УДК 621.396.6 + 536.24

ОБЗОР МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ И ТРЕБОВАНИЯ К ПОСТРОЕНИЮ СЕТКИ ДЛЯ ЗАДАЧ ОХЛАЖДЕНИЯ РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ

Капельян С.В., Решетник П.В. Пискун Г.А.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Республика Беларусь, kapelyanreshetnik@gmail.com

Аннотация: выполнен обзор трёх RANS-моделей турбулентности для расчёта охлаждения ребристых радиаторов РЭА. Определены требования к расчётной сетке. Проведено сравнительное численное исследование в COMSOL Multiphysics при скоростях набегающего потока 2 и 6 м/с. Показано, что модель SST обеспечивает наилучшую точность при умеренных вычислительных затратах, тогда как k–ω требует в 1,5–4 раза больше времени счёта. Предложена методика выбора модели и параметров сетки для инженерных расчётов в диапазоне скоростей, характерных для систем воздушного охлаждения.

Ключевые слова: турбулентность, RANS-модели, ребристый радиатор, расчётная сетка, сеточная сходимость, охлаждение РЭА, скорость набегающего потока, сравнительный анализ.

I. ВВЕДЕНИЕ

Рост удельной тепловой мощности радиоэлектронной аппаратуры делает системы охлаждения критически важными. Жидкостное охлаждение предпочтительно для мощных компонентов, однако воздушные радиаторы широко применяются благодаря простоте и надёжности. Точный расчёт теплоотвода требует корректного моделирования турбулентности. Прямое численное моделирование (DNS) из-за сложности неприменимо в инженерной практике, поэтому используются подходы на основе осреднённых по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса (RANS). Целью работы является систематический обзор трёх RANS-моделей разработка методики их сравнительной оценки для ребристых радиаторов РЭА в среде COMSOL Multiphysics.

II. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ОБЗОР RANS-МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

В основе всех RANS-подходов лежит гипотеза Буссинеска о связи тензора напряжений Рейнольдса с полем осредненной скорости через турбулентную вязкость μ_t. Модели различаются по количеству решаемых уравнений переноса для определения μ_t.

а. Одноуравневая модель Спаларта–Аллмараса (SA)

Модель решает одно уравнение переноса для модифицированной турбулентной вязкости $\tilde{\nu}$ [1]. Ее преимущество – вычислительная экономичность и устойчивость на грубых сетках для пристеночных течений без отрыва. Однако она не даёт информации о кинетической энергии турбулентности k, что ограничивает её применение в сложных отрывных зонах.

б. Модель Вилкокса (k–ω)

Это двухуровневая модель, решающая уравнения для кинетической энергии турбулентности k и удельной скорости диссипации ω [2]. Модель точно разрешает вязкий подслой без пристеночных функций, что даёт хорошие профили скорости и температуры у стенок рёбер. Однако она чрезвычайно чувствительна к заданию ω на входной границе. В практике РЭА параметры обдува часто известны приближённо, поэтому использование k–ω сопряжено с риском нефизичных результатов.

в. Гибридная модель Ментера (k–ω SST)

Модель SST [3], является гибридной: она использует k–ω модель у стенки и k–ε модель в свободном потоке. Переключение реализуется через функцию смешивания F_1, зависящую от расстояния до стенки и градиентов скорости. Ключевым новшеством является ограничитель турбулентной вязкости:

$$\nu_t = \frac{0{,}31k}{\max(0{,}31\omega, \Omega F_2)} \left[{}^{м}/_{с}\right], \quad (1)$$

где Ω – модуль завихренности, $с^{-1}$; F_2 – вторая функция смешивания. Ограничитель предотвращает чрезмерное накопление ν_t в зонах с сильной деформацией среднего течения, что характерно для стандартной k–ω. Благодаря этому SST корректно моделирует как присоединённый пограничный слой на стенках, так и отрывной след за кромками рёбер, обеспечивая высокую точность прогноза

теплоотдачи [3]. Основные недостатки – повышенные требования к разрешению сетки и увеличенное время счёта примерно в 2 раза по сравнению с SA.

III. ТРЕБОВАНИЯ К ПОСТРОЕНИЮ РАСЧЕТНОЙ СЕТКИ ДЛЯ k–ω МОДЕЛЕЙ

Ключевым параметром является безразмерное расстояние до стенки

$$y^+ = \frac{\vartheta_\tau y}{\nu}, \quad (2)$$

где ϑ_τ – динамическая скорость, м/с, y – расстояние от стенки, м; ν – кинематическая вязкость, м^2/с.

Модели k–ω в своей стандартной форме являются низкорейнольдсовыми и для корректного разрешения вязкого подслоя требуют $y^+ < 1$ [3]. Это означает, что первый расчетный узел должен находиться внутри вязкого подслоя. Для проверки сеточной сходимости построены три варианта сетки с одинаковой топологией, различающиеся только глобальным коэффициентом измельчения. Количество элементов составляет: грубая – $70 \cdot 10^3$, средняя – $150 \cdot 10^3$, мелкая – $400 \cdot 10^3$. В пограничном слое необходимо не менее 15–20 ячеек, коэффициент роста ячеек менее 1,1–1,2. Для отрывных течений – локальное сгущение. Обязательна проверка сеточной сходимости: изменение термического сопротивления R□□ и перепада давления ΔP между соседними сетками менее 2 % [4].

IV. МЕТОДИКА ВЫСИЧЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА В COMSOL MULTIPHYSICS

а. Постановка задачи и численная модель

В качестве объекта исследования выбран типовой ребристый радиатор из алюминиевого сплава 6061, широко применяемый в системах воздушного охлаждения полупроводниковых приборов. Габаритные размеры основания составляют 100×80×5 мм; на верхней поверхности расположены 25 рёбер высотой 30 мм, толщиной 1 мм и шагом 4 мм. Тепловая нагрузка мощностью 50 Вт задана в виде равномерного теплового потока на нижней грани основания. Температура набегающего потока воздуха принята равной 25 °C. Скорость на входе: 2 м/с. Для оценки влияния скорости на точность моделей дополнительно проведён расчёт при скорости 6 м/с. Данное значение выбрано как верхняя граница типичных скоростей в системах принудительного воздушного охлаждения РЭА [5], при этом число Рейнольдса, рассчитанное по гидравлическому диаметру межрёберного канала, составляет $Re \approx 1{,}2 \cdot 10^3$, что соответствует развитому турбулентному режиму.

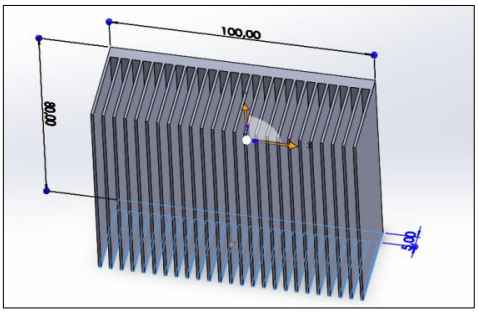
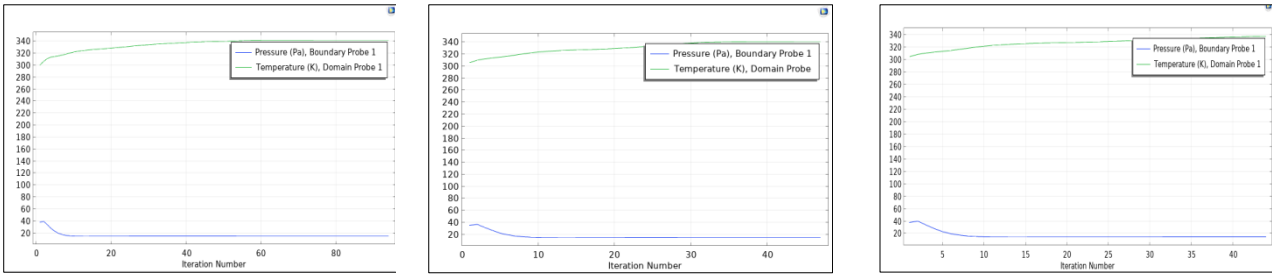


Рисунок 1. Трёхмерная геометрия радиатора с указанием основных размеров

Численное моделирование выполнено в программном комплексе COMSOL Multiphysics 6.3 с использованием модулей CFD и Heat Transfer. Сопряжённая задача решается через интерфейс Conjugate Heat Transfer, Turbulent Flow. Пространственная дискретизация выполнена методом конечных элементов на неструктурированных тетраэдральных сетках с призматическими слоями в пристеночных областях. Для аппроксимации конвективных членов использована схема второго порядка точности; связь давления и скорости реализована через метод P2–P1. Решение стационарных уравнений осуществлялось с помощью решателя Stationary Solver с использованием параллельного алгоритма PARDISO. Критерием остановки итерационного процесса служило выполнение относительной невязки менее 10^{-6}, а также стабилизация интегральных целевых функций с изменением не более 0,1 % за последние 50 итераций.

Для каждой модели использовалась автоматическая пристеночная обработка: при $y^+<1$ – низкорейнольдсовое разрешение, при грубой сетке – эмпирические функции. Это позволяет сравнивать модели при одинаковых сетках. Сеточная независимость решения проверялась на трёх последовательно сгущаемых сетках с одинаковой топологией и разным глобальным размером элементов. На мелкой сетке максимальное значение y^+ для всех моделей не превышало 0.8, что гарантирует корректное разрешение пограничного слоя для двухуравненных моделей.



(а) (б) (в)

Рисунок 2. Графики зависимости итераций от целевых функций для мелкой сетки для моделей SA (а), k-ω (б) и SST (в) при скорости 6 м/с

Сравнение результатов на мелкой сетке показывает, что модель SST обеспечивает наилучший баланс между точностью и скоростью сходимости. Её относительная погрешность по термическому сопротивлению минимальна и составляет 2,2 %. Ключевое преимущество SST заключается в существенном сокращении числа итераций, необходимых для достижения стационарного решения.

б. Анализ полученных результатов

Интегральные характеристики вычислялись из осреднённых по объёму и поверхности величин, полученных с помощью инструмента Derived Values: средней температуры твёрдого тела T_{avg} (°C), средние статические давления P_{in} и P_{out} (Па), тепловой поток на основании.

$$R_{th} = \frac{T_{avg} - 25}{50} \left[{}^{°C}/_{Вт}\right], \quad (5)$$

$$\Delta P = P_{in} - P_{out}\ [Па]. \quad (6)$$

По двум сеткам методом Ричардсона экстраполировали предельное значение R_{th}. Затем вычислили относительное отклонение каждой сетки от этого значения в процентах.

$$R_{exact} = R_{th.мелкая} + \frac{R_{th.мелкая} - R_{th.средняя}}{3} \left[{}^{°C}/_{Вт}\right], \quad (7)$$

$$\varepsilon = \frac{|R_{th} - R_{exact}|}{R_{exact}} \cdot 100\%. \quad (8)$$

Таблица 1. Результаты численного моделирования для скоростей 2 и 6 м/с

Модель	Сетка	R_{th}, °C/Вт		ΔP, Па		Время, ч		y^+_{max}		Ошибка ε, %	
		2 м/с	6 м/с	2 м/с	6 м/с	2 м/с	6 м/с	2 м/с	6 м/с	2 м/с	6 м/с
SA	Грубая	1,59	1,05	1,65	12,2	0,18	0,28	42,5	45,2	24,7	22,1
	Средняя	1,42	0,95	2,13	14,6	0,52	0,61	19,8	22,8	12,1	10,9
	Мелкая	1,31	0,88	2,85	16,9	1,76	1,22	10,9	11,5	5,1	2,8
k–ω	Грубая	1,52	1,02	1,85	12,7	0,21	0,35	48,3	48,6	25,5	21,8
	Средняя	1,39	0,92	2,36	14,9	0,41	1,82	21,5	24,5	14,2	10,5
	Мелкая	1,26	0,86	3,13	16,9	5,67	5,07	10,6	12,2	5,5	2,6
SST	Грубая	1,46	0,99	1,95	11,8	0,46	0,42	35,9	39,5	30,4	19,2
	Средняя	1,28	0,91	2,61	14,3	1,54	1,75	15,2	19,8	14,8	8,9
	Мелкая	1,16	0,86	3,42	16,6	3,58	4,91	7,9	9,8	3,7	2,2

Анализ данных из таблицы 1 позволяет сделать следующие выводы:

1. Для всех моделей наблюдается монотонное уменьшение R_{th} при сгущении сетки. При увеличении скорости с 2 до 6 м/с величина R_{th} снижается на 25-30 %. Переход от грубой к средней сетке даёт наибольшее изменение, тогда как от средней к мелкой – менее 10 %, что свидетельствует о достижении

сеточной сходимости. Модель SST показывает наименьшую чувствительность к сетке, что подтверждает её устойчивость.

2. На мелкой сетке модель SST обеспечивает минимальную относительную погрешность при обеих скоростях. Однако все три модели дают приемлемую точность на мелкой сетке, но SST отличается наименьшей чувствительностью к скорости и размеру сетки. Вычислительные затраты модели k–ω существенно выше и в 1,5–4 раза превышает время для SST. Следовательно, модель k–ω является наименее эффективной с инженерной точки зрения.

3. Даже на мелкой сетке значения y^+_{max} составляют 8–12, что превышает рекомендованные значения для низкорейнольдсовых моделей. Это объясняется использованием автоматических пристеночных функций в COMSOL при недостаточном разрешении пограничного слоя. Однако, поскольку все модели рассчитывались на сетках с одинаковой топологией и последовательным измельчением, сравнение моделей между собой корректно.

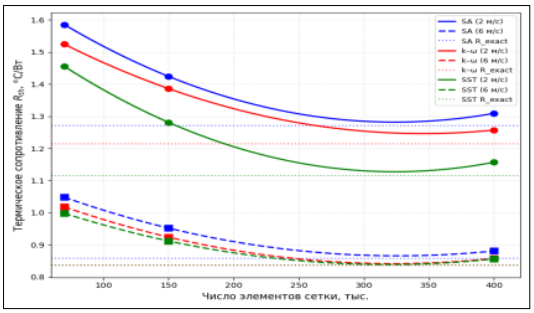


Рисунок 3. Сеточная сходимость Rth для трёх моделей турбулентности

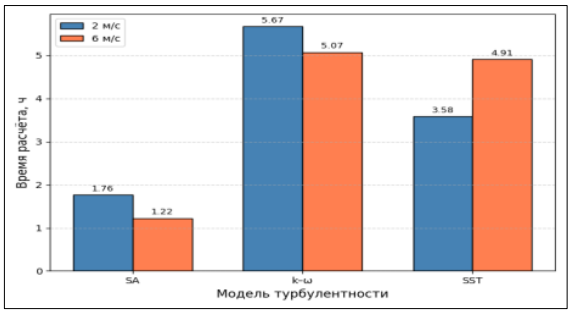


Рисунок 4. Гистограмма времени расчёта для трёх моделей на мелкой сетке

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённое исследование трёх RANS-моделей для охлаждения ребристого радиатора в диапазоне скоростей 2 и 6 м/с показало, что модель SST обеспечивает наилучший баланс точности и вычислительных затрат. Модель SA уступает по точности, но экономична; модель k–ω даёт точность, сопоставимую с SST, однако требует значительно большего времени счёта, что делает её нецелесообразной. Для корректных результатов необходим контроль $y^+<1$ и проверка сеточной сходимости; на грубых сетках автоматические пристеночные функции могут занижать точность. Рекомендуется использовать SST как базовую модель для инженерных расчётов, а SA – для быстрых предварительных оценок. Предложенная методика может служить стандартом при выборе сеточных параметров и моделей турбулентности в задачах терморегулирования РЭА.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Spalart, P. R., Allmaras, S. R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // AIAA Paper 92-0439. 1992.

[2] Wilcox, D. C. Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models // AIAA Journal. 1988. Vol. 26, No 11. P. 1299–1310.

[3] Menter, F. R. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications // AIAA Journal. 1994. Vol. 32, No 8. P. 1598–1605.

[4] Bardina, J. E., Huang, P. G., Coakley, T. J. Turbulence Modeling Validation, Testing, and Development // NASA TM-110446. 1997.

[5] Пискун Г.А., Алексеев В.Ф., Беликов А.Н., Рыбаков Д.Г. Моделирование отведения тепловой энергии от процессоров при помощи кулеров воздушного охлаждения // Доклады БГУИР. – 2023. – Т. 21, № 4. – С. 54–62.

REVIEW OF TURBULENCE MODELS AND MESH GENERATION REQUIREMENTS FOR ELECTRONIC COOLING APPLICATIONS

S. V. Kapelyan, P. V. Reshetnik, G.A. Piskun

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Republic of Belarus,
kapelyanreshetnik@gmail.com

Abstract: a review of three RANS turbulence models for simulating the cooling of finned heat sinks in electronic equipment. The requirements for the computational mesh are defined. A comparative numerical study was conducted using COMSOL Multiphysics at inlet flow velocities of 2 and 6 m/s. It is shown that the SST model provides the best accuracy at a moderate computational cost, whereas the k–ω model requires 1.5 to 4 times more computation time. A methodology for selecting the turbulence model and mesh parameters for engineering calculations within the velocity range typical for air-cooling systems is proposed.

Keywords: turbulence, RANS models, finned heat sink, computational mesh, mesh convergence, electronic equipment cooling, inlet flow velocity, comparative analysis.