

УДК 621.372.512

## СИНТЕЗ ЧАСТОТНО-ИЗБИРАТЕЛЬНЫХ ЦЕПЕЙ С ВНУТРЕННИМИ НУЛЯМИ ФУНКЦИИ ПЕРЕДАЧИ

В.Н. ШАШОК

Военная академия Республики Беларусь  
Минск-57, 220057, Беларусь

Поступила в редакцию 7 мая 2015

Приведена методика синтеза фильтра-прототипа на основе модифицированной нулем передачи нарастающе-волновой аппроксимирующей функции. Показаны способы расчета номиналов элементов фильтра в зависимости от места реализации введенного нуля передачи.

*Ключевые слова:* синтез частотно-избирательных цепей, модифицированная нарастающе-волновая функция передачи, нули функции передачи.

### Введение

Задача обеспечения высокой крутизны амплитудно-частотной характеристики в переходной области частотно-избирательных цепей решается применением в качестве аппроксимирующей эллиптической функции передачи. Данная задача также может быть выполнена использованием классических аппроксимирующих функций, модифицированных нулями передачи на внутренних критических частотах ( $0 < \omega^0 < \infty$ ). Такие модифицированные функции могут применяться и при необходимости обеспечения бесконечного затухания синтезируемых частотно-избирательных цепей на заданных частотах. Синтез указанных цепей требует предварительного определения звеньев, реализующих введенные нули передачи.

При этом необходимо отметить, что критическим частотам, расположенным на полуоси  $+j\omega$ , в действительности соответствуют сопряженные с ними критические частоты на полуоси  $-j\omega$  [1]. Кроме того, введенные нули передачи  $s^0 = j\omega^0$  выбираются простыми, т.е. лежат на мнимой оси плоскости комплексной частоты.

### Синтез фильтра-прототипа на основе модифицированной функции передачи

В качестве базового при аналитическом синтезе фильтров, в том числе и активных, СВЧ, цифровых БИХ-фильтров, используется фильтр нижних частот, значения элементов которого нормированы относительно граничной частоты и волнового сопротивления источника. Именно для данного фильтра разрабатываются методики синтеза. Таким образом, свойства синтезируемых фильтров изначально определяются выбором функции передачи их фильтра-прототипа, аппроксимирующей с заданной точностью функцию передачи идеального неискажающего фильтра. Рассмотрим в качестве примера синтез фильтра-прототипа на основе аппроксимирующей нарастающе-волновой функции четвертого порядка, модифицированной введенным нулем передачи на частоте  $\omega^0 = 1,36$ ,

$$K(-s^2) = \frac{k^2}{1 - \left( \frac{j^2 - (j1,36)^2}{s^2 - (j1,36)^2} \right)^2} \cdot 0,509^2 s^2 T_{Cheb}^2(3, s) \quad (1)$$

$$= \frac{0,5^2 (0,390625 s^4 + 1,445 s^2 + 1,336336)}{1,168811805456 s^8 + 1,753217708184 s^6 + 1,048082 s^4 + 1,445 s^2 + 1,336336}$$

где  $T_{Cheb}(3, s)$  – обобщенный полином Чебышева первого рода 3 порядка;  $k = \frac{R_n}{R_c + R_n}$  – коэффициент, характеризующий уровень передачи ЭДС источника в нагрузку, в режиме согласования равный 0,5.

Выбранный коэффициент неравномерности в полосе пропускания 0,509 (1 дБ) обеспечивает внеполосное затухание не менее 20 дБ. Функция с нарастающе-волновыми свойствами позволяет синтезировать цепи с повышенной равномерностью характеристики группового времени запаздывания в большей части полосы пропускания при заданном внеполосном затухании [2]. Модификация ее нулем передачи обеспечивает в переходной области повышенную крутизну АЧХ синтезируемых цепей. Вид функции передачи мощности (1) при  $s = j\omega$  ( $\sigma = 0$ ) приведен на рис. 1.

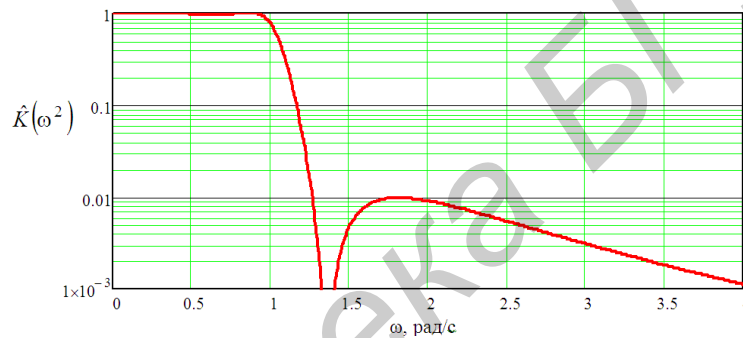


Рис. 1. Вид функции передачи мощности (1) при  $s = j\omega$

Входное сопротивление цепи с рассматриваемой функцией передачи (1) описывается выражением (см. рис. 2)

$$Z_{вх}(s) = \frac{1,040344 s^4 + s^3 + 1,74164 s^2 + 1,081078 s^2 + 0,556202}{s^3 + 0,961058 s^2 + 1,081078 s + 0,556202} \quad (2)$$

Функция сопротивления (2) на частоте  $s = j\omega$  принимает бесконечное значение (рис. 3). В данной особой точке вычет функции соответствует нормированному номиналу индуктивности  $L_1$  первой последовательно включенной ветви синтезируемого двухполюсника [1, 3]:

$$\lim_{s \rightarrow j\omega} \frac{Z_{вх}(s)}{s} = L_1 = 1,040344.$$

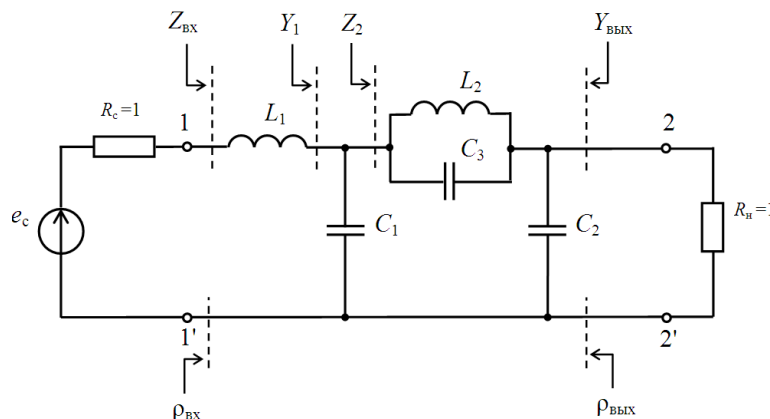


Рис. 2. Фильтр-прототип четвертого порядка с параллельным контуром в третьем звене

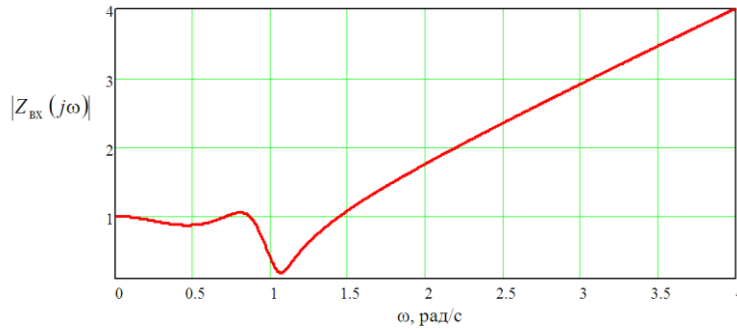


Рис. 3. Функция модуля сопротивления (4) при  $s = j\omega$

Вычитая сопротивление найденной индуктивности  $L_1$  из (2), найдем проводимость оставшейся части двухполюсника

$$Y_1(s) = \frac{1}{Z_{\text{вх}}(s) - L_1 s} = \frac{12,5s^3 + 12,01323s^2 + 13,513479s + 6,952526}{7,711831s^2 + 6,280457s + 6,952526}. \quad (3)$$

Функция проводимости (3) принимает бесконечное значение на частоте  $s = j\omega$ . По этой причине второе звено может содержать только емкость. Введенный ноль может быть реализован в третьем последовательном звене включением параллельного контура  $L_2, C_3$  (рис. 2). С учетом того, что проводимость параллельного контура на частоте  $\omega^0 = 1,36$  равна нулю, то проводимость  $Y_1$  на данной частоте определяется только емкостью  $C_1$ , т.е.

$$Y_1(j\omega^0) = C_1 j\omega^0. \quad (4)$$

Из данного равенства следует  $C_1 = 1,314134$ . Функция сопротивления

$$Z_2(s) = \frac{1}{Y_1(s) - C_1 s} = \frac{s^2 + 0,814392s + 0,90154}{0,306752s^3 + 0,487545s^2 + 0,56756s + 0,90154} \quad (5)$$

на частоте  $\omega^0 = 1,36$  имеет особую точку, в которой принимает бесконечное значение (рис. 4). Из этого следует, что в состав данного сопротивления входит слагаемое, соответствующее сопротивлению параллельного контура.

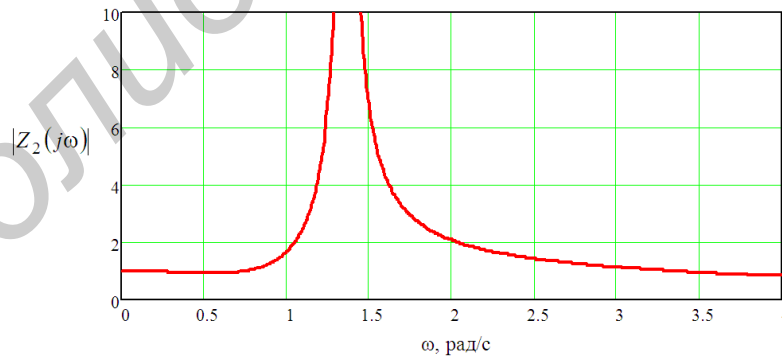


Рис. 4. Функция модуля сопротивления (5) при  $s = j\omega$

Согласно рис. 2

$$Z_2(s) = \frac{1}{C_3} \frac{s}{s^2 - (j\omega^0)^2} + \frac{1}{C_2 s + 1}, \quad (6)$$

где  $\frac{1}{C_3} \frac{s}{s^2 - (j\omega^0)^2}$  – сопротивление параллельного контура  $L_2, C_3$ .

Вычет функции (6) позволяет определить номиналы элементов контура

$$\lim_{s \rightarrow j\omega^0} \frac{Z_2(s)}{s} = \frac{1}{C_3} = 1,670643,$$

$$\frac{1}{s^2 - (j\omega^0)^2}$$

что соответствует  $C_3 = 0,598572$ .

$$\text{При этом } L_2 = \frac{1}{(\omega^0)^2 C_3} = 0,903248.$$

Определим номинал емкости  $C_2$  тем же способом, что и номинал емкости  $C_1$ . Аналогично равенству (4)

$$Y_{\text{вых}}(j\omega^0) = C_2 j\omega^0. \quad (7)$$

Фильтр является взаимным четырехполюсником и функция передачи (1) справедлива при прохождении сигнала с выхода на вход. В то же время последнее звено относительно выхода имеет сопротивление не индуктивного характера, а емкостного. Данные условия будут выполняться при соотношении коэффициентов отражения

$$\rho_{\text{вых}}(s) = -\rho_{\text{вх}}(s) = -\frac{Z_{\text{вх}}(s) - 1}{Z_{\text{вх}}(s) + 1} = \frac{\frac{1}{Z_{\text{вх}}(s)} - 1}{\frac{1}{Z_{\text{вх}}(s)} + 1} = \frac{Z_{\text{вых}}(s) - 1}{Z_{\text{вых}}(s) + 1}. \quad (8)$$

С учетом (2) и (8)

$$Y_{\text{вых}}(s) = \frac{1,040344s^4 + s^3 + 1,74164s^2 + 1,081078s^2 + 0,556202}{s^3 + 0,961058s^2 + 1,081078s + 0,556202}. \quad (9)$$

Из (7) и (9) следует  $C_2 = 0,5629074$ .

Таким образом, последовательно включенной индуктивности соответствует параллельно включенная емкость такого же номинала и наоборот. В этом заключается дуальность фильтров-прототипов. Нормированная амплитудно-частотная характеристика синтезированного фильтра-прототипа приведена на рис. 5 и ее вид соответствует заданной функции передачи мощности (1) (рис. 1). Минимальное внеполосное затухание равно заданному 20 дБ и ноль передачи реализован на частоте  $\omega^0 = 1,36$ .

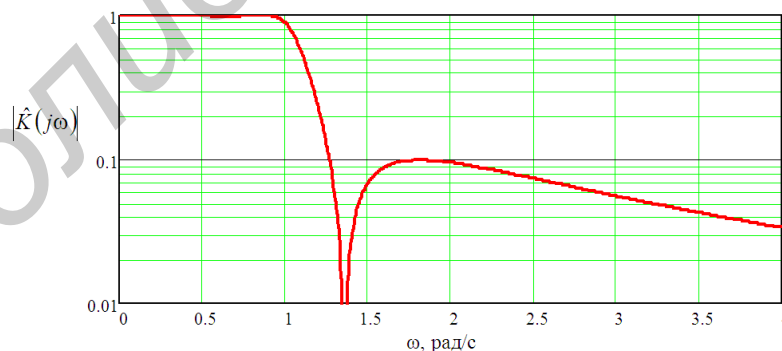


Рис. 5. Нормированная амплитудно-частотная характеристика фильтра-прототипа, синтезированного на основе функции передачи мощности (2)

В случае, когда вводимый ноль передачи реализуется включением во второе звено последовательного контура (рис. 6), номинал индуктивности  $L_1$  определяется условием  $Z_{\text{вх}}(j\omega^0) = L_1 j\omega^0$ , которое обеспечивается при  $L_1 = 0,629074$ .

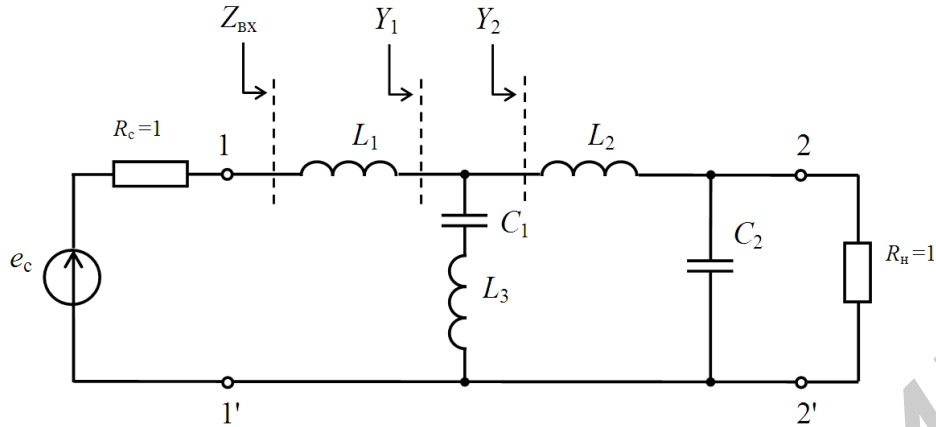


Рис. 6. Фильтр-прототип четвертого порядка с последовательным контуром во втором звене

Функция проводимости

$$Y_1(s) = \frac{1}{Z_{\text{ВХ}}(s) - L_1 s} = \frac{s^3 + 0,961058s^2 + 1,081078s + 0,556202}{0,41127s^4 + 0,395423s^3 + 1,061562s^2 + 0,731186s + 0,556202}, \quad (10)$$

описывающая трехзвенную цепь, в отличие от проводимости (3), остается функцией четвертого порядка, так как согласно рис. 6

$$Y_1(s) = \frac{(C_1 C_2 L_2 + C_1 C_2 L_3)s^3 + (C_1 L_2 + C_1 L_3)s^2 + (C_1 + C_2)s + 1}{C_1 C_2 L_2 L_3 s^4 + C_1 L_2 L_3 s^3 + (C_1 L_3 + C_2 L_2)s^2 + L_1 s + 1}.$$

Вид функции модуля проводимости (10) приведен на рис. 7.

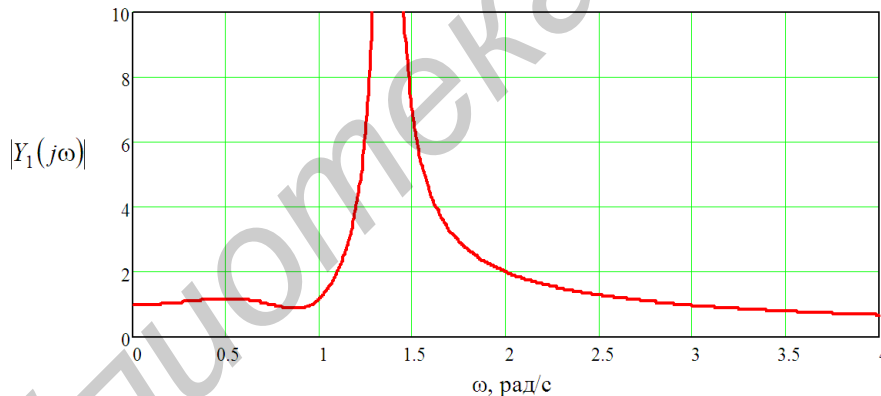


Рис. 7. Функция модуля проводимости (10) при  $s = j\omega$

Согласно рис. 6,  $Y_1(s) = \frac{1}{L_3} \frac{s}{s^2 - (j\omega^0)^2} + Y_2(s)$ , где  $\frac{1}{L_3} \frac{s}{s^2 - (j\omega^0)^2}$  – сопротивление последовательного контура  $L_3, C_1$ . Из-за наличия данного слагаемого функция проводимости (10) в точке  $\omega^0 = 1,36$  равна бесконечности. Вычет функции позволяет определить номиналы элементов последовательного контура

$$\lim_{s \rightarrow j\omega^0} \frac{Y_2(s)}{\frac{s}{s^2 - (j\omega^0)^2}} = \frac{1}{L_3} = 1,670643.$$

Из последнего выражения следует:

$$L_3 = 0,598597; \quad C_1 = \frac{1}{(\omega^0)^2 L_3} = 0,903207.$$

Равенство номиналов элементов  $L_1$ ,  $L_3$  и  $C_1$  второй схемы соответствует номиналам элементов  $C_2$ ,  $C_3$  и  $L_2$  первой схемы, подтверждает дуальность рассматриваемых фильтров-прототипов. Воспользовавшись данным свойством, найдем номиналы элементов  $L_2$  и  $C_2$  второй схемы:  $L_2 = 1,314134$ ;  $C_2 = 1,040344$ . Нормированная амплитудно-частотная характеристика синтезированного фильтра-прототипа, представленного на рис. 6 полностью соответствует характеристике, приведенной для первой схемы фильтра (рис. 5)

### Заключение

Синтез частотно-избирательных цепей на основе эллиптической функции и функций, модифицированных нулями передачи, требует предварительного определения звеньев, реализующих такие нули. По виду функции входного сопротивления синтезируемой цепи нельзя однозначно определить место включения контура, реализующего введенный ноль передачи. Функции сопротивления или проводимости цепи в точке подключения контура должны иметь на единицу больший порядок в сравнении с цепью, имеющей такое же количества звеньев, но при отсутствии контура. Применение вычета для нахождения номинала элемента звена, стоящего перед контуром, не позволяет выполнить данное условие. На фильтры-прототипы с контурами, реализующими введенные нули передачи, также распространяется свойство дуальности, что позволяет упростить процедуру расчета фильтров четных порядков.

## SYNTHESIS OF FREQUENCY-SELECTIVE RANGES WITH INTERNAL ZERO OF TRANSFER FUNCTION

V.N. SHASHOK

### Abstract

Method of prototype filter synthesis based on modified by transfer zero rising ripple approximating function is presented. The ways of calculation of rates of filter elements according to location of realization of added transfer zero are shown.

*Keywords:* synthesis of frequency-selective circuit, modified growing wave transmission function, zero of transmission function.

### Список литературы

1. Карни Ш. Теория цепей. Анализ и синтез. М., 1973.
2. Шашок В.Н. // Докл. БГУИР. 2011. № 8 (62). С. 52–58.
3. Батура М.П. Теория электрических цепей. Минск, 2007.