    | Средняя загрузка каналов          | 0,33 п.п.             | 1,98                        | Отклонение незначительно           |
| 3    | Абсолютная пропускная способность | 0,0517                | 1,05                        | Высокая близость результатов       |
| 4    | Число поступивших заявок          | 54                    | 1,08                        | Соответствует случайным колебаниям |

Приведённое сопоставление подтверждает корректность вычислительных процедур, реализованных в программном средстве. Даже для одиночного прогона наблюдается хорошее согласование между ожидаемыми характеристиками системы и результатами имитационного моделирования. При увеличении числа репликаций и длительности моделирования расхождение дополнительно уменьшается, а аналитические значения попадают в рассчитанные доверительные интервалы.

#### Оптимизация числа каналов обслуживания.

Помимо расчёта основных метрик, программное средство поддерживает автоматический подбор числа каналов обслуживания по заданному критерию. Пример результата нахождения рациональной конфигурации системы приведён на рисунке 2.

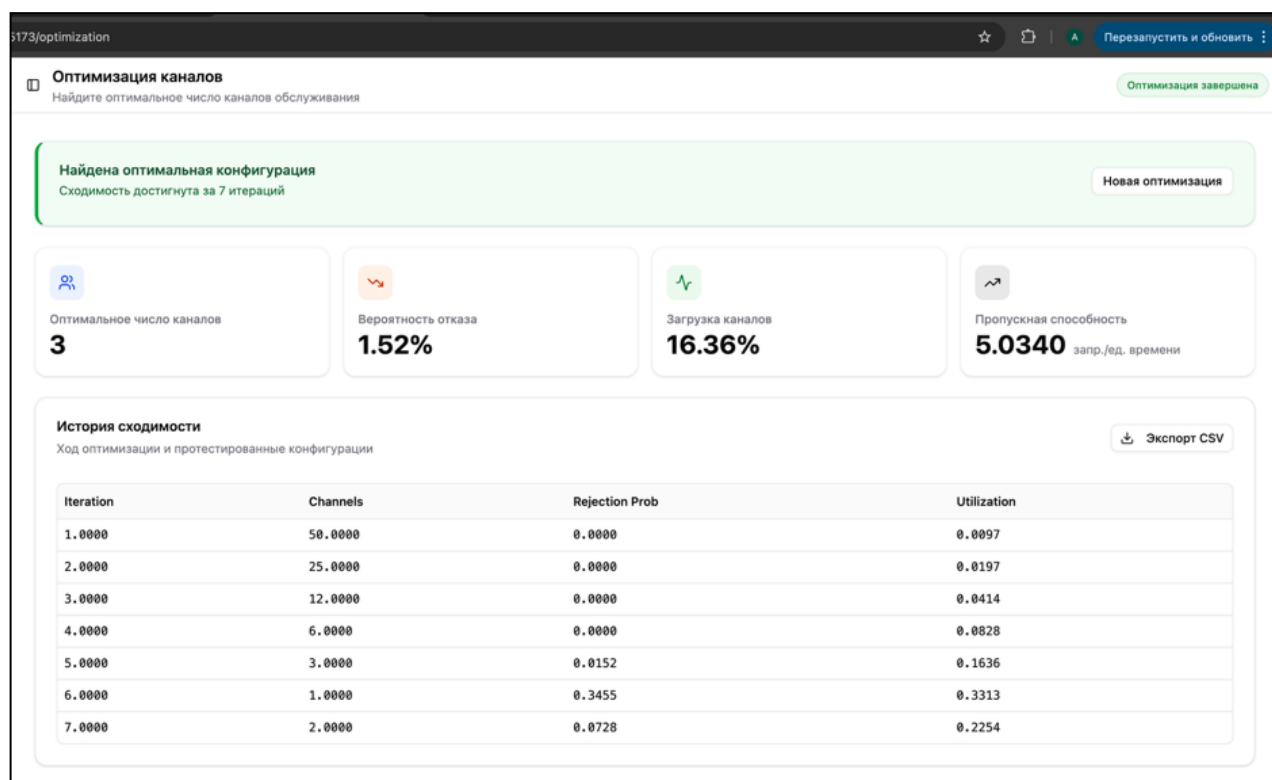


Рисунок 2 – Результат нахождения оптимальной конфигурации системы

Реализованный механизм оптимизации позволяет исследовать влияние числа каналов на вероятность отказа, загрузку ресурсов и пропускную способность, а также выбирать конфигурацию либо по критерию достижения заданного уровня качества обслуживания, либо по критерию минимизации совокупных затрат. Это расширяет область применения программного средства и позволяет использовать его не только в учебных и исследовательских целях, но и в практических задачах планирования ресурсов.

#### **Заключение.**

В статье представлено программное средство для исследования качественных характеристик многоканальных систем массового обслуживания с отказами типа G/G/c/c. Разработанное решение сочетает дискретно-событийное имитационное моделирование, поддержку произвольных и эмпирических распределений, а также алгоритмы оптимизации числа каналов обслуживания. Сопоставление результатов моделирования с теоретическими оценками для частного случая M/M/c/c подтвердило корректность реализованной модели. Практическая значимость работы заключается в возможности применения программного средства для задач анализа, планирования ресурсов и выбора рациональной конфигурации системы, а также подтверждается внедрением разработанного программного средства в деятельность организации для анализа процессов обслуживания и оценки качественных характеристик обработки заявок в условиях ограниченных ресурсов на фасовочных линиях.

#### **Список использованных источников:**

1. Kendall, D. G. *Stochastic Processes Occurring in the Theory of Queues and their Analysis by the Method of the Imbedded Markov Chain* // *The Annals of Mathematical Statistics*. – 1953. – Vol. 24, No. 3. – P. 338–354.
2. Erlang, A. K. *Solution of Some Problems in the Theory of Probabilities of Significance in Automatic Telephone Exchanges* // *Post Office Electrical Engineer's Journal*. – 1917. – Vol. 10. – P. 189–197.
3. Shortle, J. F. *Fundamentals of Queueing Theory* / J. F. Shortle, J. M. Thompson, D. Gross, C. M. Harris. – 5th ed. – Hoboken : Wiley, 2020. – 541 p.
4. Вьюненко, Л. Ф. *Имитационное моделирование : учебник и практикум для вузов* / Л. Ф. Вьюненко, М. В. Михайлов, Т. Н. Первозванская. – Москва : Юрайт, 2024. – 283 с.

UDC 004.42:519.872.1

## **SOFTWARE TOOL FOR STUDYING QUALITATIVE CHARACTERISTICS OF A SIMULATION MODEL OF A MULTI-CHANNEL LOSS QUEUEING SYSTEM**

*Dereviago A.S.*

*Institute of Information Technologies of the Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics,  
Minsk, Republic of Belarus*

*Klimov S.M. – Senior Lecturer*

**Abstract.** This paper describes the development of a software tool for the investigation of multichannel loss queueing systems of the G/G/c/c type. The study is motivated by the limitations of analytical approaches in the analysis of systems with general interarrival and service-time distributions. The proposed tool is based on a discrete-event simulation engine implemented within an asynchronous client-server architecture. It supports the use of empirical data and includes algorithms for optimizing the number of service channels according to cost and quality-of-service criteria. The model adequacy was validated through verification against the Erlang B formula. The practical value of the tool was demonstrated through its deployment in production environments for operational workload planning.

**Keywords:** queueing system, simulation modeling, G/G/c/c, discrete-event simulation, resource optimization, blocking probability, web application, capacity planning.