СИСТЕМНАЯ ТРИАДА ФИЛОСОФСКО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКИХ ПРОГРАММ ОБОСНОВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

Н.В. Михайлова

В работе используется системный подход к программам обоснования математики, который помогает убедиться в том, что глубокие противоречия в развитой математической теории маловероятны. В обосновании математики системная триада означает, что никакая часть математики не обладает особыми привилегиями, поскольку каждая известная программа обоснования математики имеет особую надежность своих доказательств, свободных от противоречий.

Ключевые слова: математика, программа, обоснование, доказательство

Современные математики склонны рассматривать свою науку как совокупность различных аксиоматически определенных структур, с одной стороны, позволяющих охватить все, что входит в математику на данный момент, а с другой – охватывающих больше, чем современное математическое сообщество способно осознать. Это обусловлено в первую очередь тем, что наиболее эффективные методы развития математического знания прошедшего столетия связаны со стремлением к совершенствованию структуры математики. Но весь опыт философствования XX в. показывает, что серьезные трудности поджидают исследователя программ обоснования математики уже на первом этапе анализа. Дело в том, что сам предмет исследования представляет собой исторически сложившееся «культурное сцепление» различных направлений реальной математической деятельности.

Основные трудности системного обоснования математики связаны с методологическим анализом стратегий обоснования, поскольку наиболее известные классические программы обоснования ориентированы на различные задачи и цели математического исследования. Сошлемся на мнение специалиста по онтологическому обоснованию математики В.Я. Перминова, который утверждает: «Все программы обоснования математики являются априористскими в том смысле, что они постулируют абсолютную истинность некоторых утверждений и абсолютную надежность некоторых методов рассуждения. Они постулируют, таким образом, наличие обосновательного слоя, который не подлежит обоснованию вследствие своей абсолютной надежности» [1]. Поскольку сказанное относится ко всем программам обоснования математики, их объединяет методологическая трудность определения природы и границ «онтологического слоя» в каждой программе обоснования.

Например, нестандартный анализ, который нельзя отнести к какому-то одному философскому направлению в математике, способствовал формированию новых подходов к решению проблем математического анализа, что, в свою очередь, привело к противоположным точкам зрения на проблему обоснования математики. При создании нестандартного анализа наличие неоднозначного описания чисел как идеальных объектов математическими средствами было использовано для расширения множества действительных чисел таким образом, чтобы при этом сохранялись математические свойства «стандартных» чисел. Это новое обоснование позволило реабилитировать нестрогие методы начала становления анализа бесконечно малых величин. В частности, развитие нестандартного анализа показало, что чем эффективнее математическая теория, тем более абстрактными должны быть методологические понятия, применяемые для ее обоснования. Воспользуемся для обоснования математики философским понятием системной триады.

Философское определение системы, включающее представление о целостности как существенном свойстве, рождалось в длительных методологических спорах, поскольку понятие целостности не удавалось объяснить с помощью привычных для математиков и философов терминов. Напомним, что система есть упорядоченная совокупность взаимосвязанных и взаимодействующих элементов, объединенных в единое целое, что тесно связано с понятием структуры, обозначающим внутреннее строение объекта в рамках целостного образования. В интеллектуальных структурах можно выделить два типа целостности: во-первых, «дифференцированную целостность», которая отличается особой структурой составляющих ее независимых частей, функционирующих более или менее автономно, а во-вторых, «интегрированную целостность», чьи составляющие оказываются в состоянии стабильной взаимосвязи, – хотя такое деление все же довольно условно. По мнению математика и методолога науки Р.Г. Баранцева, в философии и методологии науки происходит смена идеала, и речь идет «о переходе к целостности как более фундаментальному понятию, чем полнота» [2]. Формальные описания различных сторон исследуемых теоретических моделей в таком контексте становятся важнейшими этапами на пути рационального постижения целостных объектов.

Могут ли в научном познании скрываться элементы иррационализма? При чисто логико-формальном подходе число цепочек, составленных из звеньев типа «посылка – вывод», растет с их длиной по меньшей мере экспоненциально, тогда как те из них, которые приводят к решению, образуют исчерпывающе малую долю от этого числа. Каким образом можно выявить такое ядро в обосновании математики? Все программы обоснования математики так или иначе восходят к древнегреческой математике, а также к работам Г. Кантора как некоему первоисточнику, хотя и в разной степени критикуют его подход. Философско-методологические дискуссии по поводу канторовских бесконечных множеств, аксиомы выбора, континуум-гипотезы и других аналогичных базовых понятий современной математики сводились к основному вопросу: в каком смысле можно утверждать, что абстрактные математические понятия существуют? Например, Кантор как последователь Платона полагал, что математические идеи существуют в некоем объективном «мире идей», не зависящем от человека. В частности, это означает, что и математический платонизм тоже может быть полезен для обоснования и объяснения специфики математических истин.

В интерпретации известного математика и физика Р. Пенроуза, взгляды которого на математические идеи вызывают большой интерес у философов науки, платонистский подход имеет вполне аргументированное право на существование: «Я не скрываю, что практически целиком отдаю предпочтение платонистской точке зрения, согласно которой математическая истина абсолютна и вечна, является внешней по отношению к любой теории и не базируется ни на каком “рукотворном” критерии; а математические объекты обладают свойством собственного существования, не зависящего ни от человеческого общества, ни от конкретного физического объекта» [3]. Неклассическая математика отличается от классической тем, что она не является полной в том смысле, что современному математическому анализу поддаются отдельные фрагменты процессов и явлений, исследуемые теорией, но не теория в целом со всей совокупностью ее основных принципов. Если бы математическая система Гильберта, основанная на формальном доказательстве вопроса о справедливости или ложности любого математического утверждения, была полной, то тогда существовал бы общий метод выяснения истинности любого такого рассуждения.

Однако это находилось бы в противоречии с результатами Геделя о том, что ни одна система, реализованная по схеме Гильберта, не может быть полной в обсуждаемом смысле. Полнота фактически достигается только на математических моделях, поэтому после работ Геделя интерес к обоснованию математики несколько уменьшился. Целостное познание как всеобщее единство включает в себя необозримое множество процессов, состояний и структур, существующих в их конкретности и целостности. Целостность и системность могут служить показателями достаточно высокого уровня развития мировоззренческого сознания. Системные соображения полезны для развитой математической теории, поскольку помогают убедиться в том, что глубокие противоречия в такой теории маловероятны. Они помогают прояснить степень достоверности содержательных выводов, основанных на рассмотрении эволюции математических теорий. В силу сложности абстрактных математических объектов и структур для исследования программ обоснования математики нужен определенный методологический подход. Такой методологический подход существует в теории познания и называется системным. Системный подход к обоснованию математики базируется на понимании эволюции математических структур.

Системный подход – это такое направление в методологии научного познания, в основе которого лежит рассмотрение исследуемых объектов как систем, ориентированное на раскрытие их целостности во всем многообразии их внешних и внутренних связей. Системный подход вытекает из исторического развития математических теорий и соответствующих математических структур, понимаемых как развивающиеся системы. Системные идеи позволяют по-новому взглянуть на проблему обоснования математики, с которой не может справиться редукционистский метод. Рассмотрим новую методологию обоснования математики, открывающую в рамках системной триадической структуры дополнительные возможности для анализа природы математического мышления на основе хорошо известных философско-методологических программ обоснования современной философии математики: формализма, платонизма и интуиционизма. Новый подход, в свою очередь, потребовал уточнить понятие математического платонизма с точки зрения современного понимания математики.

Несмотря на все попытки, философия математики, возникшая в начале XX в., не смогла строго очертить границы логико-онтологического обоснования математики. В связи с этим вполне естественным может оказаться вопрос: какого философского мировоззрения придерживаются математики? Математическое мировоззрение, которого придерживается известный логик и математик Н.Н. Непейвода, можно охарактеризовать как умеренный скептический платонизм. В отличие от математического платонизма, предполагающего, что математические понятия реально существуют в мире идей, этот автор считает «данное воззрение профанацией платоновского взгляда и самопереоценкой человека и его научного мышления» [4]. Умеренный платонизм не предполагает первичность математического платонизма, а состоит в признании активности субъекта и определенной совокупности его знаний и представлений, имеющих исторический характер видения реальности. Системы, возникающие в реальном мире, являются реализациями общих идей, недоступных человеку, но математика дает возможность некоторого приближения к ним. Этой трактовки платонизма мы будем придерживаться в дальнейших рассуждениях.

Под платонизмом понимался особый тип реализма, соотносящего математические понятия с идеями из определенного рода «внечувственной» реальности. Согласно учению Платона, наблюдаемый нами мир как мир чувственно воспринимаемых вещей является лишь отражением «мира идей», которые вечны и неизменны в отличие от непостоянных и изменчивых чувственных вещей. С точки зрения платонизма, математические объекты реально существуют, а человеческий ум имеет уникальную способность их познавать. Один из аргументов Аристотеля против концепции Платона состоит в том, что «идеальный мир» предназначен для того, чтобы с его помощью объяснить мир чувственно наблюдаемого, но как реализуется такое объяснение – это тот мировоззренческий вопрос, на который Платон не дает убедительного ответа. Тем не менее, несмотря на теологические претензии, платонизм выжил благодаря математикам, которые иногда предпочитают называть его «скептическим платонизмом». Напомним, что скептицизм – это лишь первый шаг умствования, а согласно Платону, именно с математики начинался путь бесконечного постижения истины.

Ценность математической теории состоит в ее способности транслировать истину и переводить одну систему содержательных математических допущений в другую благодаря логической совместимости своих принципов. Как формируются истинные утверждения при ответах на вопросы из области математики? Восприятие математической истины может осуществляться различными способами. Проблемой математической истины интересовались еще древнегреческие мыслители, которые в равной мере владели философским и математическим знанием своего времени. В XX в. эта проблема стала особенно актуальной после рефлексивных результатов австрийского логика К. Геделя. Он показал, что достаточно широкая система аксиом и правил вывода, содержащая арифметические теоремы, например «последнюю теорему Ферма», и свободная от противоречий, должна включать в себя утверждения, которые нельзя ни доказать, ни опровергнуть в рамках формализма данной системы. Поэтому истинность таких утверждений не может быть выяснена с помощью методов, допускаемых этой формальной системой. В частности, из результатов Геделя следует, что понятие математической истины не может быть заключено ни в одну из формальных систем. Важнейшее условие, при котором была доказана теорема Геделя о неполноте, состоит в непротиворечивости системы аксиом математической теории. Гедель показал, что доказать непротиворечивость системы аксиом в рамках самой системы нельзя, т.е. утверждение о непротиворечивости само по себе является «неразрешимым».

По существу, речь идет о том, являются ли данные абстрактные понятия характеристиками реального мышления и в какой степени они являются стандартными нормами человеческого мышления, воплощенными в компьютерной программе. Следует предостеречь от излишне радикального истолкования результата Геделя, поскольку такой подход основывается на ошибочном допущении, что теоремы Геделя истинны для всех формальных выражений, которые могут быть истолкованы в качестве утверждений о непротиворечивости теории. Развитие математики в направлении все увеличивающейся строгости, пониманию которой способствовал своими результатами Гедель, а также критика математического платонизма привели к постановке до тех пор не стоявших философско-методологических вопросов. Например, «что такое конструктивный математический объект, то есть результат, как говорят, эффективного математического построения?» [5]. В частности, сюда же можно отнести и вопросы об осуществимости математического доказательства, вычислимости математических формул, достижимости и реальности существования чисел. Поэтому достаточно убедительная философско-методологическая программа обоснования современной математики не может быть построена в рамках упрощенной теории познания.

Постоянный философский интерес к теоремам Геделя обусловлен тем, что само развитие математического знания подтверждает, что они говорят нечто методологически важное о пределах возможностей абстрактного мышления человека. В связи с проблемой искусственного интеллекта человеческое мышление сопоставляется с возможностями компьютерного анализа, но поскольку сами компьютеры являются продуктом человеческой деятельности, фундаментальное различие между возможностями «творца» и его «творения» отчасти характеризуется теоремой Геделя о неполноте. Этот результат состоит в том, что для арифметики Пеано строятся неразрешимые предложения, в силу чего его называют «теоремой Геделя о неполноте формальной арифметики натуральных чисел Пеано». В указанном контексте самого Геделя можно охарактеризовать как убежденного платониста, даже если бы он и сомневался в абсолютности существования всех мыслимых математических конструкций. Возникающее при этом затруднение связано с тем, что понятия непротиворечивости и полноты используются и для характеристики мышления человека. В действительности Гедель доказал, что математика – это не произвольные несистемные поиски, осуществляемые по прихоти математиков, а нечто абсолютное, которое не изобретается, а открывается. Такая платоническая точка зрения была существенна для Геделя, но не менее существенной она является в нашем подходе к проблеме обоснования математики.

Еще в начале прошлого века философы математики были уверены в возможности редукции математики к логике, а к его концу математики и философы окончательно убедились в несостоятельности программы обоснования логицизма. В новое столетие философия математики вошла с убеждением, что содержание современной математики выходит далеко за пределы логических понятий. Все же именно «смысл» составляет сущность математики. Системное обоснование математических теорий, безусловно, более абстрактно и более общезначимо, чем логическое, поскольку все программы логического обоснования математики базируются на определенного вида редукции. Например, в интуиционизме – это редукция содержания математики к содержанию арифметики, а в формализме – это редукция проблемы непротиворечивости теории к проблеме непротиворечивости содержательной метатеории. Системный подход, по мнению философа науки Ю.В. Сачкова, дает новый взгляд на философско-методологическую проблему целостности: «если ранее целостные представления об объектах исследования складывались исключительно на основе их внешних взаимодействий, на основе того, как они проявляют себя во внешних взаимодействиях, то системный подход дополняет изучение целостности анализом их внутренней дифференциации» [6]. Используя дополнительные внутренние связи и целостные свойства системы, получают ее определенное обоснование.

Познание интересующих нас философско-методологических проблем через призму системного подхода может привести к более глубокому проникновению в сущность этих проблем. При всей философско-методологической значимости геделевских результатов следует отметить, что геделевский метод рассуждения предполагает строго рациональное отношение к системе «неопровержимых» математических убеждений. Для построения целостной картины развития современной математики необходим предварительный философско-методологический анализ различных когнитивных факторов, поскольку любая программа обоснования содержит в себе как рациональные, так и иррациональные допущения. Реальная логика, являющаяся основой всякой рациональности, в принципе имеет иррациональные и неформальные аспекты, так как все ее содержание не может быть определено в символических системах. Методологический сдвиг в решении проблемы обоснования зависит не только от достижений в логике и от современного анализа генезиса аксиоматических систем, но и прежде всего от углубленного понимания современных проблем философии математики и от расширения допустимых подходов к обоснованию математических теорий.

Современная философия обоснования математики, как считает В.Я. Перминов, должна соединить в себе три разнородных положения. Он сформулировал их в виде следующих тезисов: тезиса об «идеальности и формальности математических структур», представляющего математику как совокупность чисто мыслительных конструкций, ограниченных только требованием непротиворечивости; тезиса об «априорности исходных математических представлений», которые заключены в традиционных разделах математики, таких как арифметика и элементарная геометрия; тезиса о «реальности исходных математических представлений как непосредственно связанных с универсальной онтологией, лежащей в основе человеческого мышления» [7]. С онтологической точки зрения интересна идея Геделя о реальном статусе специфических математических объектов существующих во внечувственном мире, которая может быть интерпретирована как указание на «предметную онтологию». Последняя является выражением структуры мира, существующего независимо от математики, поскольку математические идеализации обусловлены реальностью в той же мере, что и законы физики. Следует признать, что формалистская философия математики была в определенном смысле прогрессивной, поскольку появилась как естественная реакция на некритическую интуитивную манеру математического рассуждения.

Когда формализация стала пониматься как единственный способ получения истинного математического результата, всякое содержательное мышление стало рассматриваться как не обладающее полной достоверностью. Это заблуждение пытались устранить с помощью интуиционистской философии математики. Но требование конструктивности всех допустимых объектов математики существенно ограничивает логические средства, применяемые в интуиционистской математике. В защиту интуиционизма все же необходимо сказать, что математическое мышление неизменно подтверждает гипотезу о первичности интуитивной и конструктивной основы математического рассуждения по отношению к его формально-символическому оформлению. Как направление в философии математики интуиционизм возник в качестве реакции на сформировавшиеся к началу прошлого века математические тенденции, согласно которым математический объект можно было полагать «существующим» даже в тех случаях, когда не было никакой возможности воплотить этот объект в «математической действительности». Хотя классическая математика была «наивно конструктивной» в том смысле, что если доказывалась теорема существования математического объекта, то при этом давался способ его построения. Признание несостоятельности отдельных программ обоснования не следует также отождествлять с невозможностью обоснования математики, хотя такое признание способствовало появлению некоторого скептицизма в отношении строгости самого математического мышления.

У работающих математиков нет определенных абсолютных убеждений относительно обоснованности математических конструкций и теорий или непротиворечивости используемых ими формальных систем. Более того, вряд ли они задумываются над тем, «пользователями» каких именно конкретных формальных систем они являются. Неявные философско-методологические убеждения постепенно размываются по мере расширения формальных систем математики и все большего их удаления от доступных непосредственному интуитивному восприятию математических феноменов. Кроме того, задача обоснования математики в контексте проблемы надежности математического мышления не может быть решена без обращения к внелогическим критериям. В современной философии и методологии науки осознается недостаточность бинарных структур, хотя понятия, сложившиеся в бинарной парадигме, не всегда легко укладываются в триадическую структуру. Триадой называют совокупность из трех элементов, каким-то образом связанных между собой. Среди различных типов триад для целей обоснования математики выделим системные триады. По определению Р.Г. Баранцева, системные триады характеризуются тем, что их единство создается тремя элементами одного уровня, каждый из которых может служить мерой совмещения двух других [8].

Для существования триад необходимы зазоры, связанные с системным «принципом неопределенности – дополнительности – совместности», который формулируется следующим образом: «в системной триаде каждая пара элементов находится в соотношении дополнительности, а третий задает меру совместимости» [9]. Пока этот принцип соблюдается, стремление к полноте не нарушает целостности. Применительно к обоснованию математики триадический подход означает, что никакая часть математики не обладает особыми привилегиями, так как каждая известная программа обоснования математики основана на поисках той части математики, которая в рамках этой программы характеризуется особой надежностью своих доказательств, свободных от противоречий. В таком контексте все три элемента системной триады потенциально равноправны, поскольку суждение о математической истине не опирается непосредственно на некоторую определенную программу обоснования математики.

В современной философии математики можно выделить три основные программы обоснования математики: формализм, платонизм и интуиционизм. Поэтому в качестве одной из формул системной триады можно рассмотреть следующую совокупность программ обоснования математики:

Платонизм
/ \
Формализм — Интуиционизм

В этой триаде используются понятия, уже сложившиеся в диадной парадигме «формализм – интуиционизм». Но в системной триаде математическая истина не подчиняется какому-то одному «общезначимому» критерию, поскольку бинарные проблемы, сводящиеся к ответу «да – нет», могут оказаться губительными для дальнейшего прогресса математики. Новое смысловое содержание определяется новой структурой программы обоснования математики. Профессиональный математик в своих работах, как правило, не придерживается единственной методологической доктрины, даже в одной математической работе можно найти элементы разных подходов. Поэтому правильнее и плодотворнее говорить не о методологической нестыкуемости таких подходов в рамках единого описания, а об их дополнительности, когда один из подходов позволяет лучше понять один из фрагментов математического текста, а другой, дополнительный к первому, лучше разъясняет другой фрагмент. Такие дополнительные описания могут способствовать целостному описанию математических феноменов. Напомним, что Н. Бор ввел понятие дополнительности как раз при поиске единства теоретического осмысления нового знания.

О целостности на основе генезиса тринитарного сознания как методе научного исследования можно говорить в различных смыслах, например как об обобщении определенной теории, включающем в нее предшествующие теории, или как о широком объединении нескольких теорий, в котором сглаживаются их противоречия. Суть системного подхода состоит в том, что с его помощью мы надеемся получить приемлемое обоснование непротиворечивости содержательных аксиоматических систем, выводя его из анализа логики их развития и выявляя их логическую надежность без обращения к свойствам формализованной модели теории. Сама системная триада указывает на пределы обобщения своих понятий и допустимые пределы их абстрактности. Она определяет, каков должен быть уровень математической абстракции аксиоматической системы, чтобы построенная на ее основе теория находила новые области реальных эффективных приложений. Но хотя идея реальности важна для понимания исходных представлений математики, она не может ограничивать внутренние потребности развития математических теорий. На уровне такого понимания происходит «контакт» с платоновской идеальной математической реальностью, существующей независимо от человека и вне времени. Так, например, бесконечное множество можно рассматривать как реальный объект, т.е. как завершенное единое целое, существующее не только в абстракции.

Именно перекодировка понятий (формальность – априорность – реальность) составляет определенную трудность при смене парадигмы. Как утверждает Р. Пенроуз, «нельзя создать такую систему правил, которая оказалась бы достаточной для доказательства даже тех арифметических положений, истинность которых, в принципе, доступна для человека с его интуицией и способностью к пониманию, а это означает, что человеческие интуицию и понимание невозможно свести к какому бы то ни было набору правил» [10]. В новой парадигме происходит смена методологического идеала: вместо полноты таковым становится целостность. То есть речь идет о переходе с помощью системной триады программ обоснования математики к целостности как более фундаментальному понятию в философии математики, чем полнота. Полноту можно рассматривать как свойство формальной системы, которая должна «схватывать» интуитивное содержание математической теории. При таком подходе математики могут избавиться от методологических упреков в том, что в качестве основы своих математических убеждений они используют какую-либо необоснованную формальную систему. Поэтому формальное описание математической теории в системной триаде конструируется таким образом, чтобы ее «математическая реальность» адекватно соответствовала содержательным истинам.

Рациональное знание, наиболее совершенным образцом которого является математическое знание, дает возможность понять не только окружающий нас мир, но и реальные возможности самого человека. В математической постановке задачи полнота достигается фактически только в математических моделях, как говорят математики, при корректной постановке задачи. Понятие корректного рассуждения не всегда укладывается в рамки вычислительных операций, так как может таить в себе неизведанные пока глубины. Описывая реальное явление, мы задаем граничные условия, замыкая его в пространстве, а задавая начальные условия, замыкаем его во времени, стремясь к полноте формального описания этого явления. Когда мы пытаемся сохранить целостность, например, в некорректных задачах, она сохраняется благодаря внешним связям в пространстве и времени. Но в теоретической математике из-за существующей «переусложненности» математических теорий может наступить момент, когда абсолютизация начинает «уводить» математические модели из жизни. Вот тогда и должны напомнить о себе законы целостности познания.

Математическому моделированию поддаются лишь некоторые частные процессы, но не теория целиком во всей совокупности ее принципов, поскольку при исследовании математической модели используются также рассуждения, не носящие дедуктивного характера. В методологическом смысле полнота достижима, когда аксиоматика математической теории признается достаточной для воспроизведения всего ее значимого содержания. Например, хотя аксиоматика арифметики логически неполна и теоретически допускает неограниченное пополнение, никто из работающих математиков не идет по пути такого ее расширения. В контексте нашего исследования можно утверждать, что целостность пропадает, когда нарушается соразмерность компонентов системной триады философско-методологических программ обоснования математики. Общий вывод из сказанного состоит в том, что философы должны снять неоправданные ограничения на программу обоснования математики, присущие первоначальной программе Гильберта.

Задача философии математики состоит как раз в том, чтобы избавиться от «пустого скептицизма», препятствующего выявлению оснований математического мышления и допустимых подходов к обоснованию математических теорий.

Примечания

1. *Перминов В.Я.* Праксеологический априоризм и стратегия обосно-вания математики // Математика и опыт. – М.: Изд-во МГУ, 2003. – С. 78.

2. *Баранцев Р.Г.* Становление тринитарного мышления. – Москва; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2005. – С. 28.

3. *Пенроуз Р.* Новый ум короля: о компьютерах, мышлении и законах физики. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – С. 104.

4. *Непейвода Н.Н.* Прикладная логика: Учеб. пособие. – Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т, 2000. – С. XXIII.

5. *Бирюков Б.В.* Жар холодных чисел и пафос бесстрастной логики. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – С. 130.

6. *Сачков Ю.В.* Научный метод: вопросы и развитие. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – С. 48.

7. См.: *Перминов В.Я.* Философия и основания математики. – М.: Прогресс-Традиция, 2001. – С. 9.

8. См.: *Баранцев Р.Г.* Синергетика в современном. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – С. 38.

9. Там же.

10. *Пенроуз Р.* Тени разума: В поисках науки о сознании. – Москва; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. – Ч. I. – С. 110.

Минский государственный высший
радиотехнический колледж, г. Минск, Беларусь

Mikhailova, N.V. **System triad of philosophical-methodological programs for validation of mathematics**

The paper uses a system approach to programs for validation of mathematics which helps to make certain that deep contradictions in a developed mathematical theory are improbable. In validation of mathematics, the system triad means that no part of mathematics has special privileges, since every known program for validation of mathematics has its own reliability of its proofs free from contradictions.

Keywords: mathematic, program, validation, reliability