Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники»

Факультет компьютерного проектирования

Кафедра электронной техники и технологии

Г. М. Шахлевич, М. В. Тумилович, А. М. Стасишина

МАТЕРИАЛЫ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕХНИКИ. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

Рекомендовано УМО по образованию в области информатики и радиоэлектроники в качестве пособия для специальностей 6-05-0713-02 «Электронные системы и технологии», 6-05-0713-06 «Электронное машиностроение»

Минск БГУИР 2026

УДК 620.22(076.5)
ББК 30.3я73
Ш31

Р е ц е н з е н т ы:

кафедра технологии металлов учреждения образования
«Белорусский государственный аграрный технический университет»
(протокол № 14 от 02.06.2025);

профессор кафедры «Порошковая металлургия, сварка и технология материалов» Белорусского национального технического университета
член-корреспондент НАН Беларуси, доктор технических наук, профессор
Ф. И. Пантелеенко

Шахлевич, Г. М.

Ш31 Материалы электронной техники. Практические занятия : пособие / Г. М. Шахлевич, М. В. Тумилович, А. М. Стасишина. – Минск : БГУИР, 2026. – 63 с.

ISBN 978-985-543-905-0.

Включает в себя практические занятия по основным разделам дисциплины: «Химическая связь и строение твердых тел», «Определение кристаллической структуры вещества по рентгенограммам», «Основы теории сплавов», «Механические, электрофизические и магнитные свойства материалов», «Проводниковые, полупроводниковые, диэлектрические и магнитные материалы».

Предназначено для закрепления теоретических знаний студентов, полученных ими на аудиторных занятиях и в процессе самостоятельного изучения дисциплины, приобретения навыков расчета свойств материалов электронной техники.

УДК 620.22(076.5)
ББК 30.3я73

ISBN 978-985-543-905-0

© Шахлевич Г. М., Тумилович М. В., Стасишина А. М., 2026
© УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», 2026

СОДЕРЖАНИЕ

Практическое занятие № 1. СТРОЕНИЕ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ 4

Практическое занятие № 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДАМИ РЕНТГЕНОСТРУКТУРНОГО АНАЛИЗА 11

Практическое занятие № 3. КОМПОНЕНТНЫЙ И ФАЗОВЫЙ АНАЛИЗ ДИАГРАММ СОСТОЯНИЯ ДВОЙНЫХ СПЛАВОВ 19

Практическое занятие № 4. РАСЧЕТ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ 28

Практическое занятие № 5. РАСЧЕТ ОСНОВНЫХ ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОВОДНИКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ 37

Практическое занятие № 6. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ 46

Практическое занятие № 7. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ 52

Практическое занятие № 8. РАСЧЕТ ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МАГНИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ 57

Список использованных источников 62

Практическое занятие № 1

СТРОЕНИЕ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

1.1. Необходимые теоретические сведения и расчетные формулы

Существует четыре основных вида химической связи: ионная (гетерополярная), ковалентная (гомополярная), металлическая и молекулярная. Первые три называются первичными, так как они относительно прочные и возникают вследствие обмена или объединения валентных электронов. Число находящихся в связи соседних ионов называется *координационным.*

Полная энергия ионной связи:

$$E_i = \frac{Z_1 \cdot Z_2 \cdot e^2}{a} + \frac{b}{a^n}, \qquad (1.1)$$

где Z_1 и Z_2 – заряды взаимодействующих ионов;

a – расстояние между ними;

b – константа сил отталкивания;

$6 < n < 12$ (b и n определяются экспериментально).

Силы, возникающие между разноименно заряженными ионами:

$$F = \frac{dE}{da} = -\frac{Z_1 \cdot Z_2 \cdot e^2}{a^2} - n\frac{b}{a^{n+1}}. \qquad (1.2)$$

В ионных бинарных соединениях устойчивы только кристаллические решетки, в которых меньший по размеру катион (положительный заряд) окружен более крупными анионами (отрицательный заряд), т. е. координационное число зависит от соотношения их радиусов.

Ковалентная связь – направленная, так как образуется за счет спаривания электронов соседних атомов. Координационное число в таких кристаллах зависит также от валентности атомов.

Полное кристаллографическое описание кристалла дают форма и размеры элементарной ячейки, а также распределение в ней частиц вещества.

Элементарная ячейка строится на векторах элементарных трансляций a, b и c и представляет собой наименьший объем кристалла, обладающий всеми его свойствами. В общем случае ее характеризуют, кроме векторов a, b и c, три угла между ними α, β, γ.

Координационное число (К) указывает на число атомов, расположенных на ближайшем одинаковом расстоянии от любого атома в решетке.

Базис решетки n – количество атомов, приходящихся на одну элементарную ячейку.

Плотность упаковки Q атомов в кристаллической решетке – это объем, занятый атомами, которые условно рассматриваются как жесткие шары.

В табл. 1.1 показана взаимосвязь между видом химической связи и кристаллическим строением твердых тел.

Таблица 1.1

Взаимосвязь между видом химической связи и кристаллическим строением

Особенности кристаллической решетки	Вид химической связи			
	Молекулярная	Ионная	Ковалентная	Металлическая
Частицы в узлах решетки	Молекулы	Катионы и анионы	Атомы	Катионы и атомы металлов
Характер связи между частицами	Силы межмолекулярного взаимодействия	Ионные связи	Ковалентные связи	Металлическая связь
Прочность связи	Слабая	Прочная	Очень прочная	Разной прочности
Отличительные физические свойства веществ	Легкоплавкие или возгоняющиеся, низкой твердости, многие растворимы в воде	Тугоплавкие, твердые, многие растворимы в воде. Растворы и расплавы электропроводны	Тугоплавкие, очень твердые, практически нерастворимы в воде	Высокая электро- и теплопроводность, металлический блеск
Примеры веществ	Йод, вода, сухой лед	Хлорид натрия, гидроксид калия, нитрат бария	Алмаз, кремний, бор, германий	Медь, калий, цинк, железо

Уравнение плоскости, пересекающей оси *x, y, z* кристаллической решетки в точках *u, v, w*:

$$\frac{x}{u}+\frac{y}{v}+\frac{z}{w}=1,$$

отсюда

$$h\cdot x+k\cdot y+l\cdot z=1, \qquad (1.3)$$

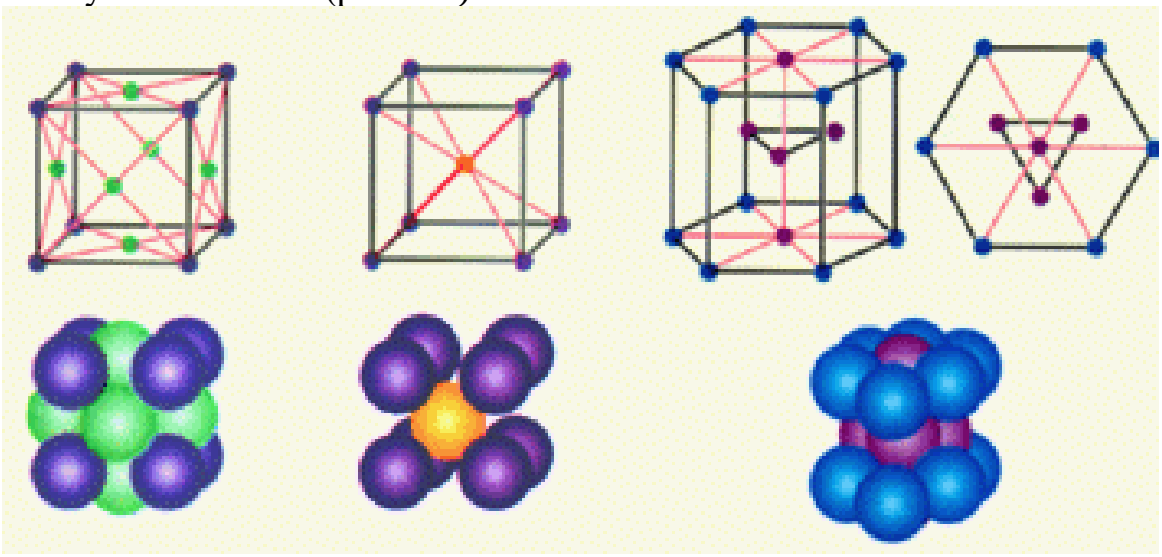
где *h, k, l* – числа, обратные величине отрезков, отсекаемых плоскостью на соответствующих осях, называемые *индексами Миллера.* Индексами (*h, k, l*) обозначают как отдельную плоскость, так и набор параллельных плоскостей.

Для задания направления в кристалле выбирается прямая, проходящая через начало координат и первый узел, лежащий на этой прямой. То есть направление [*hkl*] определяется как набор наименьших целых чисел, пропорциональных длинам векторов, направленных вдоль осей элементарной ячейки, которые в сумме составляют вектор этого направления. В кубических кристаллах направление перпендикулярно плоскости, имеющей те же индексы (*hkl*).

Совокупность физически эквивалентных направлений (семейство направлений) обозначается как <*hkl*>, а плоскости, эквивалентные по

характеру симметрии (например, шесть граней куба), составляют семейство плоскостей и обозначаются $\{hkl\}$.

Большинство металлов и сплавов кристаллизуется в высокосимметричных решетках с плотной упаковкой атомов: кубических объемноцентрированных (ОЦК), гранецентрированных (ГЦК) и гексагональных плотных упаковок ГПУ (рис. 1.1).



а *б* *в*

Рис. 1.1. Типы кристаллических решеток металлов и сплавов:
а – ГЦК; *б* – ОЦК; *в* – ГПУ

Число атомов, содержащихся в объеме вещества массой m:

$$n = \frac{m \cdot N_A}{A}, \tag{1.4}$$

где N_A – число Авогадро;

A – атомная, или молекулярная масса.

Объем элементарной ячейки:

кубическая сингония $V = a^3;$ (1.5)

гексагональная сингония $V = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 c,$ (1.6)

где a и c – параметры решетки.

Число элементарных ячеек в одном моле кристалла:

$$Z_m = \frac{V_m}{V}, \text{ или } Z_m = \frac{kN_A}{n}, \tag{1.7}$$

где k – число одинаковых атомов в химической формуле соединения;

n – число атомов, приходящихся на элементарную ячейку (базис решетки).

Число элементарных ячеек в единице объема кристалла

$$Z = \frac{Z_m}{V_m}, \text{ или } Z = \rho \frac{kN_A}{nM}. \quad (1.8)$$

Концентрация точечных дефектов по Френкелю и Шоттки

$$n_{\Phi} = \sqrt{N \cdot N'} \cdot \exp(-\frac{W_{\Phi}}{2kT});$$
$$n_{Ш} = N \cdot \exp(-\frac{W_{Ш}}{kT}), \quad (1.9)$$

где N и N' – концентрации узлов и междоузлий в решетке;

W_{Φ} и $W_{Ш}$ – энергии образования соответствующего дефекта.

1.2. Примеры решения задач

Задача 1.1. Пара противоположно заряженных двухвалентных ионов находится в связи на равновесном расстоянии a = 0,24 нм. Показатель степени в выражении для энергии отталкивания n = 9. Найти энергию разделения ионов.

Решение

В состоянии равновесия при a = 0,24 нм силы притяжения и отталкивания уравновешены: $F = \frac{dE}{da} = -\frac{Z_1 \cdot Z_2 \cdot e^2}{a^2} - n\frac{b}{a^{n+1}} = 0$.

Получаем $\frac{4e^2}{a^2} = \frac{9b}{a^{10}}$ и $b = \frac{4a^8e^2}{9}$, тогда

$$E_{\infty} - E_o = 0 - \left[-\frac{4e^2}{a} - \frac{4a^8e^2}{9a^9} \right] = \frac{32e^2}{9a} = \frac{32\left(1{,}6 \cdot 10^{19}\right)^2}{9 \cdot 0{,}24 \cdot 10^{-9}} = 38 \cdot 10^{-29} \text{ Дж}.$$

Задача 1.2. Каждая С-С-связь в кристалле алмаза имеет энергию $W_{св}$ = = 3,7 эВ. Сколько энергии необходимо затратить для испарения m = 0,1 г алмаза?

Решение

Число атомов в объеме вещества массой m выражается через число Авогадро $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{26}$ (кг · моль)$^{-1}$ и молярную массу M (для углерода M = 12):

$$n = \frac{m \cdot N_A}{M} = \frac{0{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{26}}{12} = 5 \cdot 10^{21}.$$

Каждый атом углерода в ковалентном алмазе участвует в четырех связях, но поскольку испарение происходит с поверхности вещества, необходимо

разорвать в среднем две связи. Поэтому для испарения необходима энергия (одновременно переводим электровольты в Джоули):

$$W_{\text{исп}} = 2n \cdot W_{\text{св}}(\text{эВ}) \cdot e(\text{Кл}) = 2 \cdot 5 \cdot 10^{21} \cdot 3,7 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 5920\,\text{Дж}.$$

Задача 1.3. Удельная поверхностная энергия стекла при температуре 650 °С равна e_S = 0,3 Дж·м$^{-2}$. Какая энергия ΔE выделится при сфероидизации нити длиной l = 0,1 м и диаметром $d = 2 \cdot 10^{-5}$ м.

Решение

Объем нити $V_{\text{Н}} = \pi r^2 \cdot l$, а шара $V_{\text{Ш}} = \frac{4}{3}\pi R^3$. Поскольку $V_{\text{Н}} = V_{\text{Ш}}$:

$$\pi r^2 \cdot l = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad \text{и} \quad R = \sqrt[3]{\frac{3}{4} r^2 l} \approx 2 \cdot 10^{-4}\ \text{м}.$$

Площадь поверхности нити $S_{\text{Н}} \approx 2\pi r \cdot l$, а шара $S_{\text{Ш}} = 4\pi R^2$.

При сфероидизации выделится энергия, равная разности их поверхностных энергий

$$\Delta E = E_{\text{Н}} - E_{\text{Ш}} = e_S \cdot S_H - e_S \cdot S_{\text{Ш}} = e_S(2\pi \cdot r \cdot l - 4\pi \cdot R^2) = 2\pi \cdot e_S(r \cdot l - 2R^2) =$$
$$= 2 \cdot 3,14 \cdot 0,3(10^{-6} - 2 \cdot 4 \cdot 10^{-8}) = 1,7 \cdot 10^{-6}\,\text{Дж}.$$

Задача 1.4. Вычислите изменение объема железа при его полиморфном превращении, если радиусы атомов Fe в плотной объемноцентрированной упаковке $r_{\text{ОЦК}}$ = 0,1241 нм, а в гранецентрированной – $r_{\text{ГЦК}}$ = 0,127 нм.

Решение

Определим размеры элементарных ячеек железа:

– в элементарной ГЦК-ячейке (см. рис. 1.1, *а*) содержится $\frac{1}{8} \cdot 8 + \frac{1}{6} \cdot 6 = 4$ атома, а в ОЦК-ячейке (см. рис. 1.1, *б*) $\frac{1}{8} \cdot 8 + 1 = 2$ атома;

– на диагонали грани ГЦК-ячейки, равной $a\sqrt{2}$, размещается 2 атома, т. е.

$$a\sqrt{2} = 4R \quad \text{и} \quad a_{\text{ГЦК}} = \frac{4R_{\text{ГЦК}}}{\sqrt{2}};$$

– на пространственной диагонали длиной $a\sqrt{3}$ ОЦК-ячейки также должно расположиться два атома, следовательно $a_{\text{ОЦК}} = \frac{4R_{\text{ОЦК}}}{\sqrt{3}}$.

$$V_{\text{ГЦК}} = a^3_{\text{ГЦК}} = (4R_{\text{ГЦК}} / \sqrt{2})^3 = (4 \cdot 0,127 / \sqrt{2})^3 = 0,0462\ \text{нм}^3.$$

Тогда

$$V_{\text{ОЦК}} = a_{\text{ОЦК}}^3 = (4R_{\text{ОЦК}}/\sqrt{3})^3 = (4 \cdot 0{,}1242/\sqrt{3})^3 = 0{,}04694 \text{ нм}^3.$$

Относительное изменение объема железа при полиморфном превращении

$$\Delta V/V_{\text{ОЦК}} = (0{,}04694 - 0{,}0462)/0{,}0462 = 1{,}6 \text{ об. \%}.$$

Задача 1.5. Вычислите концентрацию свободных электронов в алюминии, имеющем ГЦК-решетку с периодом a = 0,4041 нм, если на каждый атом приходится три электрона.

Решение

В ГЦК-решетке на одну элементарную ячейку (см. задачу 1.4) приходится 4 атома, поэтому количество атомов в единице объема

$$n = 4/a^3 = \frac{4}{(0{,}4041 \cdot 10^{-9})^3} = 6{,}06 \cdot 10^{28} \text{м}^{-3},$$

а концентрация электронов $n_e = 3n = 18{,}18 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$.

Задача 1.6. Вычислите период кристаллической решетки меди, если ее плотность d = 8920 кг/м^3, элементарная ячейка – ГЦК. Какой объем приходится на один атом?

Решение

Рентгеновская плотность следующим образом связана с периодом кубической решетки: $d = km/a^3$, где m – масса атома; k – число атомов в элементарной ячейке.

В ГЦК-ячейке k = 4. Учитывая, что $m = \frac{A}{N_A}$, атомный вес Cu A = 63,54,

$$a = \sqrt[3]{\frac{k \cdot A}{d \cdot N_A}} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 63{,}54}{8920 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{26}}} = 3{,}72 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 0{,}372 \text{ нм}.$$

1.3. Задачи для самостоятельного решения

1. Сколько атомов располагается на 1 мм^2 плоскостей (100) и (111) ГЦК-свинца, если минимальное межатомное расстояние в его решетке равно 0,35 нм?

Ответ: $8{,}2 \cdot 10^{12}$ и $9{,}5 \cdot 10^{12}$.

2. В молекуле воды угол связи $H – O – H$ равен 104,5º, а расстояние между ионами $O^{2–}$ и H^{+} – 0,107 нм. Вычислить электрический дипольный момент молекулы, предполагая связь О и Н ионной.

Ответ: $6{,}2 \cdot 10^{-29}$ Кл·м.

3. Расстояние между ближайшими атомами в ОЦК-решетке вольфрама равно 0,2737 нм. Найти плотность материала (считать, что структура плотноупакованная).

Ответ: 19 350 кг/м^3.

4. Ион фтора имеет радиус 0,133 нм. Каков радиус наименьшего одновалентного, положительного иона, который может соседствовать с 6-ю ионами фтора? Рассматривать предельный случай «касания» анионов.

Ответ: 0,059 нм.

5. При температуре, на 10 К меньшей температуры плавления алюминия ($T_{пл}$ = 933 К), на долю вакансий приходится 0,08 % мест в кристаллической решетке, а при 484 К – 0,01 % мест. Чему равна энергия образования вакансии? Сколько вакансий присутствует в 1 см^3 при 527 К? Считать, что вакансии образуются за счет ухода атомов к поверхности.

Ответ: $1{,}2 \cdot 10^{-19}$ Дж; $1{,}1 \cdot 10^{19}$.

6. Кристалл цинка имеет плотноупакованную гексагональную решетку (ГПУ) с постоянными a = 0,266 нм и c = 0,495 нм. Найти плотность цинка и объем элементарной ячейки. Молярная масса цинка $M = 6{,}537 \cdot 10^{-2}$ кг/моль.

Ответ: $3{,}03 \cdot 10^{-29}$ м$^{-3}$; $7{,}16 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3.

7. Определить индексы Миллера плоскости, отсекающей на осях кубической решетки отрезки $A = a$, $B = 0{,}5a$, $C = 1{,}5a$, и направлений, проходящих через начало координат вдоль диагоналей решетки.

Ответ: (362), [110], [101], [011], [111].

Практическое занятие № 2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИСТАЛЛИЧЕСКОГО СТРОЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДАМИ РЕНТГЕНОСТРУКТУРНОГО АНАЛИЗА

2.1. Необходимые теоретические сведения

Большинство применяемых в технике материалов являются кристаллическими твердыми телами с трехмерной периодической атомной структурой (кристаллической решеткой). Строение кристаллов описывается элементарной ячейкой – минимальным объемом кристаллической решетки, путем трансляции (параллельного переноса) которой можно построить всю решетку. Частицы вещества (атомы, ионы или молекулы) находятся в узлах решетки. Ребра элементарных ячеек обозначают a, b, c и называют периодами кристаллической решетки или векторами трансляций. К параметрам ячейки относятся также углы α, β, γ между этими векторами.

По признакам симметрии различают семь типов элементарных ячеек со своими системами координат (сингониями). Каждая сингония включает несколько пространственных групп симметрии, структуры всех известных кристаллов соответствуют какой-либо из этих групп.

Металлы и их сплавы кристаллизуются в высокосимметричных решетках с плотной упаковкой атомов: кубических объемноцентрированной (ОЦК) и гранецентрированной (ГЦК) и гексагональной плотноупакованной (ГПУ). Даже наиболее симметричные ОЦК- и ГЦК-решетки обладают анизотропией, т. е. неодинаковостью свойств в разных кристаллографических направлениях. Это связано с различиями в плотности атомов. Кубические кристаллы изотропны к прохождению света, электро- и теплопроводности, но анизотропны в отношении к упругим, электрооптическим, пьезоэлектрическим и другим свойствам.

Некоторые кристаллические фазы являются относительно устойчивыми (метастабильными). Полиморфизм – свойство вещества находиться в нескольких кристаллических модификациях с различной структурой. Примерами полиморфных металлов являются Fe_α (ОЦК) и Fe_γ (ГЦК); Co_α (ГЦК) и Co_γ (ГПУ). Для родственных по составу и типу химических связей веществ характерен изоморфизм – свойство кристаллизоваться в одинаковых структурах.

Атомную плотность в системе координат, построенной на осях a, b и c, идентифицируют с помощью индексов Миллера; для этого отрезки, которые отсекает данная плоскость на координатных осях, выражают в единицах a, b и c. Наименьшие целые числа (h, k, l), обратно пропорциональные этим отрезкам, заключаются в круглые скобки и являются индексами плоскости. Плоскость отсекает на осях координат отрезки: $X = ma;\ Y = nb;\ Z = pc$. Значит,

индексами Миллера h, k, l данной плоскости будут целые числа, пропорциональные соответственно $1/m$, $1/n$ и $1/p$.

Пусть плоскость отсекает по осям отрезки $m = 1$; $n = \infty$; $p = \infty$, индексами будут: $h = 1/1$; $k = 1/\infty$; $l = 1/\infty$, т. е. (100).

Символом $\{hkl\}$ обозначают семейство (совокупность) плоскостей, индексы которых могут быть составлены из величин h, k, l при их возможных перестановках и изменениях знака. Для кубического кристалла символ {100} обозначает семейство плоскостей, соответствующих граням кристалла (100), (010), (100) и т. д. (рис. 2.1).

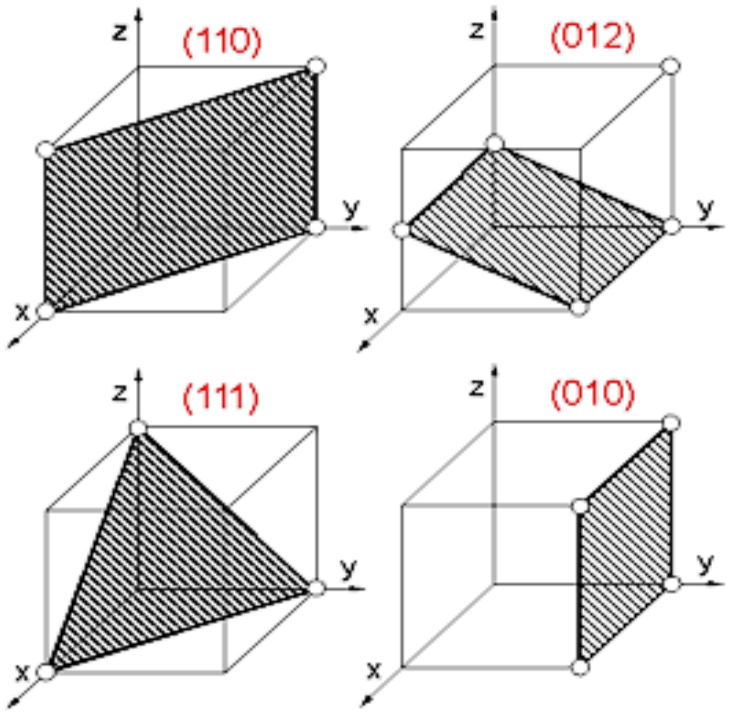


Рис. 2.1. Индексы Миллера основных кристаллографических плоскостей в кубической решетке

Для указания направления в решетке достаточно определить координаты узла, лежащего на его прямой и ближайшего к началу координат. Эти координаты называют индексами данного направления и заключают в квадратные скобки. Для кубической решетки индексы направлений, перпендикулярных плоскости, численно равны индексам этой плоскости.

Правильную строго периодическую структуру имеют только идеальные кристаллы. Реальные кристаллы содержат различные дефекты, сильно влияющие на многие свойства материалов. Классификация структурных дефектов проводится по их пространственной протяженности: точечные (нульмерные), линейные (одномерные), поверхностные и объемные дефекты.

Различают микроскопические, дифрактометрические и спектроскопические методы исследования структуры. Особенности расположения атомов в кристаллической решетке анализируются с помощью дифрактометрических

методов: рентгено-, электроно- и нейтронографии. Они основаны на законах волновой оптики: изображение формируется за счет рассеяния и последующей интерференции квантовых частиц (дифракции). Монохроматическое излучение с длиной волны, сравнимой с межатомным расстоянием, рассеивается атомными кристаллографическими плоскостями так, что в одних направлениях возникают максимумы интенсивности, а в других – полное погасание.

Положение дифракционных максимумов описывается законом Вульфа – Брэгга. Пусть излучение с длиной волны λ падает под углом θ на семейство атомных кристаллографических плоскостей (рис. 2.2). Отраженные от различных плоскостей лучи будут интерферировать и усиливать друг друга, если разность их хода $2\Delta l$ равна целому числу длин волн. Из рис. 2.2 видно, что

$$2\Delta l = 2d \cdot \sin\theta, \qquad (2.1)$$

закон Вульфа – Брэгга:

$$2d \cdot \sin\theta = n\lambda, \qquad (2.2)$$

где d – межплоскостное расстояние;

θ – угол скольжения (отражения);

n – целое число, так называемый порядок отражения.

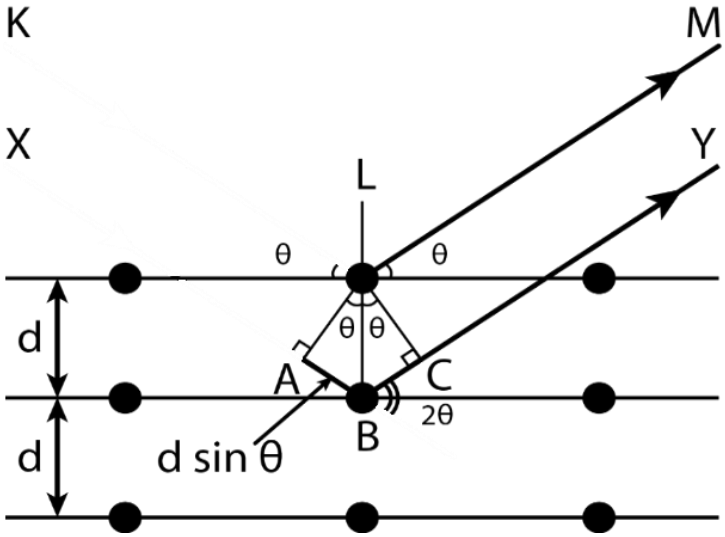


Рис. 2.2. К расчету закона Вульфа – Брэгга

Дифрактометрическими методами можно установить:

– тип кристаллической решетки, положение атомов в элементарной ячейке и ее размеры;

– величину деформации и внутренние напряжения;

– наличие и вид структурных несовершенств, размеры зерен и текстуру;

– фазовый состав сплавов и диаграмму состояния и др.

Наибольшее распространение в прикладном материаловедении находят рентгенографические методы анализа структуры. Так, в методе порошков или поликристаллов (Дебая – Шеррера) монохроматический пучок рентгеновского излучения под различными углами падает на поликристаллическую или порошковую пластинку. Дифрактограмма регистрируется на пленку или счетчиком.

Схема съемки показана на рис. 2.3. Видно, что исследование проводится на отражение, источник неподвижен, образец вращается с угловой скоростью θ, а счетчик – 2θ. Рентгенограмма имеет вид непрерывной записи интенсивности отраженного пучка в зависимости от угла 2θ.



Рис. 2.3. Схема съемки рентгенограмм по методу Дебая – Шеррера

Для определения сингонии и параметров элементарной ячейки материала необходимо установить не только межплоскостные расстояния d, но и индексы $(H,\ K,\ L)$ каждого рефлекса на рентгенограмме. Они связаны с индексами плоскости $(h,\ k,\ l)$ и порядком отражения n:

$$H = nh; K = nl; L = nl.$$

При индицировании принято пользоваться квадратичными формами различных сингоний. Например, для кубических и гексагональной они равны (a и c – периоды решетки) соответственно:

$$\sin^2\theta = \frac{\lambda^2}{4a^2}[H^2 + K^2 + L^2], \qquad (2.3)$$

$$\sin^2\theta = \frac{^2}{4a^2}\left[4/3\,(H^2 + K^2 + L^2) + L^2\,\frac{a^2}{c^2}\right]. \qquad (2.4)$$

То есть каждому значению sinθ, а значит и d, соответствуют определенные индексы H, K, L.

При индицировании учитываются погасания, т. е. отсутствие на рентгенограмме линий с определенными для каждого типа решетки индексами.

Например, в ОЦК-структурах отсутствуют рефлексы с нечетным ($H + K + L$) в ГЦК – отражения, для которых H, K, L – числа разной четности и т. д.

Индицирование рентгенограмм кристаллов кубических сингоний основано на пропорциональности величин $\sin^2\theta$ рефлексов членам целочисленного ряда:

$$Q = \frac{\sin^2\theta_i}{\sin^2\theta_j} = \frac{H_i^2 + K_i^2 + L_i^2}{H_j^2 + K_j^2 + L_j^2}. \qquad (2.5)$$

Следовательно, если записать ряд отношений $\sin^2\theta$, соответствующих обнаруженным линиям, к $\sin^2\theta_1$ (первого рефлекса), то мы получим ряд строго определенных для каждого типа решетки чисел (табл. 2.1).

Таблица 2.1

Ряд чисел Q для кубических решеток

Тип решетки	$Q = \frac{\sin^2\theta_i}{\sin^2\theta_j} = \frac{H_i^2 + K_i^2 + L_i^2}{H_j^2 + K_j^2 + L_j^2}$
Примитивная	1; 2; 3; 4; 6; 6; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 16; …
Типа алмаза	1; 2,66; 3,67; 5,33; 6,33; 8,9; 10,67; 11,67; . . .
ОЦК	1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; . . .
ГЦК	1; 1,33; 2,66; 4,0; 5,33; 6,33; 6,67; 8,0; . . .

После определения типа решетки (по ряду Q), используя правила погасания рефлексов, составляют последовательности линий на рентгенограммах в порядке возрастания угла. Для кубических решеток эти последовательности приведены в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Последовательность рефлексов на рентгенограммах

N линий по возрастанию	Простая кубическая		ОЦК		ГЦК		Типа алмаза	
	$H^2+K^2+L^2$	HKL	$H^2+K^2+L^2$	HKL	$H^2+K^2+L^2$	HKL	$H^2+K^2+L^2$	HKL
1	1	100	2	110	3	111	3	111
2	2	110	4	200	4	200	8	220
3	3	111	6	211	8	220	11	311
4	4	200	8	220	11	311	16	400
5	5	210	10	310	12	222	19	331
6	6	211	12	222	16	440	24	422
7	8	220	14	321	19	331	27	333 511
8	9	300 211	16	400	20	420	32	440
9		310	18	411	27	333	36	442

После индицирования всех линий определяют период решетки с помощью соответствующих квадратичных форм. Для кубической сингонии

$$a = d_{HKL}\sqrt{H^2 + K^2 + L^2} = \frac{\lambda}{2\sin\theta}\sqrt{H^2 + K^2 + L^2}. \qquad (2.6)$$

Ошибка определения периода решетки a вычисляется по формуле $\Delta a = \text{arctg}\theta/\Delta\theta$, где $\Delta\theta = 0{,}005$ (точность отсчета угла прибором). Видно, что она самая высокая для рефлексов с большими углами отражения.

2.2. Пример определения типа решетки и размеров элементарной ячейки материала по рентгенограмме

Рентгенограмма материала (рис. 2.4) получена по методу Дебая – Шеррера с использованием излучения с длиной волны λ = 0,15405 нм. По оси X отложены углы отражения 2θ, а по оси Y – относительные интенсивности рефлексов I. Порядок отражения $n = 1$.

Определить тип и размеры элементарной ячейки а. Индицирование и расчеты провести для 9 первых рефлексов на рентгенограмме. Данные, полученные с рентгенограммы и в результате вычислений, занести в табл. 2.3.

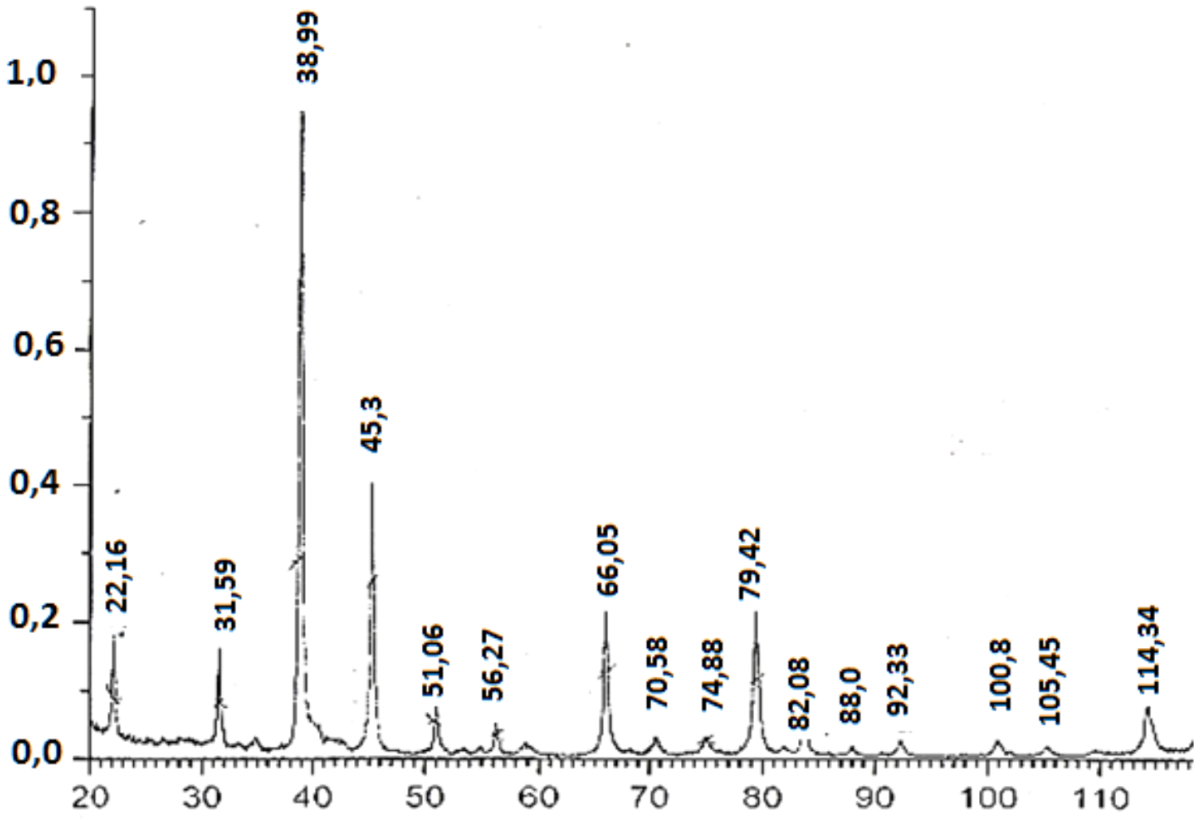


Рис. 2.4. Рентгенограмма соединения $CuIn_5S_8$, 2Θ, град

Решение

Нумерация линий идет по направлению увеличения θ. Их относительные интенсивности I_i / I_0 определяются по высоте пиков над фоном в сравнении с наиболее интенсивной линией на рентгенограмме. Для нашего случая это третий рефлекс. Его интенсивность принимаем за 100 %. Определяем и вносим в таблицу интенсивности других линий.

Заносим в таблицу угловые положения рефлексов $2\theta_i°$ и $\sin\theta_i$.

Используя формулу (2.2) и считая порядок отражения $n = 1$, рассчитываем межплоскостные расстояния d_i.

Определяем и заносим в табл. 2.3 значения $\sin^2\theta_i$ и ряда $Q = \frac{\sin^2\theta_i}{\sin^2\theta_1}$.

Из табл. 2.1 видно, что числа ряда Q соответствуют установленным для примитивной кристаллической решетки, и в соответствии с табл. 2.2 определяем и заносим в табл. 2.3 индексы Миллера девяти первых рефлексов, наблюдаемых на нашей рентгенограмме.

Рассчитываем по формуле (2.6) для каждого рефлекса параметры элементарной ячейки a_i.

Таблица 2.3

Результаты измерений и расчетов

№, п/п	I_i/I_0, %	$2\theta_i°$	$\sin\theta_i$	d_i, *нм*	$\sin^2\theta_i$	$Q = \frac{\sin^2\theta_i}{\sin^2\theta_1}$	*HKL*	a_i, нм
1	16,1	22,16	0,192	0,401	0,037	1	100	0,401
2	14,6	31,59	0,272	0,283	0,074	2,007	110	0,400
3	100	38,98	0,334	0,231	0,111	3,01	111	0,402
4	40,7	45,3	0,385	0,202	0,148	4,01	200	0,403
5	7,7	51,06	0,431	0,179	0,186	5,0	210	0,401
6	4,6	56,27	0,472	0,163	0,222	6,02	211	0,399
7	21,5	66,05	0,545	0,141	0,297	8,04	220	0,399
8	3,1	70,58	0,578	0,133	0,334	9,03	300	0,400
9	2,6	74,88	0,608	0,127	0,367	9,98	310	0,401

Определяем среднее значение размеров элементарной ячейки по a_i, рассчитанным для 7, 8 и 9 рефлексов.

$$a_{\text{ср}} = \frac{0{,}399 + 0{,}400 + 0{,}401}{3} = 0{,}400 \text{ нм}.$$

Ответ: кристаллическая решетка кубическая примитивная. Средние размеры элементарной ячейки $a_{\text{ср}} = 0{,}400 \pm 0{,}001$ нм.

2.3. Задачи для самостоятельного решения

1. Определить по рентгенограмме (рис. 2.5), полученной по методу Дебая – Шеррера с использованием излучения с длиной волны λ = 0,15405 нм,

тип и размеры элементарной ячейки *a* нитрида бора. Индицирование и расчеты провести для шести первых рефлексов на рентгенограмме.

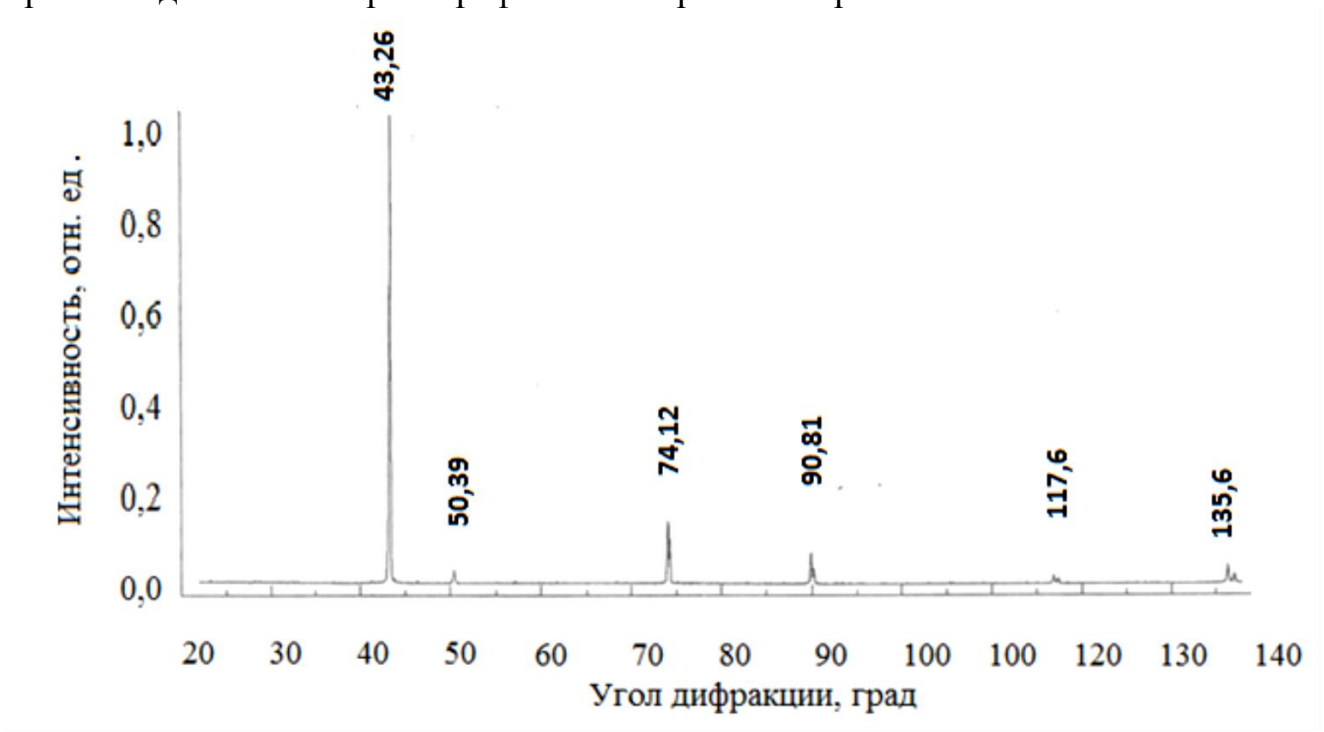


Рис. 2.5. Рентгенограмма нитрида бора BN

2. Определить по рентгенограмме (рис. 2.6), полученной по методу Дебая – Шеррера с использованием излучения с длиной волны λ = 0,15405 нм, тип и размеры элементарной ячейки *a* полупроводникового соединения $AgIn_5S_8$. Индицирование и расчеты провести для 8 первых рефлексов на рентгенограмме.

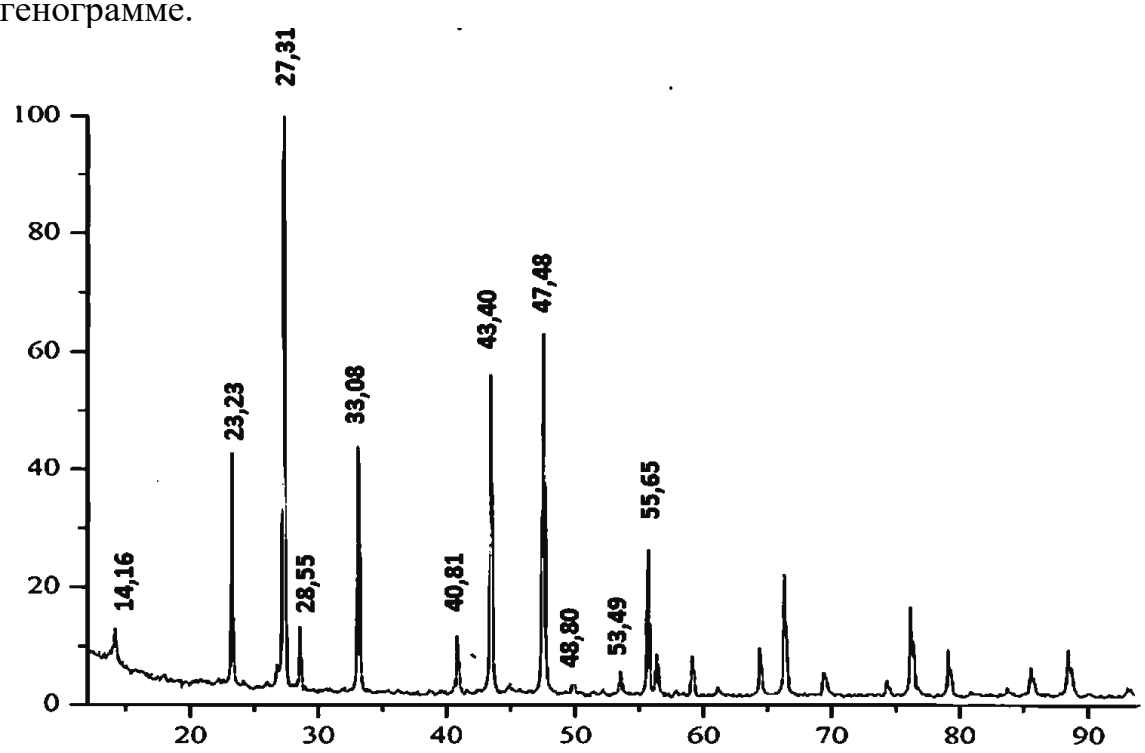


Рис. 2.6. Рентгенограмма соединения $AgIn_5S_8$, 2Ѳ, град

Практическое занятие № 3

КОМПОНЕНТНЫЙ И ФАЗОВЫЙ АНАЛИЗ ДИАГРАММ СОСТОЯНИЯ ДВОЙНЫХ СПЛАВОВ

3.1. Необходимые теоретические сведения и расчетные формулы

В качестве конструкционных материалов используют, как правило, не чистые металлы, а ***металлические сплавы***, так как они дешевле и имеют более высокие механические и технологические свойства.

Сплав – это вещество, полученное сплавлением двух и более компонентов и состоящее из одной или нескольких фаз, образующих различные структуры.

Компонент – химически индивидуальное вещество, т. е. вещество, которое может быть выделено из системы и существовать вне ее. Компонентами могут быть чистые металлы или неметаллы, а также химические соединения.

Фаза – совокупность гомогенных частей системы, одинаковых по составу, химическим и физическим свойствам и отделенных от других частей системы поверхностью раздела, при переходе через которую структура и свойства изменяются скачкообразно.

Структура – строение сплава, видимое в микроскоп, т. е. взаимное расположение фаз, их форма и размер (зерна).

В сплаве могут образовываться **следующие фазы**: расплав (жидкий раствор), твердые растворы, химические соединения, индивидуальные вещества (компоненты).

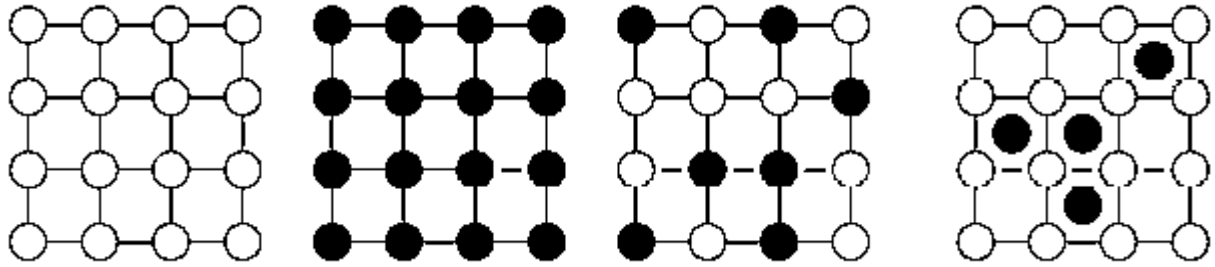
Твердый раствор – фаза, в которой один из компонентов сплава сохраняет свою кристаллическую решетку, а другой отдает свои атомы в решетку первого. В отличие от химического соединения твердый раствор существует в интервале концентраций компонентов. Обозначают твердые растворы греческими буквами α, β, γ и т. д. Бывают твердые растворы внедрения и замещения.

Твердые растворы замещения образуются, когда атомы растворенного компонента замещают атомы в узлах кристаллической решетки растворителя (рис. 3.1, *в*). При этом размеры решетки растворителя изменяются. Такие твердые растворы образуются, если размеры атомов металлов, образующих твердый раствор, отличаются не очень сильно.

Твердые растворы внедрения образуются, когда атомы растворенного компонента внедряются в междоузлия кристаллической решетки растворителя (рис. 3.1, *г*). Такие твердые растворы образуются, если растворенное вещество имеет небольшой размер атомов (например, водород, азот, углерод).

Химические соединения имеют следующие характерные особенности: кристаллическая решетка, отличная от решеток элементов, образующих соединение; кратное весовое соотношение компонентов (A_nB_m); резкое отличие

свойств соединения от свойств элементов, образующих соединение. В сплавах встречаются химические соединения металлов с неметаллами – углеродом (карбиды), азотом (нитриды), а также металлов с металлами – интерметаллиды.



а *б* *в* *г*

Рис. 3.1. Схема образования твердых растворов:
а – решетка вещества *А*; *б* – решетка вещества *В*;
в – твердый раствор замещения; *г* – твердый раствор внедрения

По структуре в твердом состоянии сплав может состоять из твердого раствора (однофазная система) или из механической смеси двух фаз. **Механическая смесь** образуется, когда нет полной взаимной растворимости компонентов, и может состоять из двух твердых растворов, твердого раствора и химического соединения, а также двух чистых компонентов.

Процесс кристаллизации сплавов наглядно описывается с помощью диаграмм состояния. **Диаграммы состояния** показывают в условиях равновесия фазовый состав сплава (системы) в зависимости от внешних факторов (температура) и соотношения компонентов (состав) и позволяет качественно охарактеризовать многие физико-химические, механические и технологические свойства сплавов. Можно также определить, как изменяется структура сплава, что позволяет направленно регулировать его свойства. Для теоретического анализа диаграмм состояния используется правило фаз Гиббса.

Правило фаз Гиббса – основной закон фазового равновесия – дает количественную связь между числом фаз в системе Ф, числом компонентов К и числом степеней свободы С, отражающим число возможных вариантов изменений внешних условий (давление, температура, состав фаз) без изменения числа фаз в системе:

$$С = К – Ф + n, \qquad (3.1)$$

где n – число внешних факторов, влияющих на равновесие в системе.

При рассмотрении сплавов, находящихся в атмосферных условиях (при атмосферном давлении), такой фактор, как правило, только один – температура. Тогда уравнение принимает вид

$$С = К – Ф + 1. \qquad (3.2)$$

По своей сути С – это число независимых переменных, необходимых для описания состояния системы. Например, чистый металл в момент плавления: число фаз равно 2 (расплав и кристаллы металла), число компонентов равно 1, следовательно, число степеней свободы С = 0. То есть в этот момент нельзя изменить внешние факторы (в данном случае один – температуру) без изменения числа фаз в системе: если температуру повысить, останется одна фаза (расплав), если понизить – тоже одна (кристаллы).

Из правила фаз Гиббса вытекает, что в однокомпонентной системе в равновесии может находиться не более двух фаз, а в двухкомпонентной – не более трех. Диаграммы состояния соответствуют равновесному (стабильному) состоянию, которое достигается при очень медленном изменении температуры.

Одним из способов построения диаграмм состояния является снятие ***кривых охлаждения*** (рис. 3.2) – зависимостей температуры системы от времени при медленном охлаждении. Точки перегиба на кривых охлаждения соответствуют точкам изменения фазового состава на диаграмме. Строятся диаграммы состояния в координатах «состав (в процентах *A* и *B*) – температура (°С)». Каждая точка на диаграмме показывает состояние сплава данного состава при данной температуре.

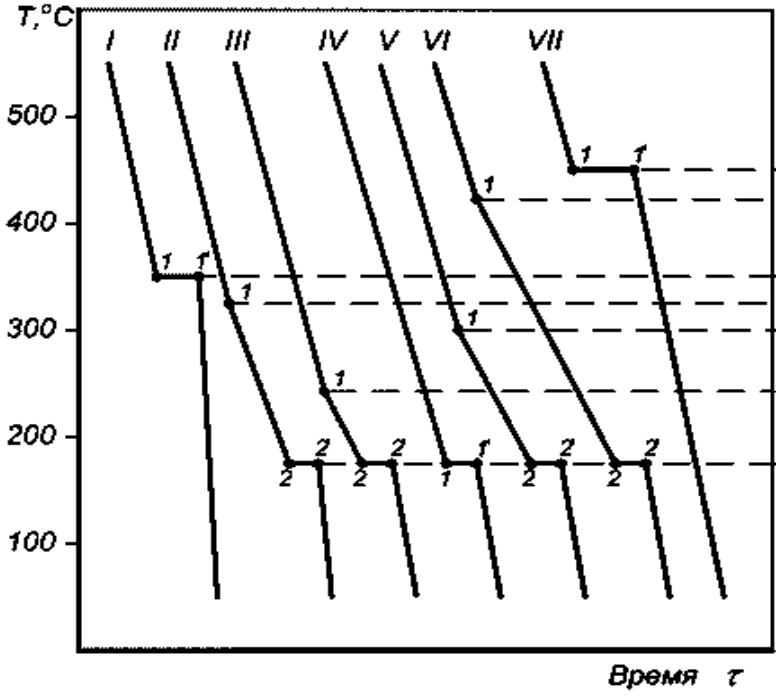


Рис. 3.2. Кривые охлаждения сплавов

При рассмотрении основных типов диаграмм подразумевается, что компоненты всегда *неограниченно растворимы* друг в друге *в жидком состоянии*.

Основные типы диаграмм состояния двухкомпонентных сплавов приведены на рис. 3.3.

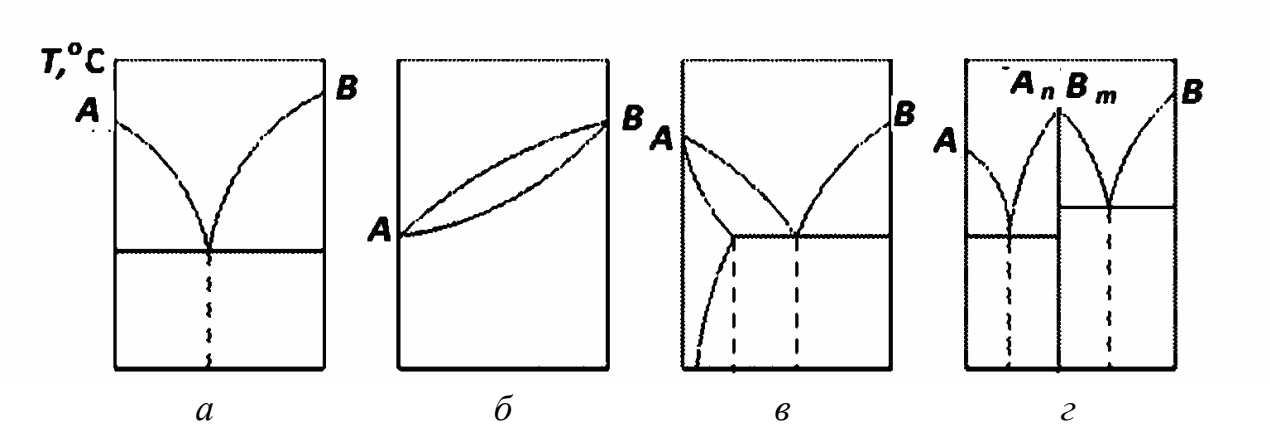


Рис. 3.3. Диаграммы состояний двухкомпонентных сплавов:
а – механическая смесь *A*; *б* – твердый раствор с неограниченной растворимостью; *в* – твердый раствор с ограниченной растворимостью; *г* – химическое соединение

3.2. Примеры решения задач

Задача 3.1. Описать превращения по диаграмме (рис. 3.4), т. е. дать ей название, описать все точки, линии, фазы, структуры, имеющиеся на диаграмме.

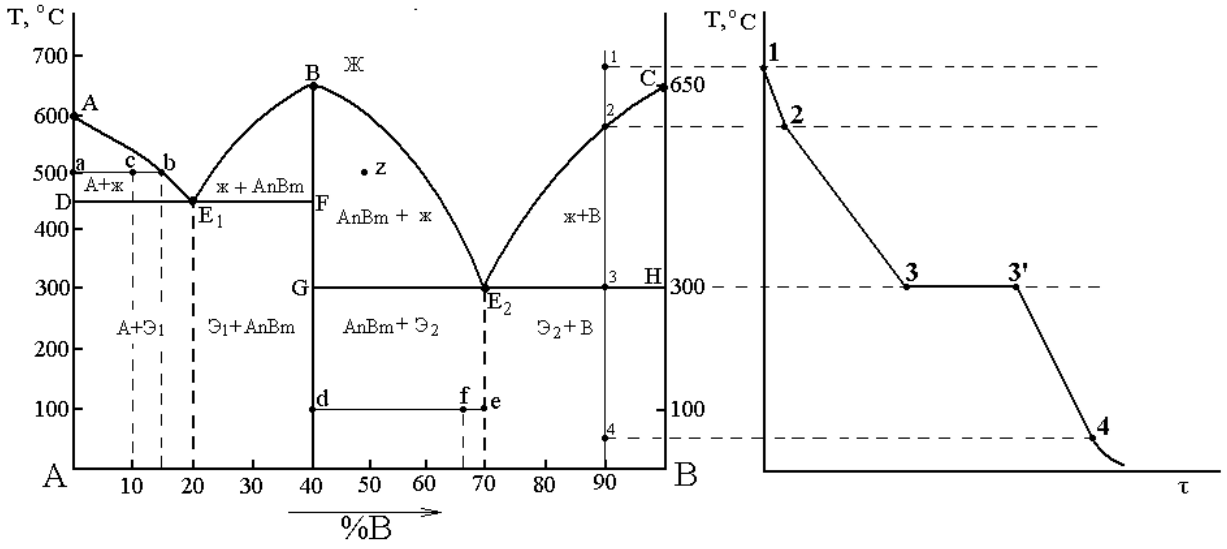
Решение

Название: диаграмма состояния для сплавов с образованием устойчивого химического соединения.

Точки: (·)*A* – температура плавления компонента *A*; (·)*C* – температура плавления компонента *B*; (·)*B* – температура плавления химического соединения A_nB_m; (·)E_1 – первая точка эвтектики; (·)E_2 – вторая точка эвтектики.

Линии: AE_1BE_2C – линия ликвидус; *DF* и *GH* – линии солидус.

Фазы и структуры: Ж – расплав компонентов *A* и *B*; *A* – кристаллы компонента *A*; *B* – кристаллы компонента *B*; A_nB_m – кристаллы A_nB_m; $Э_1$ – первая эвтектика – мелкодисперсная механическая смесь кристаллов *A* и A_nB_m; $Э_2$ – вторая эвтектика – мелкодисперсная механическая смесь кристаллов A_nB_m и *B*.



а *б*

Рис. 3.4. Диаграмма состояния для сплавов с образованием устойчивого химического соединения (*а*) и кривая охлаждения сплава 90 % *B* + 10 % *A* (*б*)

Задача 3.2. Определить при помощи правила отрезков массовое соотношение фаз в точке 10 % *B* и *T* = 500 °С, а также химический состав фаз.

Решение

Этим данным соответствует точка **c** на диаграмме (рис. 3.4, *а*). В этой точке две фазы – расплав и кристаллы компонента *A*, т. е. правило отрезков применимо. Через точку ***c*** проводим горизонтальный отрезок ***ab*** до пересечения с линиями диаграммы. Составляем пропорцию и решаем ее, измерив длину всех отрезков (буквой ***Q*** обозначаем массу). При решении необходимо помнить, что при составлении пропорции отрезок, соответствующий данной фазе, – это дальний от нее отрезок, т. е. расплаву соответствует отрезок ***ac***, а кристаллам *A* – ***cb***. Общая масса – это 100 %, и ей соответствует общий отрезок ***ab***.

$$\frac{Q_{\text{A}}}{Q_{\text{общ}}} = \frac{cb}{ab} \quad \Rightarrow \quad \frac{Q_A}{100\ \%} = \frac{5}{15} \quad \Rightarrow \quad Q_A = \frac{5}{15} \cdot 100\ \% = 33{,}3\ \%,$$

$$Q_{\text{Ж}} = 100\ \% - 33{,}3\ \% = 66{,}7\ \%.$$

Химический состав расплава описывается точкой ***b*** ($C_{\text{ж}}$ = 15 % *B* + 85 % *A*), а твердой фазы – точкой ***a*** **(**C_A = 100 % *A***)**.

Ответ: Q_A = 33,3 %; $Q_{\text{ж}}$ = 66,7 %; C_A = 100 % *A*; $C_{\text{ж}}$ = 15 % *B* + 85 % *A*.

Задача 3.3. Определить при помощи правила отрезков химический состав сплава по структуре: Q_{AnBm} = 10 %, $Q_{(AnBm+B)}$ = 90 %, *T* = 100 °С.

Решение

Эта задача является обратной задаче 3.2, т. е. нам дано весовое соотношение и надо найти точку на диаграмме, которой оно соответствует. Из данных задачи следует, что в искомой области присутствуют кристаллы A_nB_m и вторая эвтектика – это область под отрезком GE_2 на диаграмме. В этой области проводим горизонтальный отрезок *de* при температуре 100 °С. На этом отрезке существует некоторая точка *f*, которая соответствует условиям задачи, следовательно, можно составить пропорцию и решить ее:

$$\frac{Q_{A_nB_m}}{Q_{\text{общ}}} = \frac{fe}{de} \;\Rightarrow\; \frac{10\ \%}{100\ \%} = \frac{fe}{30} \;\Rightarrow\; fe = 3.$$

Так как длина отрезка *fe* найдена, можно определить химический состав сплава в точке *f*: 67 % *B* и 33 % *A*.

Ответ: $C_{\text{сплава}}$ = 67 % *B* + 33 % *A*.

Задача 3.4. Построить кривую охлаждения для сплава 90 % *B*.

Решение

Проводим вертикальную линию для данного химического состава и все точки пересечения этой линии с линиям диаграммы последовательно нумеруем, первая точка должна быть в расплаве (рис. 3.4, *б*). При построении надо помнить, что: 1) если в данной точке начинается кристаллизация, то выделяется тепло и охлаждение идет медленнее (более пологий участок); 2) если число степеней свободы равно нулю, то на кривой охлаждения будет горизонтальный участок. Решение приведено на рис. 3.4, *б*:

(·)1: C_1 = 2 – 1 + 1 = 2, так как 2 компонента и 1 фаза.

От (·)1 до (·)2 остывает расплав.

(·)2: Начинается кристаллизация компонента *B*, охлаждение пойдет медленнее. C_2 = 2 – 2 + 1 = 1, так как 2 компонента и 2 фазы.

От (·)2 до (·)3 кристаллизуется компонент *B*.

(·)3: Линия эвтектики. Здесь одновременно кристаллизуются компонент *B* и химическое соединение A_nB_m, т. е. вторая эвтектика, поэтому в равновесии находятся 3 фазы – Ж, кристаллы *B* и A_nB_m.

C_3 = 2 – 3 + 1 = 0. На кривой охлаждения горизонтальный участок 3–3’, т. е. температура не меняется, пока весь расплав не превратится во вторую эвтектику.

От (·)3 до (·)4 остывает механическая смесь фаз A_nB_m и *B*.

(·)4: C_4= 2 – 2 + 1 = 1.

Задача 3.5. Найти число степеней свободы в точке 50 % *B*, $T = 500\,^{o}C$.

Решение

На рис. 3.4 это **(·)z**. По формуле Гиббса С = К – Ф + 1. У нас 2 компонента, 2 фазы (A_nB_m и Ж), поэтому

$$C = 2 - 2 + 1 = 1.$$

Ответ: $C = 1$.

3.3. Задачи для самостоятельного решения

1. Описать превращения по соответствующей диаграмме (п. 1 табл. 3.1, рис. 3.5), т. е. дать ее название, описать все точки, линии, фазы, структуры, имеющиеся на диаграмме.

2. Определить при помощи правила отрезков массовое соотношение фаз в точке (п. 2 табл. 3.1), а также химический состав фаз.

3. Определить при помощи правила отрезков химический состав сплава по структуре (п. 3 табл. 3.1).

4. Построить кривую охлаждения для сплава (п. 4 табл. 3.1).

5. Найти число степеней свободы в точке (п. 5 табл. 3.1).

Таблица 3.1

Варианты заданий к условию задачи

Номер диаграммы	Химический состав	Структура*	Кривая охлаждения	Число степеней свободы
п. 1	п. 2	п. 3	п. 4	п. 5
1	40 % Sb $T = 300\,^{o}C$	$Q_{В} = 70$ % $Q_{Ж} = 30$ % $T = 350\,^{o}C$	50 % *B*	20 % *B* $T = 300\,^{o}C$
2	50 % Ni $T = 50\,^{o}C$	$Q_{Ж} = 10$ % $Q_{\alpha} = 90$ % $T = 500\,^{o}C$	20 % *B*	80 % *B* $T = 300\,^{o}C$
3	70 % Sn $T = 100\,^{o}C$	$Q_{\beta} = 60$ % $Q_{\alpha} = 40$ % $T = 100\,^{o}C$	5 % *B*	95 % *B* $T = 250\,^{o}C$
4	50 % B $T = 400\,^{o}C$	$Q_{В} = 33$ % $Q_{(AnBm+B)} =$ $= 67$ % $T = 100\,^{o}C$	30 % *B*	20 % *B* $T = 400\,^{o}C$

* $Q_{(AnBm+B)}$ – масса соответствующей эвтектики.

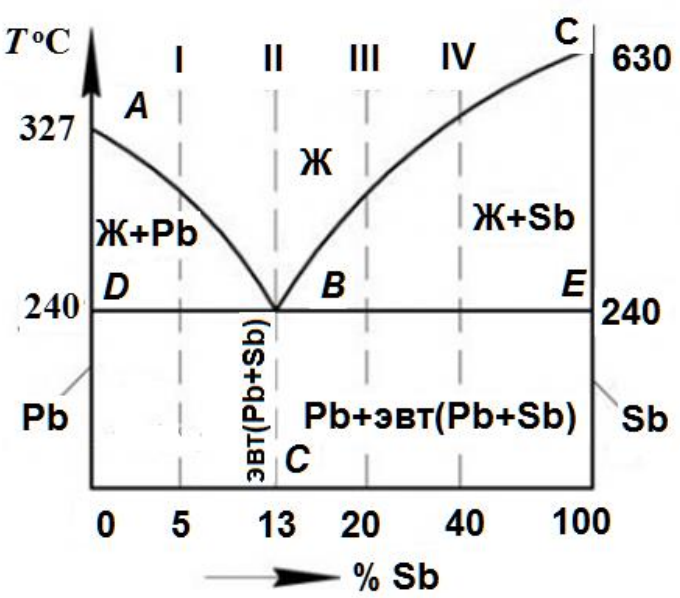


Диаграмма 1

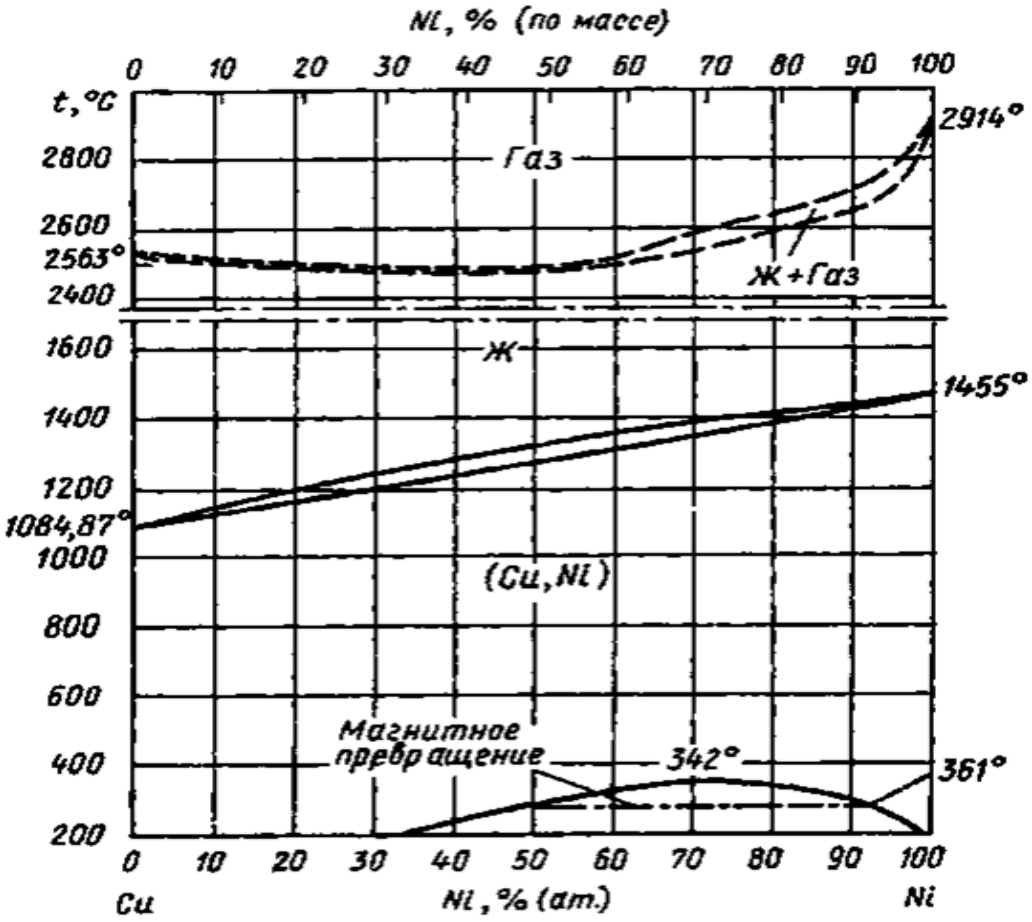


Диаграмма 2

Рис. 3.5 (начало). Диаграммы состояния к табл. 3.1

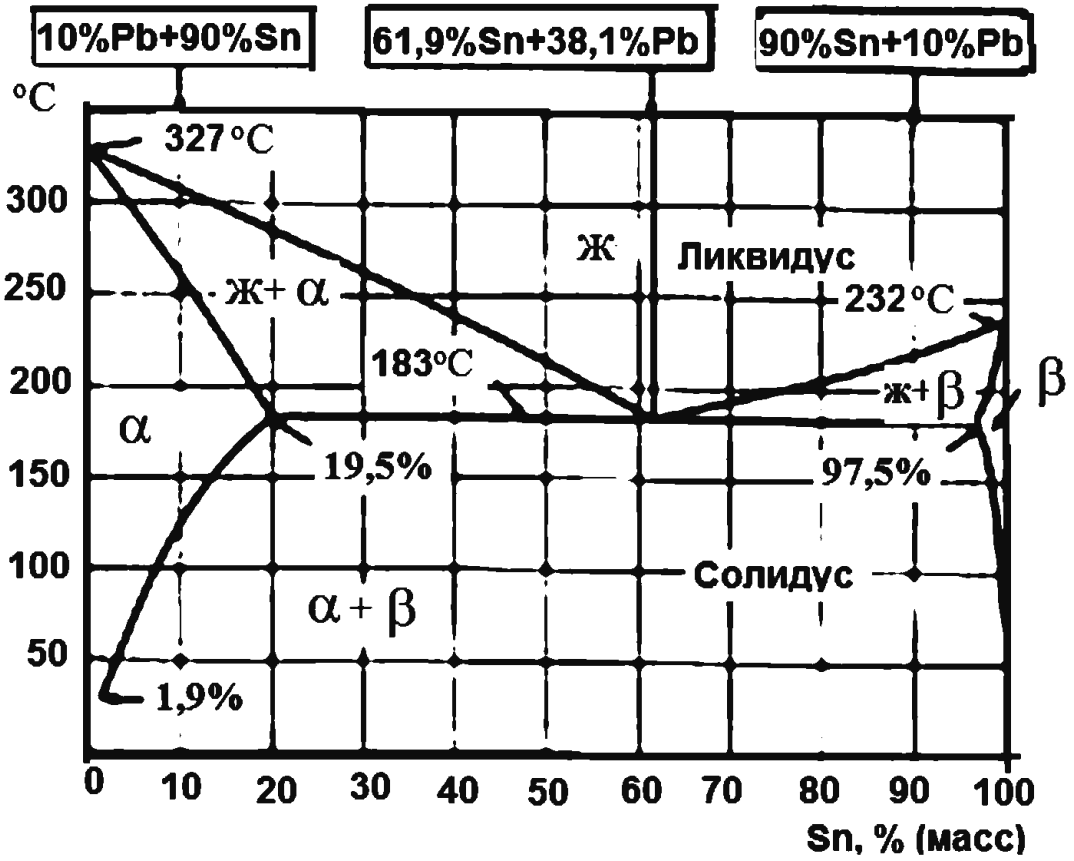


Диаграмма 3

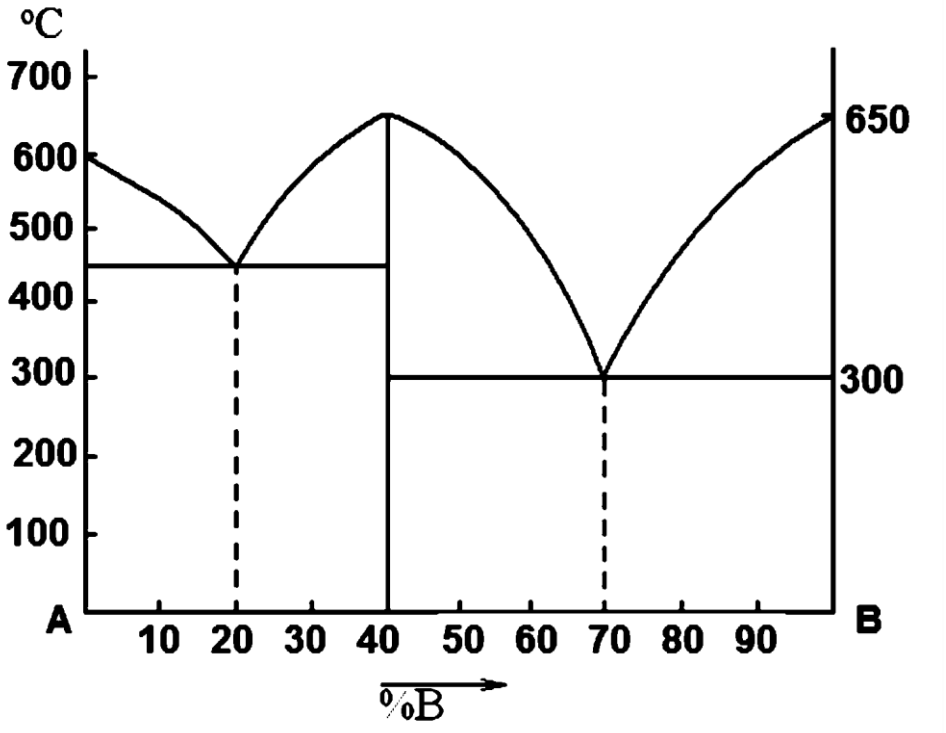


Диаграмма 4

Рис. 3.5 (окончание). Диаграммы состояния к табл. 3.1

Практическое занятие № 4

РАСЧЕТ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

4.1. Необходимые теоретические сведения и расчетные формулы

Механические свойства определяют конструкционную прочность материалов, т. е. их прочность, надежность и долговечность в процессе эксплуатации элементов конструкций, деталей машин и приборов, изготовленных из этих материалов. Механические свойства в численном виде характеризуют поведение материалов под действием внешних нагрузок, что позволяет сравнивать их между собой и рационально выбирать материалы для изготовления различных изделий.

Деформация – изменение размеров и формы тела, возникающих в результате действия на него внешних нагрузок. Деформация, исчезающая после прекращения действия нагрузки, называется ***упругой***. При этом тело полностью восстанавливает первоначальные форму и размеры. Деформация, остающаяся после снятия нагрузки, называется остаточной или ***пластической***.

Способность материала сопротивляться деформации зависит от силы сцепления частиц. Эта сила характеризуется величиной механических напряжений, возникающих в каждой точке деформированного тела. ***Напряжение*** – единичная внутренняя сила, действующая в каждой точке деформированного тела. Размерность напряжения – МПа (1 МПа = 1 Н/мм^2, 10 МПа ~ 1 кгс/мм^2).

Полное напряжение для удобства расчетов раскладывается на две взаимно перпендикулярные составляющие: ***нормальное*** напряжение σ и ***касательное*** напряжение τ. ***Нормальные напряжения*** действуют по нормали к плоскости сечения тела. Они характеризуют стремление частиц материала сблизиться или удалиться друг от друга. ***Касательные напряжения*** действуют в плоскости сечения и характеризуют стремление частиц скользить относительно друг друга. Численные значения σ и τ зависят от выбора рассматриваемого сечения.

К ***основным механическим свойствам*** материалов относятся:

– ***прочность*** – способность материала сопротивляться пластическим деформациям и разрушению (характеристиками прочности являются предел текучести σ_T ($\sigma_{0,2}$) и предел прочности σ_B);

– ***жесткость*** – способность материала сопротивляться развитию значительных упругих деформаций;

– ***упругость*** – способность материала восстанавливать свою форму и размеры после прекращения действия значительных внешних нагрузок, вызвавших деформацию (характеристикой упругости является предел упругости σ_y ($\sigma_{0,05}$));

– ***пластичность*** – способность материала под действием внешних нагрузок изменять, не разрушаясь, свою форму и размеры и сохранять остаточные деформации после устранения этих нагрузок (используются две характеристики пластичности: относительное удлинение δ (дельта) и относительное сужение ψ (пси));

– ***твердость*** – способность поверхностного слоя материала сопротивляться местной пластической деформации, возникающей при внедрении в него другого более твердого тела;

– ***хрупкость*** – способность материала разрушаться под действием внешних сил без остаточных деформаций;

– ***ударная вязкость*** – способность материала сопротивляться действию ударных нагрузок;

– ***усталость*** – процесс постоянного накопления повреждений материала под действием повторно-переменных напряжений (циклических нагрузок), приводящий к образованию трещин и разрушению.

По ***характеру изменения действующей нагрузки*** во времени различают механические испытания: статические, динамические (или ударные) и усталостные (табл. 4.1).

Таблица 4.1

Виды нагрузок на материал и их механические характеристики

Вид нагрузок	Механические показатели
Статические	– Прочность (на растяжение, сжатие, изгиб, сдвиг, кручение), – твердость, – пластичность, – упругость
Динамические	– Ударное кручение, изгиб, разрыв, сжатие, растяжение, – вязкость, – хрупкость
Циклические	– Усталость (усталостность)

Статическими называются испытания, при которых образец исследуемого материала подвергают действию постоянной или чаще всего медленно и плавно повышающейся нагрузки. Наиболее важны следующие ***виды статических испытаний***:

– *испытаниям на растяжение* с непрерывно и плавно повышающейся нагрузкой подвергаются практически все материалы. Это основной вид механических испытаний. Испытаниям постоянной нагрузкой подвергаются металлические материалы при температурах выше 300 °С, а также полимеры при комнатной температуре;

– испытаниям *на сжатие* подвергаются строительные материалы, а также металлические и полимерные материалы специального назначения (например, материалы для подшипников);

– испытания *на изгиб*. Область применения этих испытаний – полимеры, строительные материалы, дерево, стекло, керамика, хрупкие металлические материалы;

– испытаниям *на сдвиг* подвергаются такие материалы, как дерево, металлы для заклепок, материалы для режущего инструмента;

– испытаниям *на кручение* подвергают материалы для изготовления проволоки, а также малопластичные материалы (закаленные конструкционные и инструментальные стали).

Динамические испытания характеризуются приложением к образцу нагрузок с резким изменением их величины и большой скоростью деформации. Длительность всего испытания не превышает долей секунды. К этим испытаниям относятся удар и даже взрыв. По результатам динамических испытаний в основном определяют величину работы, затраченной на деформацию или разрушение образца. Данных о величине напряжений и деформаций в процессе этих испытаний обычно не получают.

Испытание на ударное растяжение используют для определения прочности и пластичности материала при его растяжении с высокой скоростью. *Испытание на ударное сжатие* применяется крайне редко. *Испытание на ударное кручение* применяют для определения вязкости материалов, имеющих очень низкую вязкость (цинковые сплавы, литые материалы, инструментальные сплавы, порошковые материалы, полимерные материалы). *Испытание на ударный изгиб* (ударную вязкость) имеет наибольшее значение для определения сопротивления хрупкому разрушению вязких металлических и высокополимерных материалов. Это испытание является самым распространенным (после растяжения) сдаточным испытанием материалов во многих производствах.

Усталостные испытания проводятся при многократном циклическом приложении нагрузки к образцу. Такие испытания обычно длятся часами и сотнями часов. По их результатам определяют число циклов нагружения до разрушения образца при разных значениях напряжений. В конечном итоге определяют предел выносливости материала – предельные напряжения, которые образец выдерживает без разрушения в течение заданного числа циклов нагружения. Испытания на усталость проводятся на растяжение, сжатие, изгиб, кручение. Им подвергаются все материалы.

Помимо перечисленных различают еще ***две группы испытаний***: *первая группа* – испытания на твердость; *вторая группа* – испытания на ползучесть и длительную прочность. Их обычно проводят при повышенных температурах для оценки характеристик жаропрочности материалов. Образцы в течение всего испытания находятся под постоянной нагрузкой. При испытаниях на ***ползучесть*** измеряют величину деформации в зависимости от

времени испытания. При испытаниях на ***длительную прочность*** оценивают время до разрушения образца под действием определенных напряжений.

Механические испытания можно проводить при высоких и низких температурах, при наличии надрезов и исходных трещин, облучении и акустических воздействиях, нестационарных режимах и других условиях.

Механические характеристики материалов определяют по результатам испытаний образцов на растяжение и сжатие. Испытания проводятся на универсальных испытательных машинах, которые снабжены ***силоизмерительными устройствами***, показывающими нагрузку на образце, и устройствами, с помощью которых записывается ***диаграмма растяжения*** – график *«удлинение образца – нагрузка на образце».*

На рис. 4.1 представлена диаграмма растяжения низкоуглеродистой стали.

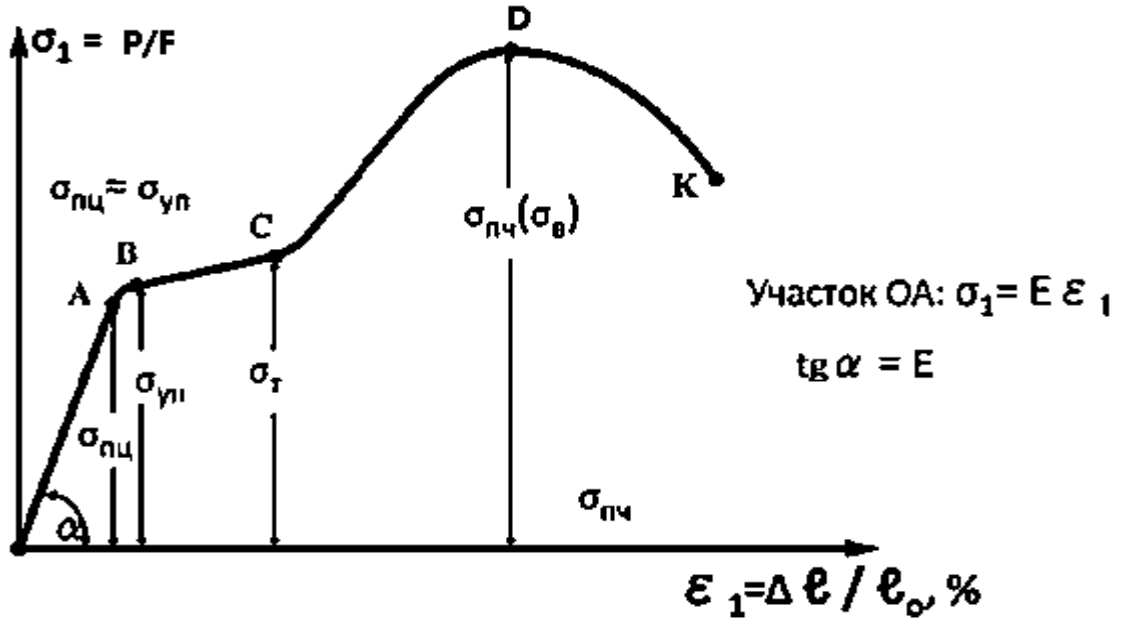


Рис. 4.1. Диаграмма растяжения материала низкоуглеродистой стали

Прочность оценивается величиной предела прочности при растяжении:

$$\sigma = \frac{P}{F}, \qquad (4.1)$$

где P – сила в ньютонах (Н), при которой образец материала разрушается;

F – площадь поперечного сечения испытуемого стандартного образца материала в м^2, т. е. значение σ определяется в Па или МПа.

Напряжение, соответствующее точке *A*, называют **пределом пропорциональности** ($\sigma_п$). **Предел упругости** (точка *B*) определяется как напряжение, при котором остаточная деформация достигает 0,05 % (или еще меньше) первоначальной длины образца:

$$\sigma_y = P_{0,05} / F. \quad (4.2)$$

Напряжение, вызывающее остаточную деформацию (точка *C*), равную 0,2 %, называют **пределом текучести** (σ_T или $\sigma_{0,2}$):

$$\sigma_T(0,2) = P_{0,2} / F. \quad (4.3)$$

Дальнейшее повышение нагрузки вызывает более значительную пластическую деформацию во всем объеме металла. Напряжение, отвечающее наибольшей нагрузке, предшествующей разрушению образца (точка *D*), называют **временным сопротивлением или пределом прочности** ($\sigma_в$):

$$\sigma_в = P_{max} / F. \quad (4.4)$$

Ударная вязкость – это способность металлов и сплавов оказывать сопротивление действию ударных нагрузок. Для испытаний используют образцы стандартного размера с концентратором, роль которого выполняет надрез *U*-образной (r = 1 мм), *V*-образной (r = 0,25 мм) формы или усталостная трещина *T* (рис. 4.2).

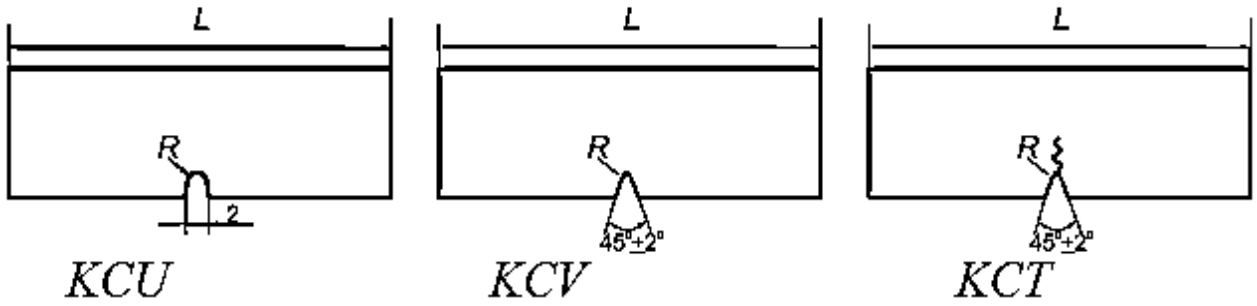


Рис. 4.2. Образцы для испытаний на ударный изгиб и способы обозначения ударной вязкости в зависимости от вида концентратора

Испытание на ударную вязкость при изгибе проводят на маятниковом копре в соответствии с ГОСТ 9454–78. Метод основан на разрушении образца с концентратором посередине ударом маятника со стороны, противоположной концентратору. При этом концы образца располагают на опорах. Ударную вязкость *KCU* (*KCV*, *KCT* – в зависимости от вида концентратора) определяют по формуле

$$KCU = \frac{A}{F_H}, \quad (4.5)$$

где A – работа, затраченная на разрушение образца, Дж;

F_H – площадь поперечного сечения образца в месте надреза, м^2.

Твердость – это способность материала сопротивляться внедрению в его поверхность более твердого тела – индентора.

Различают *методы измерения твердости*:

– по Бринеллю (ГОСТ 9012–59);

– по Роквеллу (ГОСТ 9013–59);

– по Виккерсу (ГОСТ 2999–75).

Твердость измеряют на специальных приборах – твердомерах Бринелля, Роквелла и Виккерса.

Метод измерения ***твердости по Бринеллю*** заключается во вдавливании стального шарика в образец или небольшое изделие в течение определенного времени и измерении диаметра отпечатка после снятия нагрузки. Число твердости по Бринеллю определяют по формуле путем деления нагрузки P на площадь поверхности сферического отпечатка:

$$HB = \frac{P}{F} = \frac{2P}{\pi D(D-\sqrt{D^2-d^2})}, \quad (4.6)$$

где D – диаметр шарика, мм;

d – диаметр отпечатка, мм;

P – нагрузка, кгс.

При измерении ***твердости по Виккерсу*** в поверхность образца вдавливают четырехгранную пирамиду с углом при вершине 136°. После снятия нагрузки измеряют диагонали отпечатка (d – среднее из двух диагоналей) и число твердости по формуле

$$HV = \frac{P}{F} = \frac{1{,}8544P}{d^2}. \quad (4.7)$$

Твердость по Роквеллу зависит от глубины вдавливания наконечника, в качестве которого используют алмазный конус с углом при вершине 120° или стальной шарик с d = 1,588 мм.

При определении твердости по Роквеллу выбирают какую-либо реперную точку и полученную величину глубины вдавливания t_b вычитают из произвольно выбранной максимальной глубины вдавливания $t_{\max}$:

$$HR = t_{\max} - t_b. \quad (4.8)$$

4.2. Примеры решения задач

Задача 4.1. На рис. 4.3 показана диаграмма растяжения стального образца. Диаметр рабочей части d_0 = 4 мм. Усилия на образце в точках A и B диаграммы растяжения P_A = 3200 Н, P_B = 5900 Н. Определить предел прочности σ_B и предел текучести $\sigma_{0,2}$ металла образца.

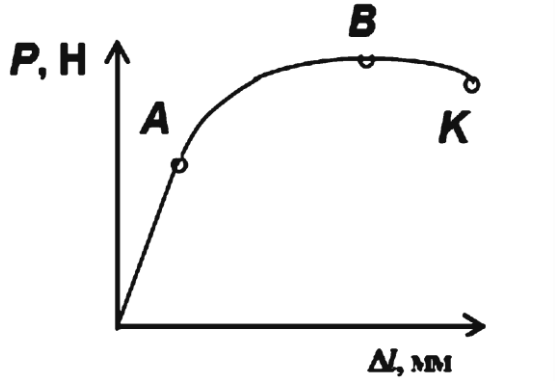


Рис. 4.3. Диаграмма растяжения стального образца

Решение

1. *Анализ диаграммы* – дана диаграмма растяжения для сталей без выраженной площадки текучести, поэтому имеем: $P_A = P_{0,2}$ – нагрузка, соответствующая условной текучести металла (при этой нагрузке нарушается линейная связь «нагрузка – удлинение»), P_B – максимальная нагрузка, соответствующая образованию шейки на образце.

2. *Условный предел текучести* определим по следующей формуле:

$$\sigma_{0,2} = \frac{P_{0,2}}{F}, \quad (1)$$

где $F = \frac{3,14 \cdot 4^2}{4} = 12,56$ мм^2 – площадь поперечного сечения образца. (2)

3. Подставив полученное значение выражения (1) в формулу (2), рассчитаем условный предел текучести:

$$\sigma_{0,2} = \frac{P_{0,2}}{F} = \frac{3200}{12,56} = 254,8 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} = \frac{254,8}{10^{-6}} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 254,8 \text{ МПа}.$$

4. *Предел прочности* определим из следующего выражения:

$$\sigma_{\text{В}} = \frac{P_{\text{В}}}{F} = \frac{5900}{12,56} = 469,7 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} = \frac{469,7}{10^{-6}} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 469,7 \text{ МПа}.$$

Ответ: $\sigma_{0,2} = 254,8$ МПа; $\sigma_{\text{В}} = 469,7$ МПа.

Задача 4.2. Вычислить твердость по Бринеллю, если диаметр отпечатка, возникшего от воздействия шарика на поверхности образца, составил 3 мм. Условия испытания: диаметр шарика 10 мм; нагрузка 900 кгс.

Решение

Для расчета твердости по Бринеллю воспользуемся формулой

$$HB = \frac{P}{F} = \frac{2P}{\pi D(D - \sqrt{D^2 - d^2})}. \quad (3)$$

Рассчитаем искомую твердость:

$$HB = \frac{2 \cdot 900}{3,14 \cdot 10 \cdot (10 - \sqrt{10^2 - 3^2})} \approx 125.$$

Ответ: $125\ HB$.

Задача 4.3. Проводилось определение ударной вязкости стального образца типа 1 с *U*-образным надрезом. Вычислить значение ударной вязкости стали *KCU* на основании следующих исходных данных: результаты испытания $KU_0 = 220$ Дж; $KU_{\text{ост}} = 140$ Дж.

Решение

1. Образец типа 1 с *U*-образным надрезом (рис. 4.4) по ГОСТ 9454–78 – это образец Менаже (радиус надреза 1 мм). Размеры образцов с *U*-образным надрезом приведены в табл. 4.2.

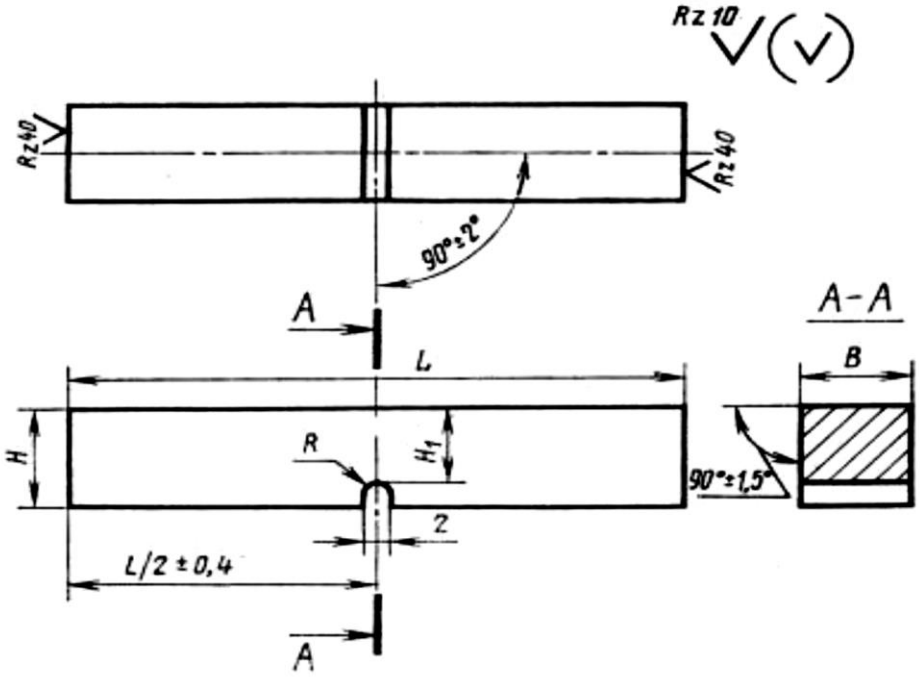


Рис. 4.4. Чертеж испытуемого образца

Таблица 4.2

Размеры образца (мм) по ГОСТ 9454–78

Концентратор	Тип	R	$L\pm0{,}6$	B	$H\pm0{,}1$	H_1
U (Менаже)	1	$1 \pm 0{,}1$	55	$10 \pm 0{,}1$	10	$8 \pm 0{,}1$

2. Ударную вязкость определим по формуле

$$KCU = \frac{KU_0 - KU_{\text{ост}}}{F_H}, \tag{1}$$

где F_H – площадь сечения образца в надрезе:

$$F_{\text{Н}} = B \cdot H_1 = 10 \cdot 8 = 80 \text{ мм}^2 = 0{,}8 \text{ см}^2 \tag{2}$$

3. Подставив полученное значение выражения (1) в формулу (2), рассчитаем ударную вязкость:

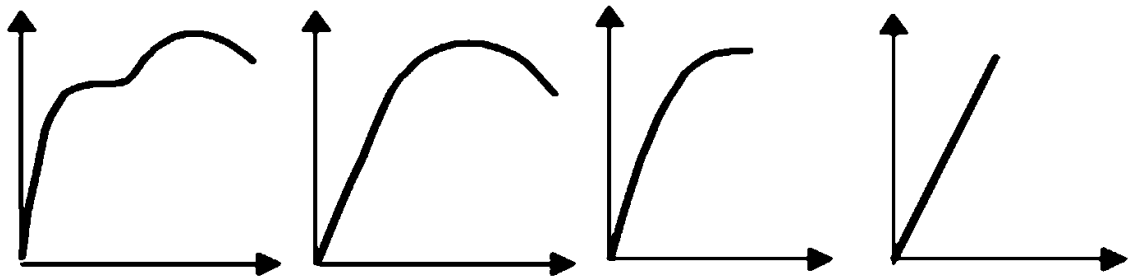
$$KCU = \frac{220 - 140}{0{,}8} = 100 \ \frac{\text{Дж}}{\text{см}^2}.$$

Ответ: $KCU = 100 \ \frac{\text{Дж}}{\text{см}^2}$.

4.3. Задачи для самостоятельного решения

1. Дать определение физического σ_T и условного $\sigma_{0,2}$ предела текучести. В каких случаях определяется та или иная прочностная характеристика?

2. Какая из приведенных диаграмм растяжения (рис. 4.5) соответствует наиболее хрупкому материалу? Из какого материала, по вашему мнению, целесообразно изготавливать детали, работающие в условиях растяжения, сжатия, интенсивного изнашивания? Обосновать свою точку зрения.



а *б* *в* *г*

Рис. 4.5. Диаграммы растяжения к задаче № 2

3. Твердость малоуглеродистой стали равна 180 *HB*. Чему примерно равен предел прочности этой стали? Как можно, используя эту информацию, определить марку стали по ГОСТ 1050–88?

4. Определить предел прочности и предел текучести металла по результатам испытания образцов на растяжение: P_B = 9500 кгс; d_0 = 10 мм; P_m = 6000 кгс.

5. Вычислить ударную вязкость (*KCU*), если энергия удара маятника составляла 300 Дж. Обеспечит ли полученное значение ударной вязкости надежную работу материала?

6. Вычислить твердость по Бринеллю, если диаметр отпечатка, возникшего от воздействия шарика на поверхности образца, составил 3,5 мм. Условия испытания были следующими: диаметр шарика – 10 мм, нагрузка – 750 кгс.

7. Проводится определение твердости по Роквеллу образцов из закаленной стали. Выбрать оборудование и условия испытания (вид индентора, суммарная нагрузка) для определения твердости данных образцов.

Практическое занятие № 5

РАСЧЕТ ОСНОВНЫХ ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОВОДНИКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ

5.1. Необходимые теоретические сведения и расчетные формулы

Проводниками называют материалы, основным электрическим свойством которых является сильно выраженная электропроводность. Это могут быть твердые тела, жидкости (галлий, ртуть) и при соответствующих условиях газы (плазма).

По механизму образования свободных носителей заряда (с. н. з.) проводниковые материалы классифицируются на проводники I и II рода (рис. 5.1).

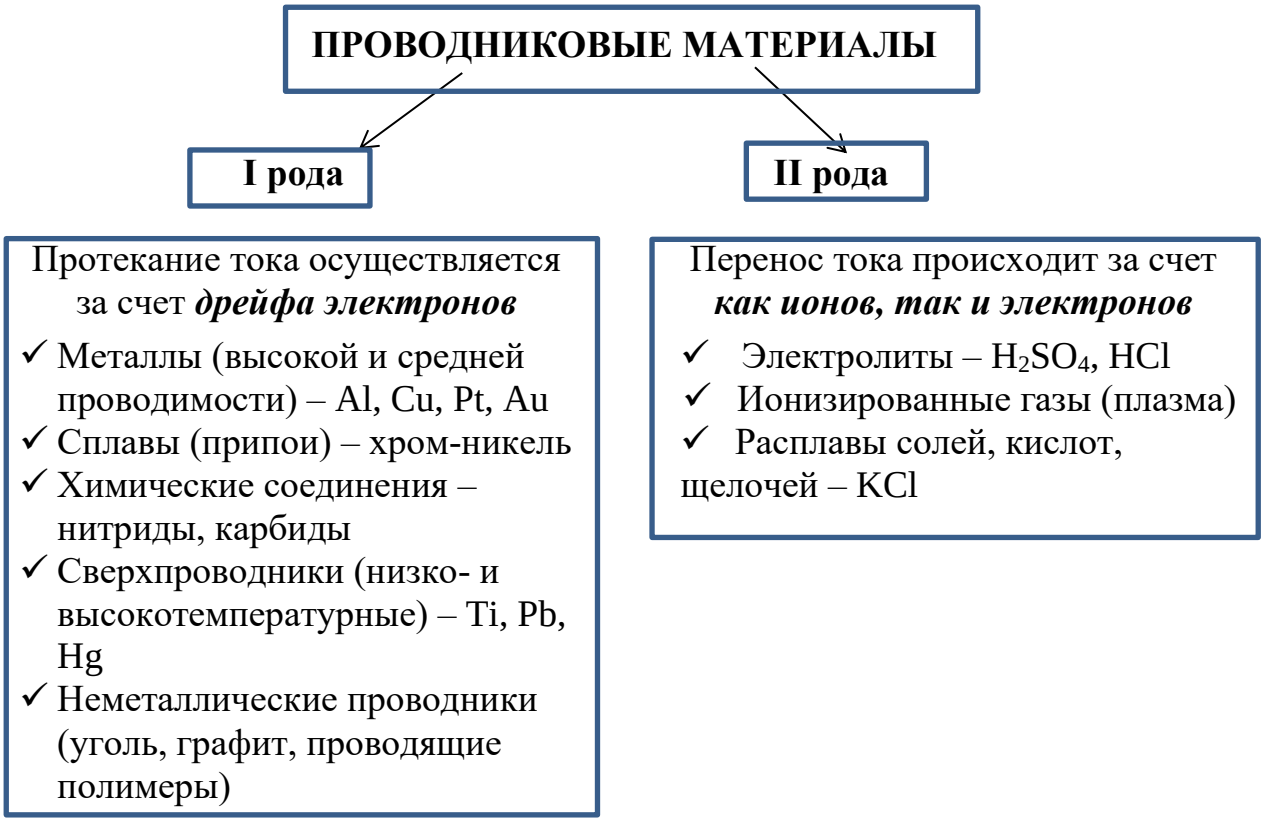


Рис. 5.1. Классификация проводников по механизму образования свободных носителей заряда

Основными *электрофизическими параметрами проводников* являются:

1) удельная электропроводность σ (См/м);
2) удельное сопротивление ρ (Ом·м);
3) температурный коэффициент сопротивления α_ρ ($К^{-1}$);
4) скорость дрейфа $v_д$ (м/с);
5) подвижность μ ($м^2/(В{\cdot}с)$);
6) длина свободного пробега λ (м).

Вышеперечисленные электрофизические параметры связаны между собой следующими соотношениями:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}; \tag{5.1}$$

$$\rho = \frac{R \cdot S}{L}\ , \tag{5.2}$$

где R – сопротивление проводника, Ом;

S – площадь поперечного сечения проводника, м^2;

L – длина проводника, м.

$$\alpha_\rho = \frac{\Delta\rho}{\rho_1 \cdot \Delta T} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 \cdot (T_2 - T_1)}; \tag{5.3}$$

$$\mu = \frac{v_д}{E}\ , \tag{5.4}$$

где E – напряженность электрического поля, В/м.

$$\sigma = e \cdot n \cdot \frac{v_д}{E} = e \cdot n \cdot \mu\,, \tag{5.5}$$

где $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд электрона;

n – концентрация электронов.

$$n = d\,\frac{N_A}{M}\,, \tag{5.6}$$

где d – плотность материала, кг/м^3;

$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ – число Авогадро;

M – молярная маса, г/моль.

Закон Ома в *интегральной форме*: $I = \frac{U}{R}$.

Закон Ома в *дифференциальной форме*: $j = e \cdot n \cdot \mu \cdot E = \sigma \cdot E$.

Энергия, выделяемая в проводнике при протекании по нему тока:

$$Q = I \cdot U \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t = \frac{U^2 \cdot t}{R}\ , \tag{5.7}$$

где t – время, с.

Согласно ***классической теории*** проводимости электронного газа *удельное сопротивление* находится по следующей формуле:

$$\rho = \frac{2 \cdot m_e \cdot v_т}{n \cdot e^2 \cdot \lambda_{ср}}, \tag{5.8}$$

где $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг – масса электрона;

$\lambda_{ср}$ – средняя длина свободного пробега;

$v_т$ – тепловая скорость, м/с.

Согласно ***квантово-механической теории*** электропроводности металлов *удельное сопротивление* находится по следующей формуле:

$$\rho = \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{h}{e^2 \cdot n^{\frac{2}{3}} \cdot \lambda_{ср}}, \quad (5.9)$$

где $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с – постоянная Планка.

Связь напряженности E с напряжением U электрического поля:

$$E = \frac{U}{l}, \quad (5.10)$$

где l – длина проводника, м.

Глубина проникновения переменного электромагнитного поля в проводник:

$$\Delta = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot f \cdot \mu_0 \cdot \mu \cdot \sigma}}, \quad (5.11)$$

где f – частота переменного тока, Гц;

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная;

μ – относительная магнитная проницаемость материала.

5.2. Примеры решения задач

Задача 5.1. Вычислить среднюю длину свободного пробега $\lambda_{ср}$ электронов в меди при T = 300 K, если удельное сопротивление при этой температуре равно $\rho = 0{,}017$ мкОм · м. Плотность меди $d_{Cu} = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3, молярная масса $M_{Cu} = 63{,}54$ г/моль.

Решение

1. Удельное сопротивление ρ из квантово-механической теории электропроводности металлов определяется следующим образом:

$$\rho = \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{h}{e^2 \cdot n^{\frac{2}{3}} \cdot \lambda_{ср}}, \quad (1)$$

где h – постоянная Планка;

e – заряд электрона;

n – концентрация электронов.

2. Из формулы (1) выразим среднюю длину свободного пробега $\lambda_{ср}$:

$$\lambda_{ср} = \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{h}{e^2 \cdot n^{\frac{2}{3}} \cdot \rho}. \quad (2)$$

3. Определим концентрацию электронов n в проводнике (медь), учитывая, что плотность меди $d_{\text{Cu}} = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3, молярная маса меди $M_{\text{Cu}} = 63{,}54$ г/моль, число Авогадро $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$:

$$n = d\frac{\text{N}_A}{M} = \frac{8{,}9 \cdot 10^3 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{63{,}54 \cdot 10^{-3}} = 84 \cdot 10^{27}\text{м}^{-3}. \quad (3)$$

4. Подставив все известные значения в формулу (2), рассчитаем $\lambda_{\text{ср}}$:

$$\lambda_{\text{ср}} = \left(\frac{3}{8 \cdot 3{,}14}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{(1{,}6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot (84 \cdot 10^{27})^{\frac{2}{3}} \cdot 0{,}017 \cdot 10^{-6}} = 3{,}874 \cdot 10^{-8}\text{м}. \quad (4)$$

Ответ: $\lambda_{\text{ср}} = 3{,}874 \cdot 10^{-8}$ м.

Задача 5.2. Определить время, в течение которого электрон пройдет l = 1 км по медному проводу, если его удельное сопротивление $\rho = 0{,}017$ мкОм $\cdot$ м, напряжение электрического поля U = 220 В. Сравнить скорость дрейфа с тепловой скоростью.

Решение

1. Время дрейфа τ электронов определим по формуле

$$\tau = \frac{l}{v_{\text{д}}}, \quad (1)$$

где l – длина проводника;

$v_{\text{д}}$ – скорость дрейфа электронов.

2. Удельная электропроводность проводника рассчитывается по следующей формуле:

$$\sigma = e \cdot n \cdot \frac{v_{\text{д}}}{E}, \quad (2)$$

где e – заряд электрона;

n – концентрация электронов;

E – напряженность электрического поля.

3. Из формулы (2) выразим скорость дрейфа:

$$v_{\text{д}} = \frac{\sigma \cdot E}{e \cdot n}. \quad (3)$$

4. Связь напряженности E с напряжением U электрического поля выражается следующей формулой:

$$E = \frac{U}{l}. \quad (4)$$

5. Концентрацию электронов в проводнике (медь) определим по формуле

$$n = d\frac{N_A}{M}, \tag{5}$$

где $d_{\text{Cu}} = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3 – плотность меди;

N_A – число Авогадро;

$M_{\text{Cu}} = 63{,}54$ г/моль – молярная маса меди.

6. Удельная электропроводность σ и удельное сопротивление ρ проводника связаны выражением

$$\sigma = \frac{1}{\rho}. \tag{6}$$

7. Найдем скорость дрейфа $v_{\text{д}}$, подставив выражения (4), (5) и (6) в формулу (3):

$$v_{\text{д}} = \frac{U \cdot M_{Cu}}{l \cdot \rho \cdot e \cdot d_{\text{Cu}} \cdot N_A}. \tag{7}$$

8. Подставив все необходимые значения в выражение (7), рассчитаем скорость дрейфа $v_{\text{д}}$:

$$v_{\text{д}} = \frac{220 \cdot 63{,}54 \cdot 10^{-3}}{10^3 \cdot 0{,}017 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 8{,}9 \cdot 10^3 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}} = \\ = \frac{13{,}98}{1{,}46 \cdot 10^4} = 9{,}6 \cdot 10^{-4}\text{м/с}. \tag{8}$$

9. Подставив найденное значение скорости дрейфа $v_{\text{д}}$ в формулу (1), найдем время дрейфа τ электронов:

$$\tau = \frac{10^3}{9{,}6 \cdot 10^{-4}} \approx 0{,}1 \cdot 10^7 = 10^6 \text{ с}. \tag{9}$$

10. Согласно классической теории проводимости электронного газа удельное сопротивление ρ находим по следующей формуле:

$$\rho = \frac{2 \cdot m_e \cdot v_{\text{т}}}{n \cdot e^2 \cdot \lambda_{\text{ср}}}, \tag{10}$$

где m_e – масса электрона;

$\lambda_{\text{ср}}$ – средняя длина свободного пробега.

11. Из формулы (10) выразим тепловую скорость $v_{\text{т}}$:

$$v_{\text{т}} = \frac{\rho \cdot n \cdot e^2 \cdot \lambda_{\text{ср}}}{2 \cdot m_e}. \tag{11}$$

12. Согласно квантово-механической теории электропроводности металлов удельное сопротивление находим по следующей формуле:

$$\rho = \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{h}{e^2 \cdot n^{\frac{2}{3}} \cdot \lambda_{ср}}, \quad (12)$$

где h – постоянная Планка.

13. Из формулы (12) выразим среднюю длину свободного пробега $\lambda_{ср}$ и рассчитаем ее, учитывая, что концентрация электронов определяется по формуле (5) и равна соответственно $n = 84 \cdot 10^{27}$:

$$\lambda_{ср} = \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{h}{e^2 \cdot n^{\frac{2}{3}} \cdot \rho} =$$

$$= \left(\frac{3}{8 \cdot 3{,}14}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{(1{,}6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot (84 \cdot 10^{27})^{\frac{2}{3}} \cdot 0{,}017 \cdot 10^{-6}} =$$

$$= 3{,}874 \cdot 10^{-8}\text{м}. \quad (13)$$

14. Подставляем все необходимые значения в формулу (11) и находим тепловую скорость $v_т$:

$$v_т = \frac{\rho \cdot n \cdot e^2 \cdot \lambda_{ср}}{2 \cdot m_e} =$$

$$= \frac{0{,}017 \cdot 10^{-6} \cdot 84 \cdot 10^{27} \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 3{,}874 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}} =$$

$$= \frac{14{,}16 \cdot 10^{-25}}{18{,}2 \cdot 10^{-31}} = 7{,}8 \cdot \frac{10^5\text{м}}{\text{с}}. \quad (14)$$

Ответ: $\tau = 10^6$ с; $v_д = 9{,}6 \cdot 10^{-4}$ м/с; $v_т = 7{,}8 \cdot 10^5$ м/с.

Задача 5.3. Удельное сопротивление серебра при комнатной температуре равно 0,015 мкОм·м, а температурный коэффициент удельного сопротивления составляет 4,1 $\cdot 10^{-3}$ К$^{-1}$. Определить, как и во сколько раз изменится длина свободного пробега электронов при нагревании проводника от 300 до 1000 К.

Решение

1. Температурный коэффициент сопротивления α_ρ определяется по следующей формуле:

$$\alpha_\rho = \frac{\Delta\rho}{\rho_1 \cdot \Delta T} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 \cdot (T_2 - T_1)}. \quad (1)$$

2. Выразим из формулы (1) изменение удельного сопротивления $\Delta\rho$ и найдем его значение:

$$\Delta\rho = \alpha_\rho \cdot \rho_1 \cdot \Delta T = 4{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}015 \cdot 10^{-6} \cdot 700 = 43{,}05 \cdot 10^{-9}\text{Ом}. \quad (2)$$

3. Рассчитаем удельное сопротивление серебра ρ_2 при температуре $T_2 = 1000$ К:

$$\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \rho_2 = \triangle\, \rho + \rho_1 = 0{,}043 \cdot 10^{-6} + 0{,}015 \cdot 10^{-6} = 0{,}058 \cdot 10^{-6} \text{Ом} \cdot \text{м}. \qquad (3)$$

4. Длины свободного пробега λ_1 и λ_2 при T_1 и T_2 соответственно определим из выражений:

$$\lambda_1 = \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{h}{e^2 \cdot n^{\frac{2}{3}} \cdot \rho_1},$$
$$\lambda_2 = \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{h}{e^2 \cdot n^{\frac{2}{3}} \cdot \rho_2}. \qquad (4)$$

5. Из формулы (4) видно, что в выражениях λ_1 и λ_2 величина $\left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{1}{3}} \times \times \frac{h}{e^2 \cdot n^{\frac{2}{3}}}$ является константой. Обозначим константу через B и перепишем выражения λ_1 и λ_2:

$$\lambda_1 = \frac{B}{\rho_1}, \qquad \lambda_2 = \frac{B}{\rho_2}. \qquad (5)$$

6. Возьмем соотношение $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ и определим, как и во сколько раз изменится длина свободного пробега электронов при нагревании проводника от 300 до 1000 К:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{0{,}058 \cdot 10^{-6}}{0{,}015 \cdot 10^{-6}} = 3{,}9. \qquad (6)$$

Ответ: уменьшится в 3,9 раза.

Задача 5.4. При включении в электрическую цепь проводника диаметром 0,5 мм и длиной 43 мм разность потенциалов на концах проводника составила 2,4 В при токе 2 А. Определить удельное сопротивление материала проводника.

Решение

1. Исходя из условия задачи, удельное сопротивление ρ проводника определим с помощью следующего выражения:

$$\rho = \frac{R \cdot S}{L}, \qquad (1)$$

где R – сопротивление проводника, Ом;

S – площадь поперечного сечения проводника, м^2;

L – длина проводника, м.

2. Сопротивление проводника R рассчитаем по формуле

$$R = \frac{U}{I}, \tag{2}$$

где U – напряжение электрического поля;

I – электрический ток.

3. Площадь поперечного сечения S проводника определим по формуле

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4}, \tag{3}$$

где d – диаметр проводника.

4. Выражения (2) и (3) подставим в формулу (1) и рассчитаем искомое удельное сопротивление ρ проводника:

$$\rho = \frac{R \cdot S}{L} = \frac{U \cdot \pi \cdot d^2}{I \cdot 4 \cdot L} = \frac{2{,}4 \cdot 3{,}14 \cdot (0{,}5 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot 4 \cdot 43 \cdot 10^{-3}} = \\ = \frac{1{,}884 \cdot 10^{-6}}{344 \cdot 10^{-3}} = 5{,}5 \cdot 10^{-6} \text{Ом} \cdot \text{м}\,. \tag{4}$$

Ответ: $\rho = 5{,}5 \cdot 10^{-6}$ Ом · м

Задача 5.5. Определить отношение глубины проникновения электромагнитного поля в алюминиевом и стальном проводниках при частотах 50 Гц и 1 МГц. Полагать, что $\mu_{Al} = 1$; $\mu_{Fe} = 1000$; $\rho_{Fe} = 0{,}1$ мкОм · м; $\rho_{Al} = 0{,}03$ мкОм · м.

Решение

1. Глубина проникновения переменного электрического поля в проводник определяется из выражения

$$\Delta = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot f \cdot \mu_0 \cdot \mu \cdot \sigma}}, \tag{1}$$

где μ_0 – магнитная постоянная;

μ – относительная магнитная проницаемость материала;

f – частота переменного тока, Гц.

2. Учитывая, что $\sigma = \frac{1}{\rho}$, запишем глубины проникновения электромагнитного поля в алюминиевом и стальном проводниках соответственно:

$$\triangle_{Al} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\pi \cdot f \cdot \mu_{Al} \cdot \mu_0}{\rho_{Al}}}}; \tag{2}$$

$$\triangle_{Fe} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\pi \cdot f \cdot \mu_{Fe} \cdot \mu_0}{\rho_{Fe}}}}. \tag{3}$$

3. При частотах 50 Гц и 1 МГц отношение глубин проникновения электромагнитного поля в алюминиевом и стальном проводниках определяется из выражения

$$\frac{\triangle_{Al}}{\triangle_{Fe}} = \sqrt{\frac{\rho_{Al} \cdot \mu_{Fe}}{\rho_{Fe} \cdot \mu_{Al}}} = \sqrt{\frac{0{,}03 \cdot 10^{-6} \cdot 1000}{0{,}1 \cdot 10^{-6} \cdot 1}} = 17{,}3\,. \qquad (4)$$

Ответ: на обеих частотах $\frac{\triangle_{Al}}{\triangle_{Fe}} = 17{,}3.$

5.3. Задачи для самостоятельного решения

1. В медном проводнике под действием электрического поля проходит электрический ток плотностью 1 А/мм^2. Определить скорость дрейфа и ее отношение к средней тепловой скорости движения электронов при температуре 300 К.
2. Сопротивление вольфрамовой нити электрической лампочки при 20 °С равно 35 Ом. Определить температуру нити лампочки, если известно, что при включении в сеть напряжением 220 В в установившемся режиме по нити проходит ток 0,6 А.
3. Удельное сопротивление чистой меди при 20 и 100 °С равно соответственно 0,0168 и 0,0226 мкОм·м. Определить удельное сопротивление и температурный коэффициент удельного сопротивления при 0 °С.
4. Определить плотность тока в молибденовой проволоке, к концам которой приложено напряжение 1,2 В. Длина проволоки 100 м.
5. Найти сопротивление квадрата поверхности плоского проводника из латуни на частоте 10 МГц, если удельное сопротивление латуни при постоянном напряжении равно 0,08 мкОм·м.

Практическое занятие № 6

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ

6.1. Необходимые теоретические сведения и расчетные формулы

Основными электрофизическими параметрами полупроводников являются:

- ширина запрещенной зоны ΔE_g;
- положение уровня Ферми E_F;
- удельное сопротивление ρ и удельная электропроводность σ;
- концентрация собственных носителей заряда n_i;
- концентрация донорной примеси N_n;
- концентрация акцепторной примеси N_p;
- подвижность носителей заряда μ_n и μ_p;
- время жизни неравновесных носителей τ_n и τ_p.

Положение уровня Ферми в собственном полупроводнике определяется выражением

$$E_F = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{kT}{2}\ln\frac{N_V}{N_C} = E_i + \frac{kT}{2}\ln\frac{N_V}{N_C}, \quad (6.1)$$

где E_i – уровень, соответствующий середине запрещенной зоны;

N_V, N_C – эффективная плотность состояний для дырок валентной зоны и для электронов зоны проводимости соответственно:

$$N_V = \frac{2\cdot\left(2\pi\cdot m_p\cdot k\cdot T\right)^{\frac{3}{2}}}{h^3},\ N_C = \frac{2\cdot(2\pi\cdot m_n\cdot k\cdot T)^{\frac{3}{2}}}{h^3}, \quad (6.2)$$

где m_n , m_p – эффективные массы электронов и дырок;

$h = 6{,}62\cdot 10^{-34}$ Дж · с – постоянная Планка;

$k = 1{,}38\cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана;

T – температура.

Электропроводность собственного полупроводника

$$\sigma = e\cdot n_i\cdot\left(\mu_n + \mu_p\right), \quad (6.3)$$

где e – заряд электрона.

Концентрация собственных носителей заряда рассчитывается по формуле

$$n_i = \sqrt{N_C\cdot N_V}\exp\left(-\frac{\triangle E_g}{2kT}\right). \quad (6.4)$$

Для *собственного полупроводника* применимо соотношение «действующих масс»:

$$n_i^2 = n\cdot p. \quad (6.5)$$

Концентрация носителей в донорных ($n >> p$) ***и акцепторных*** ($p >> n$) полупроводниках определяется из соотношений:

$$n = \sqrt{N_{\text{C}} \cdot N_d} \cdot \exp\left(-\frac{E_d}{2kT}\right), \; p = \sqrt{N_V \cdot N_a} \cdot \exp\left(-\frac{E_a}{2kT}\right), \tag{6.6}$$

где N_d, N_a – концентрация атомов доноров и акцепторов соответственно;

E_d, E_a – положение донорного и акцепторного уровней соответственно.

Электропроводность примесного полупроводника рассчитывается по формуле

$$\sigma = en\mu_n + ep\mu_{\text{p}}, \tag{6.7}$$

где n – концентрация электронов, а p – концентрация дырок.

Скорость дрейфа носителей заряда в электрическом поле напряженностью E определяется выражением

$$v_{\text{д}} = \mu \cdot E. \tag{6.8}$$

Плотность тока через полупроводник при напряженности внешнего поля E рассчитывается по формуле

$$J = \sigma \cdot E. \tag{6.9}$$

Время жизни неравновесных носителей заряда

$$\tau = \frac{L^2}{D}, \tag{6.10}$$

где L – диффузионная длина неравновесных носителей заряда;

D – коэффициент диффузии неравновесных носителей заряда определяется из *соотношения Эйнштейна*:

$$D = \frac{\mu \cdot kT}{e}. \tag{6.11}$$

6.2. Примеры решения задач

Задача 6.1. Найти положение уровня Ферми в собственном германии при 300 К, если известно, что ширина запрещенной зоны $\triangle W = 0{,}665$ эВ, а эффективные массы плотности состояний для дырок валентной зоны и электронов зоны проводимости соответственно равны: $m_p = 0{,}33m_0; m_n = 0{,}55m_0$, где m_0 – масса свободного электрона.

Решение

1. Положение уровня Ферми в собственном полупроводнике

$$E_F = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{kT}{2}\ln\frac{N_V}{N_C} = E_i + \frac{kT}{2}\ln\frac{N_V}{N_C}, \tag{1}$$

где E_i – уровень, соответствующий середине запрещенной зоны;

E_C – уровень, соответствующий «дну» зоны проводимости;

E_V – уровень, соответствующий «потолку» валентной зоны;

N_V, N_C – эффективная плотность состояний для дырок валентной зоны и для электронов зоны проводимости соответственно.

2. Рассчитаем эффективные плотности состояний:

$$N_V = \frac{2 \cdot \left(2\pi \cdot m_p \cdot k \cdot T\right)^{\frac{3}{2}}}{h^3}, \qquad N_C = \frac{2 \cdot (2\pi \cdot m_n \cdot k \cdot T)^{\frac{3}{2}}}{h^3}, \tag{2}$$

где m_n , m_p – эффективные массы электронов и дырок;

$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с – постоянная Планка;

$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана;

$m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг;

$T = 300$ К – температура.

Подставив все известные значения, получим:

$$N_V = \frac{2 \cdot (2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}33 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300)^{\frac{3}{2}}}{(6{,}62 \cdot 10^{-34})^3} = 6{,}04 \cdot 10^{24}\ \text{м}^{-3},$$

$$N_C = \frac{2 \cdot (2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}55 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300)^{\frac{3}{2}}}{(6{,}62 \cdot 10^{-34})^3} = 10{,}2 \cdot 10^{24}\ \text{м}^{-3}.$$

3. Из формулы (1) выразим разность $E_F - E_i$; в полученное выражение подставим найденные значения эффективной плотности состояний N_V, N_C. Следует также учесть, что 1 эВ $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж:

$$E_F - E_i = \frac{kT}{2} \ln \frac{N_V}{N_C} = \frac{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{2} \ln \frac{6{,}04 \cdot 10^{24}}{10{,}2 \cdot 10^{24}} =$$

$$= 207 \cdot 10^{-23} \cdot \ln 0{,}59 = 207 \cdot 10^{-23} \cdot (-0{,}53) = -109{,}7 \cdot 10^{-23}\ \text{Дж} =$$

$$= -6{,}85 \cdot 10^{-3}\ \text{эВ} = -6{,}85\ \text{мэВ}. \tag{4}$$

Ответ: уровень Ферми в собственном германии расположен на 6,85 мэВ ниже середины запрещенной зоны.

Задача 6.2. Рассчитать концентрацию электронов и дырок в германии с удельным сопротивлением 0,05 Ом · м при T = 300 К. Данные: собственная концентрация носителей заряда при комнатной температуре $n_i = 2{,}1 \cdot 10^{19}\text{м}^{-3}$, подвижность электронов $\mu_n = 0{,}39$ м^2/(В· с), подвижность дырок $\mu_p =$ $= 0{,}19$ м^2/(В· с).

Решение

1. Электропроводность примесного полупроводника рассчитывается по формуле

$$\sigma = en\mu_n + ep\mu_p, \quad (1)$$

где n – концентрация электронов, а p – концентрация дырок

2. Учитывая, что $\sigma = \frac{1}{\rho}$ и $n_i^2 = n \cdot p$, получим квадратное уравнение для концентрации дырок:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = en\mu_n + ep\mu_p,$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{en_i^2\mu_n}{p} + ep\mu_p,$$

$$\frac{en_i^2\mu_n}{p} + ep\mu_p - \frac{1}{\rho} = 0,$$

$$p^2 + \frac{en_i^2\mu_n}{e\mu_p} - \frac{p}{\rho e\mu_p} = 0,$$

$$p^2 - \frac{p}{e\mu_p\rho} + \frac{n_i^2\mu_n}{\mu_p} = 0. \quad (2)$$

3. Подставив все известные значения в выражение (2), получим

$$p^2 - 6{,}58 \cdot 10^{20}p + 9{,}03 \cdot 10^{38} = 0. \quad (3)$$

4. Решив квадратное уравнение (3), получим концентрацию основных носителей заряда – дырок:

$$p = 6{,}565 \cdot 10^{20}\text{м}^{-3}.$$

Второе решение квадратного уравнения отбрасываем, так как оно соответствует полупроводнику *n*-типа.

5. Концентрацию неосновных носителей заряда (электронов) определим из выражения

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{(2{,}1 \cdot 10^{19})^2}{6{,}565 \cdot 10^{20}} = 6{,}72 \cdot 10^{17}\text{м}^{-3}.$$

Ответ: $p = 6{,}565 \cdot 10^{20}\text{м}^{-3}$; $n = 6{,}72 \cdot 10^{17}\text{м}^{-3}$.

Задача 6.3. Через пластину кремния с удельным сопротивлением $\rho = 0{,}01$ Ом · м проходит электрический ток плотностью $j = 10$ мА/мм^2. Найти

средние скорости дрейфа электронов и дырок, если их подвижности равны 0,14 м^2/(В · с) и 0,05 м^2/(В · с) соответственно.

Решение

1. Скорости дрейфа электронов ($v_{дn}$) и дырок ($v_{др}$) определяются из следующих выражений соответственно:

$$v_{дn} = \mu_n E, \quad (1)$$

$$v_{др} = \mu_p E, \quad (2)$$

где E – напряженность электрического поля;

μ_n – подвижность электронов;

μ_p – подвижность дырок.

2. Плотность электрического тока (j) определяется как

$$j = \sigma \cdot E = \frac{E}{\rho}, \quad (3)$$

где $\sigma = \frac{1}{\rho}$ – электропроводность полупроводника.

3. Из формулы (3) следует, что $E = j \cdot \rho$. Подставим это в выражения (1) и (2) и рассчитаем искомые скорости дрейфа электронов ($v_{дn}$) и дырок ($v_{др}$) в полупроводнике:

$$v_{дn} = \mu_n j \rho = 0{,}14 \cdot 10^4 \cdot 10^{-2} = 14 \text{ м/с},$$

$$v_{др} = \mu_p j \rho = 0{,}05 \cdot 10^4 \cdot 10^{-2} = 5 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v_{дn} = 14$ м/с; $v_{др} = 5$ м/с.

Задача 6.4. В образце кремния *n*-типа при T = 300 К время жизни неравновесных носителей заряда $\tau_p = 5$ мкс, их подвижность $\mu_p = 0{,}04$ м^2/(В · с). Определить диффузионную длину неравновесных носителей заряда.

Решение

1. Диффузионная длина неравновесных носителей заряда (L_p)

$$L_p = \sqrt{D \cdot \tau_p}, \quad (1)$$

где D – коэффициент диффузии неравновесных носителей заряда;

τ_p – время жизни неравновесных носителей заряда.

2. Коэффициент диффузии неравновесных носителей заряда (D) найдем из соотношения Эйнштейна:

$$D = \frac{\mu_p \cdot kT}{e} = \frac{0{,}04 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 10{,}35 \cdot 10^{-4}\ \frac{\text{м}^2}{\text{с}}, \qquad (2)$$

где μ_p – подвижность неравновесных носителей заряда;

k – постоянная Больцмана;

T – температура;

e – заряд электрона.

3. Подставим найденное значение D в выражение (1) и рассчитаем искомую диффузионную длину неравновесных носителей заряда L_p:

$$L_p = \sqrt{5 \cdot 10^{-6} \cdot 10{,}35 \cdot 10^{-4}} = \sqrt{51{,}75 \cdot 10^{-10}} = 7{,}2 \cdot 10^{-5}\text{м} \approx 72\ \text{мкм}.$$

Ответ: $L_p = 72$ мкм.

6.3. Задачи для самостоятельного решения

1. Эпитаксиальный слой арсенида галлия, легированный серой, имеет при комнатной температуре удельное сопротивление $5 \cdot 10^{-3}$ Ом·м. Определить концентрацию доноров в слое, если подвижность электронов 0,8 м^2/(В·с).

2. При напряженности электрического поля 100 В/м плотность тока через полупроводник равна $6 \cdot 10^4$ А/м^2. Определить концентрацию электронов проводимости в полупроводнике, если их подвижность равна 0,375 м^2/(В·с). Дырочной составляющей тока можно пренебречь.

3. К стержню из арсенида галлия длиной 50 мм приложено напряжение 50 В. За какое время электрон пройдет через весь образец, если подвижность электронов составляет 0,9 м^2/(В·с)?

4. Через кристалл кремния *n*-типа с удельным объемным сопротивлением 0,1 Ом·м пропускают электрический ток плотностью 200 мА/см^2. За какое время электроны проходят расстояние 10 мкм, если их подвижность 0,14 м^2/(В·с)?

Практическое занятие № 7

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

7.1. Необходимые теоретические сведения и расчетные формулы

Наиболее важными электрофизическими параметрами диэлектрических материалов являются относительная диэлектрическая проницаемость ε, тангенс угла диэлектрических потерь tgδ, электрическая прочность $E_{\text{пр}}$, удельное объемное ρ_V и поверхностное ρ_s сопротивления.

Поляризованность пропорциональна напряженности электрического поля:

$$P = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E. \tag{7.1}$$

Если диэлектрик изотропный, то векторы напряженности электрического поля и поляризованности совпадают по направлению, а электрическое смещение равно

$$D = \varepsilon_0 E + P. \tag{7.2}$$

Кроме пассивного сопротивления, связанного с наличием свободных носителей заряда, диэлектрики обладают, в отличие от проводников, активным или ***емкостным сопротивлением***, которое зависит от частоты внешнего электрического поля:

$$x_c = \frac{h}{2\pi \cdot f \cdot \varepsilon_0 \varepsilon \cdot S}, \tag{7.3}$$

где h – толщина диэлектрика;

f – частота внешнего электрического поля;

ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума;

ε – относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика;

S – площадь электродов.

Емкость плоского конденсатора рассчитывается по следующей формуле:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{4\pi \cdot \varepsilon_0 \varepsilon \cdot S}{h}, \tag{7.4}$$

где Q – заряд на пластинах;

U – разность потенциалов;

S – площадь пластин;

h – толщина диэлектрика.

Диэлектрическая проницаемость зависит от температуры, поскольку изменяется прочность межатомных связей. В связи с этим вводится ***температурный коэффициент ε***:

$$\alpha_\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{d\varepsilon}{dT}. \quad (7.5)$$

Значение диэлектрической проницаемости многокомпонентных диэлектриков определяют ***по формуле Лихтенеккера***, которая, например, для двух составляющих имеет вид:

$$\lg\varepsilon_0 = y_1 \cdot \lg\varepsilon_1 + y_2 \cdot \lg\varepsilon_2, \quad (7.6)$$

где $\varepsilon_{1\ldots i}$ и $y_{1\ldots i}$ – относительные диэлектрические проницаемости и объемные концентрации компонентов ($y_1 + y_2 = 1$).

В соответствии с этим ***температурный коэффициент диэлектрической проницаемости*** рассчитывается следующим образом:

$$\alpha_{\varepsilon_0} = c_1 \cdot \alpha_{\varepsilon_1} + c_2 \cdot \alpha_{\varepsilon_2}. \quad (7.7)$$

В переменных электрических полях имеет место рассеяние мощности в диэлектрике из-за необратимых явлений, в том числе вследствие протекания токов смещения. На практике используют величину tgδ, которая входит в выражение для ***величины потерь*** в образце диэлектрика:

$$P = U^2 \cdot \omega \cdot C \cdot \mathrm{tg}\delta, \quad (7.8)$$

где ω – угловая скорость электрического поля ($\omega = 2\pi \cdot f$).

При достаточно больших напряженностях поля (больше 10^6 В/м) в диэлектриках возможен пробой, т. е. утрата изоляционных свойств.

Электрическая прочность рассчитывается как

$$E_{\text{пр}} = \frac{U_{\text{пр}}}{d}, \quad (7.9)$$

где $U_{\text{пр}}$ – напряжение пробоя диэлектрика толщиной d.

7.2. Примеры решения задач

Задача 7.1. Между пластинами плоского конденсатора без воздушных промежутков зажат лист диэлектрика (гетинакс) толщиной h = 1 мм. На конденсатор подано напряжение U = 200 В. Определить поверхностную плотность заряда на пластинках конденсатора σ_1 и на диэлектрике $\sigma_д$. Диэлектрическая проницаемость гетинакса равна шести.

Решение

1. Напряженность электрического поля двух пластин равна

$$E = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0 \varepsilon}, \quad (1)$$

где $\sigma_1 = \sigma_д + \sigma_0 = E\varepsilon_0\varepsilon$; (2)

σ_0 – поверхностная плотность заряда в отсутствие диэлектрика.

2. Напряженность E связана с напряжением U выражением

$$E = \frac{U}{h}. \tag{3}$$

3. Следовательно, подставив выражения (2) и (3) в (1), получим

$$\sigma_1 = \frac{U\varepsilon_0\varepsilon}{h} = \frac{200 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 6}{10^{-3}} \approx 11 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/м}^2. \tag{4}$$

4. Из формулы (1) выразим $\sigma_д = \sigma_1 - \sigma_0$ и, учитывая формулы (2) и (3), получим

$$\sigma_д = E\varepsilon_0\varepsilon - E\varepsilon_0 = (\varepsilon - 1)E\varepsilon_0 = (\varepsilon - 1) \cdot \frac{U \cdot \varepsilon_0}{h} =$$
$$= (6 - 1) \cdot \frac{200 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}}{10^{-3}} \approx 8{,}85 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/м}^2.$$

Ответ: $\sigma_1 = 11 \cdot 10^{-9}$ Кл/м^2; $\sigma_д = 8{,}85 \cdot 10^{-9}$ Кл/м^2.

Задача 7.2. Композиционный термокомпенсированный (т. е. материал с температурным коэффициентом проницаемости $\alpha_\varepsilon = 0$) керамический материал изготовлен на основе двух диэлектриков с диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_1 = 40$ и $\varepsilon_2 = 80$. Температурные коэффициенты диэлектрической проницаемости равны соответственно $\alpha_{c_1} = 2 \cdot 10^{-4}$ К$^{-1}$ и $\alpha_{c_2} = -1{,}5 \cdot 10^{-3}$ К$^{-1}$. Предполагая хаотическое распределение компонентов, определить состав керамики и ее диэлектрическую проницаемость.

Решение

1. Диэлектрическая проницаемость многокомпонентных диэлектриков определяется по формуле Лихтенеккера:

$$\lg\varepsilon = y_1 \cdot \lg\varepsilon_1 + y_2 \cdot \lg\varepsilon_2, \tag{1}$$

где y_1, y_2 – объемные концентрации компонентов, где $y_1 + y_2 = 1$;

ε_1, ε_2 – диэлектрические проницаемости компонентов.

2. Взаимосвязь диэлектрической проницаемости α_ε и температуры T выражается следующей формулой:

$$\alpha_\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{d\varepsilon}{dT}. \tag{2}$$

3. Продифференцируем формулу Лихтенеккера (1):

$$\frac{1}{\ln 10 \cdot \varepsilon} \cdot \frac{d\varepsilon}{dT} = \frac{y_1}{\ln 10 \cdot \varepsilon_1} \cdot \frac{d\varepsilon}{dT} + \frac{y_2}{\ln 10 \cdot \varepsilon_2} \cdot \frac{d\varepsilon}{dT}. \tag{3}$$

4. Выражение (3) сократим на $\ln 10$ и, учитывая формулу (2), получим следующее выражение:

$$\alpha_\varepsilon = y_1\alpha_{\varepsilon_1} + y_2\alpha_{\varepsilon_2}. \quad (4)$$

5. По условию задачи $\alpha_\varepsilon = 0$, тогда имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} y_1\alpha_{\varepsilon_1} + y_2\alpha_{\varepsilon_2} = 0; \\ y_1 + y_2 = 1. \end{cases} \quad (5)$$

6. Из второго уравнения системы (5) выразим $y_1 = 1 - y_2$ и подставим в первое уравнение системы (5), получим следующее выражение:

$$(1 - y_2)\alpha_{\varepsilon_1} + y_2\alpha_{\varepsilon_2} = 0. \quad (6)$$

7. Преобразуем выражение (6):

$$\alpha_{\varepsilon_1} - y_2\alpha_{\varepsilon_1} + y_2\alpha_{\varepsilon_2} = 0.$$

$$\alpha_{\varepsilon_1} + \left(\alpha_{\varepsilon_2} - \alpha_{\varepsilon_1}\right)y_2 = 0 \Rightarrow y_2 = \frac{-\alpha_{\varepsilon_1}}{\alpha_{\varepsilon_2} - \alpha_{\varepsilon_1}} = \frac{\alpha_{\varepsilon_1}}{\alpha_{\varepsilon_2} - \alpha_{\varepsilon_1}}. \quad (7)$$

8. Подставив значения из условия задачи, определим состав керамики:

$$y_2 = \frac{2\cdot10^{-4}}{2\cdot10^{-4} + 1{,}5\cdot10^{-3}} = \frac{2\cdot10^{-4}}{17\cdot10^{-4}} = 0{,}12,$$

$$y_1 = 1 - y_2 = 0{,}88.$$

9. Из формулы (1) найдем диэлектрическую проницаемость керамики:

$$\varepsilon = 10^{y_1\lg\varepsilon_1 + y_2\lg\varepsilon_2} = 10^{0{,}88\,\cdot\lg40 + 0{,}12\cdot\lg80} = 10^{0{,}88\cdot1{,}6 + 0{,}12\cdot1{,}9}$$
$$= 10^{1{,}41+0{,}23} = 10^{1{,}64} = 43{,}7.$$

Ответ: $y_1 = 0{,}88$; $y_2 = 0{,}12$; $\varepsilon = 43{,}7$.

Задача 7.3. Конденсатор емкостью 200 пФ, изготовленный из пленки полистирола, заряжен до напряжения 100 В, а затем отключен от источника напряжения. Измерения, проведенные через 5 суток, показали, что на выводах конденсатора сохранилось напряжение 10 В. Пренебрегая поверхностной утечкой, определить сопротивление изоляции конденсатора. Диэлектрическая проницаемость полистирола равна 2,5.

Решение

1. В процессе саморазряда напряжение на выводах конденсатора изменяется по следующему закону:

$$U_c(t) = U_c(0)\cdot e^{-\frac{t}{\tau_c}}, \quad (1)$$

где $U_c(0)$ – напряжение, до которого был заряжен конденсатор;

$\tau_c = R_{из}\cdot C$ – постоянная времени конденсатора;

$R_{из}$ – сопротивление изоляции конденсатора;

С – емкость конденсатора.

2. Следовательно, подставив все параметры в выражение (1), имеем:

$$U_c(t) = U_c(0) \cdot e^{-\frac{t}{R_{из} \cdot C}};$$

$$e^{-\frac{t}{R_{из} \cdot C}} = \frac{U_c(t)}{U_c(0)}. \quad (2)$$

3. Прологарифмируем выражение (2):

$$-\frac{t}{R_{из} \cdot C} = ln\frac{U_c(t)}{U_c(0)}. \quad (3)$$

4. Выразим из выражения искомое сопротивление изоляции $R_{из}$ и подставим необходимые значения из условия задачи:

$$R_{из} = -\frac{t}{C \cdot \ln\frac{U_c(t)}{U_c(0)}} = -\frac{5 \cdot 24 \cdot 3600}{200 \cdot 10^{-12} \cdot \ln\left(\frac{10}{100}\right)} = \frac{430000}{200 \cdot 10^{-12} \cdot \ln\left(\frac{10}{100}\right)} =$$

$$= \frac{2160 \cdot 10^{12}}{2{,}3} = 9{,}4 \cdot 10^{14} \text{ Ом}.$$

Ответ: $R_{из} = 9{,}4 \cdot 10^{14}$ Ом.

7.3. Задачи для самостоятельного решения

1. В дисковом керамическом конденсаторе емкостью 100 пФ, включенном на переменное напряжение 100 В частотой 1 МГц, рассеивается мощность $P_а = 10^{-3}$ Вт. Определить удельные потери в диэлектрике, если его диэлектрическая проницаемость равна 150, электрическая прочность $E_{пр}$ = 10 МВ/м и запас по электрической прочности К = 10.

2. Две противоположные грани куба с ребром a = 10 мм из диэлектрического материала с удельным объемным сопротивлением $\rho_V = 10^{10}$ Ом·м и удельным поверхностным сопротивлением $\rho_S = 10^{11}$ Ом на квадрат покрыты металлическими электродами. Определить ток, протекающий через эти грани куба при постоянном напряжении U_0 = 2 кВ.

3. При комнатной температуре тангенс угла диэлектрических потерь ультрафарфора $tg\delta_0 = 5 \cdot 10^{-4}$, а при повышении температуры до 100 ℃ он возрастает в два раза. Чему равен tgδ этого материала при температуре 200 ℃? Во сколько раз увеличится активная мощность, выделяющаяся в высокочастотном проходном изоляторе из этого материала, при изменении температуры от 20 до 200 ℃? Изменением диэлектрической проницаемости керамики пренебречь.

Практическое занятие № 8

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МАГНИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

8.1. Необходимые теоретические сведения и расчетные формулы

8.1.1. Статические характеристики

К *статическим магнитным характеристикам* материалов относятся:

1) *напряженность магнитного поля H* (А/м) для линейного и кольцевого проводника с током соответственно:

$$H = \frac{I}{2\pi r}, \qquad H = \frac{\omega I}{\pi d_{\text{ср}}}, \tag{8.1}$$

где I – постоянный ток в проводнике, А;

r – расстояние от проводника до точки, в которой определяется напряженность магнитного поля, м;

ω – число витков обмотки;

$d_{\text{ср}}$ – средний диаметр кольцевого проводника, м;

2) *намагниченность J* (А/м):

$$J = \frac{M}{V}, \tag{8.2}$$

где M – магнитный момент тела, $\text{А} \cdot \text{м}^2$;

V – объем тела, м^3;

3) *магнитная восприимчивость* $\chi_{\text{м}}$ характеризует способность вещества изменять свой магнитный момент под действием внешнего магнитного поля:

$$\chi_{\text{м}} = \frac{J}{\text{Н}}. \tag{8.3}$$

Зависимость магнитной восприимчивости $\chi_{\text{м}}$ от температуры T:

$$\chi_{\text{м}} = \frac{\text{С}}{T - T_C}, \tag{8.4}$$

где C – постоянная Кюри – Вейса;

T_C – температура Кюри, °С;

4) *магнитная индукция B* (Тл):

$$B = \mu_0(H + M) = \mu_0(H + J), \tag{8.5}$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$ – магнитная проницаемость вакуума;

5) *магнитная проницаемость* – характеристика среды, в которой возникает магнитное поле. Различают абсолютную $\mu_{\text{а}}$ и относительную μ магнитные проницаемости:

$$\mu_a = \frac{B}{H}, \frac{\text{Гн}}{\text{м}} \quad \text{и} \quad \mu = \frac{\mu_a}{\mu_0} = \frac{B}{\mu_0 H}. \tag{8.6}$$

Связь магнитной проницаемости с магнитной восприимчивостью:

$$\mu = 1 + \chi_м. \tag{8.7}$$

8.1.2. Динамические характеристики

Динамические магнитные характеристики характеризуют поведение ферромагнетиков в переменных магнитных полях:

1) *потери на гистерезис* для каждого материала могут быть определены по площади статической петли гистерезиса. Потери на гистерезис за один цикл в единице объема вещества вычисляют по следующей эмпирической формуле:

$$Э_r = \eta B_{\max}^n, \tag{8.8}$$

где η – коэффициент, зависящий от материала;

$B_{\max}$ – максимальная индукция, достигаемая в течение цикла, Тл;

$n = 1{,}6–2{,}0$ – показатель степени.

Мощность, расходуемая на гистерезис, может быть представлена в виде

$$P_r = \eta f B_{\max}^n V, \tag{8.9}$$

где f – частота тока, Гц;

V – объем ферромагнетика, м^3;

2) *потери на вихревые токи*

$$P_f = \xi f^2 B_{\max}^2 V, \tag{8.10}$$

где ξ – коэффициент, зависящий от удельного объемного сопротивления ρ_V и формы магнитного элемента;

3) *потери на магнитное последействие* значительны только при работе ферромагнетиков в импульсном режиме.

Для расчета характеристик магнитных цепей используется закон о полной магнитодвижущей силе $F_{\text{мд}}$, вытекающий из условия непрерывности магнитного потока:

$$F_{\text{мд}} = I \cdot n = H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 + \cdots = \sum_i H_i \cdot l_i\,, \tag{8.11}$$

где H_i – напряженность магнитного поля на участке силовой линии l_i.

Энергия магнитного поля, создаваемая проводником с током и тороидальной или цилиндрической катушкой соответственно:

$$W = \frac{L \cdot I^2}{2}, \quad W = \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot H^2 \cdot V}{2} = \frac{B \cdot H \cdot V}{2}, \tag{8.12}$$

где L – индуктивность проводника, Гн;

V – объем однородного магнитного поля, м^3.

8.2. Примеры решения задач

Задача 8.1. В сердечнике трансформатора на частоте $ƒ_{1,2}$ = 50 Гц потери на гистерезис при индикации магнитного поля B_1 = 0,1 Тл и B_2 = 0,5 Тл составляет соответственно 0,15 Вт/кг и 1,97 Вт/кг. Определить потери на гистерезис $P_{r\,3}$ при частоте $ƒ_3$ = 200 Гц и при индикации магнитного поля B_3 = = 0,6 Тл.

Решение

1. Потери на гистерезис в единице объема ($V = 1$) ферромагнетика определяются следующей формулой:

$$P_{r\,3} = \eta ƒ_3 B_3^n, \tag{1}$$

где η – коэффициент, зависящий от материала;

n – показатель степени 1,6–2,0.

2. Возьмем отношение потерь на гистерезис в единице объема ферромагнетика на частотах $ƒ_1$ и $ƒ_2$:

$$\frac{P_{r\,2}}{P_{r\,1}} = \frac{\eta ƒ_2 B_2^n}{\eta ƒ_1 B_1^n} = (\frac{B_2}{B_1})^n \tag{2}$$

3. Прологарифмируем выражение (2):

$$\lg\frac{P_{r\,2}}{P_{r\,1}} = \lg\left(\frac{B_2}{B_1}\right)^n = n\lg\left(\frac{B_2}{B_1}\right). \tag{3}$$

4. Из выражения (3) выразим показатель степени n:

$$n = \frac{\lg\left(\frac{P_{r\,2}}{P_{r\,1}}\right)}{\lg\left(\frac{B_2}{B_1}\right)} \Rightarrow n = \frac{\lg\left(\frac{1,97}{0,15}\right)}{\lg\left(\frac{0,5}{0,1}\right)} = \frac{\lg 13{,}13}{\lg 5} = \frac{1,12}{0,7} = 1{,}6\,. \tag{4}$$

5. Найдем показатель η:

$$\eta = \frac{P_{r\,2}}{ƒ_2 B_2^n} = \frac{1,97}{50\cdot(0{,}5)^{1,6}} = \frac{1,97}{16,5} = 0{,}12\ \frac{\text{Д ж}}{\text{кг}\cdot\text{Тл}}\,. \tag{5}$$

6. Подставим рассчитанные значения n и η в формулу (1) и найдем потери на гистерезис $P_{r\,3}$:

$$P_{r\,3} = \eta ƒ_3 B_3^n = 0{,}12 \cdot 200 \cdot (0{,}6)^{1,6} = 10{,}6\ \text{Вт/кг}\,. \tag{6}$$

Ответ: $P_{r\,3} = 10{,}6$ Вт/кг.

Задача 8.2. Диамагнитная восприимчивость меди $\chi_{Cu} = -9{,}5 \cdot 10^{-6}$. Определить намагниченность J и магнитную индукцию B в медном проводе при воздействии на него однородного магнитного поля напряженностью H = 100 А/м.

Решение

1. Намагниченность J связана с напряженностью магнитного поля H следующим соотношением:

$$J = \chi_{\text{cu}} \cdot H = -9{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = -9{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{А/м}. \quad (1)$$

2. Магнитная индукция B может быть найдена из следующего выражения:

$$B = \mu_0(H + J) = 4\pi \cdot 10^{-7}(100 - 9{,}5 \cdot 10^{-4}) = 1{,}26 \cdot 10^{-4}\ \text{Тл}. \quad (2)$$

Ответ: $J = -9{,}5 \cdot 10^{-4}$ А/м; $B = 1{,}26 \cdot 10^{-4}$ Тл.

Задача 8.3. Магнитная восприимчивость никеля при T_1 = 400 °С и T_2 = 800 °С равна соответственно $1{,}25 \cdot 10^{-3}$ и $1{,}14 \cdot 10^{-4}$. Определить температуру Кюри и магнитную восприимчивость никеля при T_3 = 600 °С.

Решение

1. Искомую температуру Кюри T_C можно найти из закона Кюри – Вейса:

$$\chi_{\text{М}} = \frac{\text{C}}{T_3 - T_C}. \quad (1)$$

2. Составим систему уравнений для магнитных восприимчивостей $\chi_{\text{М1}}$ и $\chi_{\text{М2}}$ при температурах T_1 и T_2 соответственно; выразим C (постоянную Кюри – Вейса) из каждого уравнения системы:

$$\begin{cases} \chi_{\text{М1}} = \dfrac{\text{C}}{T_1 - T_C} \Rightarrow \text{C} = \chi_1 \cdot (T_1 - T_C); \\ \chi_{\text{М2}} = \dfrac{\text{C}}{T_2 - T_C} \Rightarrow \text{C} = \chi_2 \cdot (T_2 - T_C). \end{cases} \quad (2)$$

3. Приравняем правые части уравнений найденных C (постоянных Кюри – Вейса) выражения (2):

$$\chi_1 \cdot (T_1 - T_C) = \chi_2 \cdot (T_2 - T_C). \quad (3)$$

4. Выполним преобразования формулы (3) и найдем выражение для расчета искомой температуры Кюри T_C:

$$\begin{gathered} \chi_1 T_1 - \chi_1 T_{\text{C}} = \chi_2 T_2 - \chi_2 T_{\text{C}}, \\ \chi_1 T_1 - \chi_2 T_2 = \chi_1 T_{\text{C}} - \chi_2 T_{\text{C}}, \\ \chi_1 T_1 - \chi_2 T_2 = T_{\text{C}} \cdot (\chi_1 - \chi_2) \Rightarrow \\ \Rightarrow T_{\text{C}} = \frac{\chi_1 T_1 - \chi_2 T_2}{\chi_1 - \chi_2}. \end{gathered} \quad (4)$$

5. Подставим в выражение (4) все исходные данные, получим

$$T_{\text{С}} = \frac{1{,}25 \cdot 10^{-3} \cdot 400 - 1{,}14 \cdot 10^{-4} \cdot 800}{1{,}25 \cdot 10^{-3} - 0{,}114 \cdot 10^{-3}} = \frac{500 \cdot 10^{-3} - 912 \cdot 10^{-4}}{1{,}136 \cdot 10^{-3}} = \\ = \frac{(500 - 91{,}2) \cdot 10^{-3}}{1{,}136 \cdot 10^{-3}} \approx 360\ ^{\circ}\text{С} \qquad (5)$$

6. Постоянную Кюри – Вейса выразим и рассчитаем из формулы (1), например, для температуры T_1:

$$\text{С} = \chi_{\text{М1}} \cdot (T_1 - T_C) = 1{,}25 \cdot 10^{-3} \cdot (400 - 360) = 50 \cdot 10^{-3} = 0{,}05\ ^{\circ}\text{С}. \qquad (6)$$

7. Магнитную восприимчивость никеля при T_3 = 600 °С найдем из формулы (1):

$$\chi_{\text{М3}} = \frac{\text{С}}{T_3 - T_C} = \frac{0{,}05}{600 - 360} = 2{,}08 \cdot 10^{-4}. \qquad (7)$$

Ответ: $T_C = 360\ ^{\circ}\text{С}; \chi_{\text{М3}} = 2{,}08 \cdot 10^{-4}$.

8.3. Задачи для самостоятельного решения

1. В сердечнике трансформатора суммарные удельные магнитные потери на гистерезис и на вихревые токи при частотах 1 и 2 кГц составляют соответственно 2 и 6 Вт/кг (при неизменной максимальной индукции в сердечнике). Рассчитать магнитные потери на вихревые токи в сердечнике на частоте 2 кГц.

2. Кольцевой ферритовый сердечник со средним диаметром $d_{\text{ср}}$ = 25 мм имеет воздушный зазор длиной 1 мм. При пропускании тока величиной 0,17 А через обмотку сердечника, состоящую из 500 витков, в зазоре создается магнитная индукция $B_{\text{о}}$ = 0,1 Тл. Определить магнитную проницаемость феррита.

3. При напряженности магнитного поля H = 400 кА/м магнитнотвердый сплав ЮНДК35Т5 имеет магнитную индукцию B = 1 Тл. Определить намагниченность сплава.

4. Тороидальный сердечник составлен из двух полуколец одинакового сечения, изготовленных из различных магнитомягких ферритов. Средняя длина L-тороида, включая два зазора размером l = 2 мм каждый, равна 50 мм. По обмотке сердечника, имеющей 100 витков, протекает ток I = 0,1 А. Определить индукцию магнитного поля в зазоре, если магнитная проницаемость полуколец равна соответственно 200 и 400.

Список использованных источников

1. Богодухов, С. И. Материаловедение : учебник / С. И. Богодухов, Е. С. Козик. – Старый Оскол : ТНТ, 2016. – 536 с.
2. Элементарная ячейка. Параметры решетки. – URL: https://p1.pdf (yandex.by).
3. Параметры решетки, базис, координационное число – URL: https//cyberpedia.su/14x9316.html?ysclid=leom95f16q237389359.
4. Типы связей в кристаллах. – URL: https://portal.tpu.ru/SHARED/e/ EIKUPREKOVA/Teaching/Tab3/Tab/lection%207. pdf.
5. Лахтин Ю. М. Материаловедение / Ю. М. Лахтин, В. П. Леонтьева. – Москва : Машиностроение, 1990. – 528 с.
6. Миркин, Л. И. Справочник по рентгеноструктурному анализу поликристаллов / Л. И. Миркин. – Москва : Наука, 1983. – 687 с.
7. Геллер Ю. А. Материаловедение. Методы анализа, лабораторные работы и задачи / Ю. А. Геллер, А. Г. Рахштадт. – Москва : Металлургия, 1989. – 456 с.
8. Уманский, Я. С. Рентгенография металлов и полупроводников / Я. С. Ушмаский. – Москва: Металлургия, 1986. – 388 с.
9. Материаловедение. Технология конструкционных материалов : учеб. пособие / С. И. Гринева, В. Н. Коробко, Т. В. Лукашова [и др.]. – Санкт-Петербург, 2008. – 180 с.
10. Механические свойства металлов и сплавов и методы их определения: методические указания / сост. Т. Ю. Малеткина. – Томск : Изд-во Том. гос. ун-та, 2015. – 27 с.
11. Механические свойства материалов. Методы испытаний : лабораторный практикум по дисциплине «Материаловедение и технология конструкционных материалов» / сост. А. Э. Козловский, В. В. Бойцова ; Иван. гос. хим.-технол. ун-т. – Иваново, 2007. – 60 с.
12. Сборник задач по материаловедению и технологии конструкционных материалов / Б. П. Сафонов, Л. П. Брагин, К. Н. Марценко. – Новомосковск, 2003. – 75 с.
13. Материаловедение и технология конструкционных материалов : учеб. пособие для студентов заочного факультета / ФГБОУ ВПО РХТУ им. Д. И. Менделеева. – Новомосковск, 2012. – 116 с.
14. Баранов, В. В. Материаловедение : Практикум / В. В. Баранов, Г. М. Шахлевич, Е. В. Телеш. – Минск : БГУИР, 2004.– 34 с. : ил.
15. Битнер, Л. Р. Материалы и элементы электронной техники : учеб. пособие / А. Л. Битнер. – Томск : Том. межвуз. центр дистанц. образования, 2003. – 169 с.

Св. план 2024/2025, поз. 16

Учебное издание

Шахлевич Григорий Михайлович
Тумилович Мирослав Викторович
Стасишина Анна Михайловна

МАТЕРИАЛЫ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕХНИКИ. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

ПОСОБИЕ

Редактор *Ю. В. Граховская*
Корректор *Ж. А. Чернецкая*
Компьютерная правка, оригинал-макет *А. А. Лущикова*

Подписано в печать 12.10.2026. Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».
Отпечатано на ризографе. Усл. печ. л. 3,84. Уч.-изд. л. 4,0. Тираж 30 экз. Заказ 5.

Издатель и полиграфическое исполнение: учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники».
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий №1/238 от 24.03.2014,
№2/113 от 07.04.2014, №3/615 от 07.04.2014.
Ул. П. Бровки, 6, 220013, г. Минск