

УДК 538.945

ТРИПЛЕТНЫЙ ЭФФЕКТ И КРИТИЧЕСКИЕ СОСТОЯНИЯ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ В МНОГОСЛОЙНЫХ СТРУКТУРАХ СВЕРХПРОВОДНИК/ФЕРРОМАГНЕТИК

В.Н. КУШНИР

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 2 декабря 2015

Построено точное матричное решение линеаризованных уравнений диффузионного предела микроскопической теории сверхпроводимости, описывающих критическое состояние многослойных структур сверхпроводник/ферромагнетик при неколлинеарных, компланарных векторах намагниченности ферромагнитных слоев.

Ключевые слова: сверхпроводимость, ферромагнетизм, слоистые структуры, уравнения Узалея, критическое состояние.

Введение

Слоистые структуры сверхпроводник (S)/ферромагнетик (F) являются естественной элементной базой сверхпроводниковой спинтроники, поскольку между S и F системами существует взаимодействие посредством спиновых степеней свободы [1–5]. Управление спиновыми степенями свободы достигается изменением магнитного состояния структуры, что изменяет характеристики ее сверхпроводящего состояния. Если магнитное состояние неоднородно, в структуре индуцируется компонента сверхпроводящего конденсата из триплетных пар электронов с нулевым орбитальным моментом и проекцией полного спина ± 1 (помимо существующих триплетных пар с нулевой проекцией спина) [3]. Триплетная сверхпроводимость детально исследована для двухслойных и трехслойных структур, $F1/S/F2$ и $S/F1/F2$, в диффузионном и в чистом пределе микроскопической теории сверхпроводимости на основе как точных, так и приближенных методов [1–12], и недавно обнаружена на эксперименте [4, 5]. Однако использование триплетного эффекта в устройствах спинтроники на основе трехслойных структур сопряжено со сложными технологическими проблемами – заметный эффект наблюдается в узком диапазоне толщин слоев, что требует очень высокого качества S - F контактов, надежного контроля материальных параметров системы. Названные проблемы нивелируются для многослойных S/F структур, благодаря «спектральным» свойствам их сверхпроводящего состояния [6, 9, 13–19]. Для исследования критического состояния сверхпроводимости многослойных S/F структур ранее был развит точный матричный метод, применимый при условии коллинеарности векторов намагниченности F -слоев [19, 20]. В данной работе в диффузионном пределе микроскопической теории сверхпроводимости построено точное матричное решение уравнений критического состояния S/F структур с неколлинеарными векторами намагниченности, компланарными поверхностям слоев.

Постановка задачи

Координатную плоскость YOZ совмещаем с плоскостью подложки S/F структуры. Вектор обменного поля F -слоев, $\mathbf{h}(x) = E_{ex} \cdot \mathbf{m}(x)$ [2], где $\mathbf{m}(x)$ – единичный вектор, сонаправленный вектору намагниченности, а E_{ex} – обменная энергия, выбираем в виде $(0, E_{ex} \cdot \sin\theta(x), E_{ex} \cdot \cos\theta(x))$. Полагаем, что угол $\theta(x)$, задающий направление магнитного момента, фиксирован в каждом

F -слое. Сверхпроводящее состояние в диффузионном пределе микроскопической теории сверхпроводимости описывается уздедевской аномальной функцией Грина [21], которую можно записать в матричной форме [1–3]:

$$\mathcal{F}_\omega(\mathbf{r}) = (F_{0,\omega}\sigma_0 + F_{12,\omega}\sigma_2 + F_{13,\omega}\sigma_3)\sigma_3 \equiv (F_{0,\omega}\sigma_0 + \mathbf{F}_{1,\omega}\boldsymbol{\sigma})\sigma_3. \quad (1)$$

Здесь $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – матрицы Паули, σ_0 – единичная 2×2 матрица, $\omega \equiv \omega_n = \pi k_B T(2n + 1)$ – мацубаровские частоты ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$); $F_{0,\omega}$ и $F_{12,\omega}, F_{13,\omega}$ – соответственно, синглетная и триплетные составляющие функции \mathcal{F}_ω , которые выражаются через компоненты аномальной функции Грина в спиновом пространстве следующим образом: $F_0 = (1/2)(F_{\uparrow\downarrow} - F_{\downarrow\uparrow})$, $F_{13} = (1/2)(F_{\uparrow\downarrow} + F_{\downarrow\uparrow})$, $F_{12} = F_{\downarrow\downarrow} = F_{\uparrow\uparrow}$.

Функции критического состояния S/F структуры удовлетворяют уравнениям [1–3]

$$\begin{cases} \left(-\frac{D_S}{2} \partial_x^2 + |\omega| \right) F_{0,\omega}(x) = \Delta(x) \\ \left(-\frac{D_S}{2} \partial_x^2 + |\omega| \right) \mathbf{F}_{1,\omega}(x) = \mathbf{0} \end{cases}, \quad x \in I_S, \quad (2.1)$$

$$\begin{cases} \left(-\frac{D_F}{2} \partial_x^2 + |\omega| \right) F_{0,\omega}(x) + i \operatorname{sgn}(\omega) \mathbf{h}(x), \mathbf{F}_{1,\omega}(x) = 0 \\ \left(-\frac{D_F}{2} \partial_x^2 + |\omega| \right) \mathbf{F}_{1,\omega}(x) + i \operatorname{sgn}(\omega) \mathbf{h}(x) F_{0,\omega}(x) = 0 \end{cases}, \quad x \in I_F, \quad (2.2)$$

$$\Delta(x) = \pi k_B T \lambda \sum_{\omega} F_{0,\omega}(x), \quad (x \in I_S). \quad (2.3)$$

Здесь D_S, D_F – постоянные диффузии электронов в сверхпроводящих и ферромагнитных слоях, соответственно; $\Delta(x)$ – параметр порядка, равный нулю в F -слоях, λ – константа эффективного электрон-электронного взаимодействия; I_S, I_F – области S и F слоев, соответственно. Легко видеть, что решением систем (2.1)–(2.3) являются частотно-четные функции $F_{0,\omega}$, и частотно-нечетные функции $\mathbf{F}_{1,\omega}$, так что систему переписываем в виде

$$\begin{cases} \left(-\xi_S^2 \partial_x^2 + t(2n+1) \right) F_{0,n}(x) = 2t\lambda \sum_{n=0}^{n_c} F_{0,n}(x) \\ \left(-\xi_S^2 \partial_x^2 + t(2n+1) \right) \mathbf{F}_{1,n}(x) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (n = 0, 1, \dots, n_c) \quad x \in I_S, \quad (3.1)$$

$$\begin{cases} \left(-\xi_F^2 \partial_x^2 + t(2n+1) \right) F_{0,n}(x) + 2i \frac{\xi_F^2}{\zeta_F^2} (\mathbf{m}(x), \mathbf{F}_{1,n}(x)) = 0 \\ \left(-\xi_F^2 \partial_x^2 + t(2n+1) \right) \mathbf{F}_{1,n}(x) + 2i \frac{\xi_F^2}{\zeta_F^2} \mathbf{m}(x) F_{0,n}(x) = 0 \end{cases} \quad (n = 0, 1, \dots, n_c) \quad x \in I_F. \quad (3.2)$$

В (3.1), (3.2) использованы обозначения: $\xi_{S(F)} = \sqrt{\hbar D_{S(F)} / 2\pi k_B T_S}$ – длины когерентности в $S(F)$ слоях, где T_S – критическая температура массивного сверхпроводника; $\zeta_F = \sqrt{\hbar D_F / E_{ex}}$ – характерная длина затухания функции состояния в F слое; $t = T/T_S$, $n_c \equiv n_c(T)$ есть целая часть выражения $((\hbar\omega_c / 2\pi k_B T) - 0,5)$, где ω_c – параметр обрезания по мацубаровским частотам.

Системы уравнений (3.1), (3.2) дополняются условиями на границах $x = 0$ и $x = L$,

$$\partial_x F_{0,n}(0) = \partial_x F_{0,n}(L) = 0, \quad \partial_x \mathbf{F}_{1,n}(0) = \partial_x \mathbf{F}_{1,n}(L) = \mathbf{0}, \quad (4)$$

и условиями сшивания Куприянова – Лукичева на $S-F$ контактах [22]:

$$\begin{aligned} \rho^{-1}(x_i + 0) \partial_x F_{0,n}(x_i + 0) &= \rho^{-1}(x_i - 0) \partial_x F_{0,n}(x_i - 0), \\ F_{0,n}(x_i + 0) &= F_{0,n}(x_i - 0) + \frac{\rho_F}{\rho(x_i - 0)} \frac{2\ell_F}{3t_F} \partial_x F_{0,n}(x_i - 0) \end{aligned} \quad (5)$$

для синглетной составляющей, и точно такими же условиями для триплетных составляющих функции состояния.

В формуле (5) ступенчатая функция $\rho(x) = \rho_S$, если $x \in I_S$ и $\rho(x) = \rho_F$, если $x \in I_F$, где ρ_S и ρ_F – нормальные низкотемпературные удельные сопротивления S и F слоев, соответственно; ℓ_F – длина свободного пробега электронов в ферромагнитном материале, t_F – параметр квантовомеханической прозрачности S - F контакта [23].

В частных случаях $\theta(x) \equiv 0$ либо $\theta(x) \equiv \text{const}$, в уравнениях (3) исчезает триплетная составляющая с проекциями спина ± 1 и остается компонента $(1/2)(F_{\uparrow\downarrow} + F_{\downarrow\uparrow})$ (в случае $\theta(x) \equiv \text{const}$ ось квантования спина можно направить вдоль \mathbf{m}). Эта триплетная составляющая сверхпроводящего конденсата в S/F структурах всегда существует и проявляется, например, слабыми противотоками, протекающими в ферромагнитных слоях многослойной структуры при включении транспортного тока [19, 20].

Матричное решение уравнений Узалея

Граничную задачу (4) для системы ОДУ (3), (5) решаем матричным методом [19, 20], принимая направление вектора намагниченности кусочно-постоянным, $\mathbf{m}(x) = \mathbf{m}_j$ для j -го ферромагнитного слоя. В соответствии со стандартной процедурой, образуем из функций $F_{0,n}(x)$ столбцы $\Phi_0(x) = (F_{0,0}(x) F_{0,1}(x) \dots F_{0,n_c}(x))^T$, и из функций $F_{12,n}(x), F_{13,n}(x)$ – столбцы $\Phi_1(x), \Phi_2(x)$, соответственно. Далее определяем вектор-функцию сверхпроводящего состояния $\mathbf{Y}(x) = \Phi_0 \oplus \Phi_0' \oplus \Phi_1 \oplus \Phi_1' \oplus \Phi_2 \oplus \Phi_2'$ и записываем формальное решение задачи Коши с начальным условием $\mathbf{Y}(0) = \mathbf{Y}_0$

$$\mathbf{Y}(x) = \mathcal{R}(x) \mathbf{Y}_0, \quad (6)$$

где $\mathcal{R}(x)$ – матрицант (матрица канонической системы фундаментальных решений) [24].

Подстановка в (6) граничных условий приводит к однородной системе $3 \times (n_c + 1)$ линейных алгебраических уравнений

$$\mathcal{R}_{246,135}(L) \Phi(0) = \mathbf{0}, \quad (7)$$

где матрица $\mathcal{R}_{246,135}(x)$ получена из $\mathcal{R}(x)$ вычеркиванием строк, соответствующих функциям $\Phi_0(x), \Phi_1(x), \Phi_2(x)$, и вычеркиванием столбцов, соответствующих их производным.

Из условия существования нетривиального решения (7) следует характеристическое уравнение

$$\det[\mathcal{R}_{246,135}(L)] = 0. \quad (8)$$

Его корнями являются собственные критические температуры, которым соответствуют собственные вектор-функции состояний, полученные в результате решения системы (7).

Матрицант $\mathcal{R}(x)$ вычисляем, пользуясь рекуррентными соотношениями

$$\mathcal{R}(x) = \mathfrak{S}(x - x_i) \mathfrak{P}_{SF} \mathcal{R}(x_i) = \mathfrak{S}(x - x_i) \mathfrak{P}_{SF} \mathfrak{M}^\alpha(x - x_{i-1}) \mathfrak{P}_{FS} \mathcal{R}(x_{i-1}) = \dots, \quad (9.1)$$

если x принадлежит S -слою с левой граничной плоскостью $x = x_i$, и

$$\mathcal{R}(x) = \mathfrak{M}^\alpha(x - x_j) \mathfrak{P}_{FS} \mathcal{R}(x_j) = \mathfrak{M}^\alpha(x - x_j) \mathfrak{P}_{FS} \mathfrak{S}(x - x_{j-1}) \mathfrak{P}_{SF} \mathcal{R}(x_{j-1}) = \dots, \quad (9.2)$$

если x принадлежит F -слою с левой граничной плоскостью $x = x_j$.

В (9.1), (9.2) $\mathfrak{S}(x), \mathfrak{M}^\alpha(x)$ – матрицанты системы ОДУ (3.1) и (3.2), соответственно, и $\mathfrak{P}_{FS}, \mathfrak{P}_{SF}$ – матрицы условий на S - F контакте.

Матрицанты слоев и матрицы контактных условий

В соответствии с (3.1), матрицант S -слоя имеет следующую форму:

$$\mathfrak{S}(x) = \begin{pmatrix} S^+(x) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & S^-(x) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & S^-(x) \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где $S^+(x)$, $S^-(x)$ определены в [20], (гл. 2).

Точно так же матрица условий на S - F контакте

$$\mathfrak{P}_{FS(SF)} = \begin{pmatrix} \mathcal{P}_{FS(SF)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathcal{P}_{FS(SF)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathcal{P}_{FS(SF)} \end{pmatrix} \quad (11)$$

есть результат добавления третьего диагонального блока $\mathcal{P}_{FS(SF)}$ в матрицу $\mathfrak{P}_{FS(SF)}$, приведенную в [20] (матрица $\mathfrak{P}_{SF(FS)}$ отображает решение $\mathbf{Y}(z)$ из $F(S)$ -слоя в $S(F)$ -слой).

Выполним в (3.2) замену переменных (преобразование вращения)

$$\begin{aligned} \Psi_{1,n} &= F_{13,n} \cos\theta + F_{12,n} \sin\theta \\ \Psi_{2,n} &= -F_{13,n} \sin\theta + F_{12,n} \cos\theta \end{aligned} \quad (12)$$

Тогда система (3.2) преобразуется к виду

$$\begin{cases} \left(-\xi_F^2 \partial_x^2 + t(2n+1)\right) \Phi_{0,n}(x) + 2i(\xi_F / \zeta_F)^2 \Psi_{1,n}(x) = 0 \\ \left(-\xi_F^2 \partial_x^2 + t(2n+1)\right) \Psi_{1,n}(x) + 2i(\xi_F / \zeta_F)^2 \Phi_{0,n}(x) = 0 \\ \left(-\xi_F^2 \partial_x^2 + t(2n+1)\right) \Psi_{2,n}(x) = 0 \end{cases} \quad (n=0,1,\dots,n_c) \quad x \in I_F. \quad (13)$$

Видим, что (13) состоит из подсистемы, образованной первыми двумя уравнениями и независимого от нее третьего уравнения. Матрицант подсистемы, включающей первые два уравнения, приведен в [20]; в результате полный матрицант системы (13) записывается в виде

$$\mathfrak{M}(x) = \begin{pmatrix} \operatorname{Re}(\mathcal{M}(x)) & i \operatorname{Im}(\mathcal{M}(x)) & \mathbf{0} \\ i \operatorname{Im}(\mathcal{M}(x)) & \operatorname{Re}(\mathcal{M}(x)) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathcal{N}(x) \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Здесь $\mathcal{M}(x)$, $\mathcal{N}(x) - 2(n_c+1) \times 2(n_c+1)$ -размерные матрицы-функции, из них $\mathcal{M}(x)$ определена в [20], а $\mathcal{N}(x)$ имеет вид

$$\mathcal{N}(x) = \begin{pmatrix} \operatorname{diag} \left[\operatorname{ch} \left(\frac{x\sqrt{t(2n+1)}}{\xi_F} \right) \right] & \operatorname{diag} \left[\frac{\xi_F}{\sqrt{t(2n+1)}} \operatorname{sh} \left(\frac{x\sqrt{t(2n+1)}}{\xi_F} \right) \right] \\ \operatorname{diag} \left[\frac{\sqrt{t(2n+1)}}{\xi_F} \operatorname{sh} \left(\frac{x\sqrt{t(2n+1)}}{\xi_F} \right) \right] & \operatorname{diag} \left[\operatorname{ch} \left(\frac{x\sqrt{t(2n+1)}}{\xi_F} \right) \right] \end{pmatrix}, \quad (15)$$

где $\operatorname{diag}[a_n]$ – диагональная матрица с элементами a_n ($n = 0, 1, \dots, n_c$) вдоль главной диагонали.

Таким образом, для каждого j -го F -слоя имеем матрицант, $\mathfrak{M}(x - x_j)$, системы уравнений (13), не зависящий от угла θ . По найденной матрице $\mathfrak{M}(x - x_j)$ легко получить решение задачи Коши, $\mathbf{Y}(x_j) = \mathbf{Y}_j$, для исходной системы уравнений (3.2), описывающей сверхпроводящее состояние j -го F -слоя. Для этого вначале преобразуем, в соответствии с (12), вектор \mathbf{Y}_j в начальный вектор, $\mathbf{Y}_j^\theta = \Phi_0 \oplus \Phi_0' \oplus \Psi_1 \oplus \Psi_1' \oplus \Psi_2 \oplus \Psi_2'$, для системы (13):

$$\mathbf{Y}_j^\theta = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \cdot \cos\theta_j & \mathbf{1} \cdot \sin\theta_j \\ \mathbf{0} & -\mathbf{1} \cdot \sin\theta_j & \mathbf{1} \cdot \cos\theta_j \end{pmatrix} \mathbf{Y}_j \equiv \mathcal{U}(\theta_j) \mathbf{Y}_j, \quad (16)$$

где $\mathbf{1}$ – единичная матрица размерности $2(n_c+1)$.

Далее по начальному вектору \mathbf{Y}_j^0 находим решение $\mathbf{Y}^0(x)$ системы (13) в области j -го F -слоя, $I_{F,j}$, $\mathbf{Y}^0(x) = \mathfrak{M}(x - x_j)\mathbf{Y}_j^0$, и, совершая обратное вращение, имеем искомый вектор

$$\mathbf{Y}(x) = \mathbf{U}(-\theta_j) \mathfrak{M}(x - x_j) \mathbf{U}(\theta_j) \mathbf{Y}_j(x \in I_{F,j}). \quad (17)$$

Из (17) следует выражение для матрицанта F -слоя, $\mathfrak{M}_j^\theta(x)$,

$$\mathfrak{M}_j^\theta(x) = \mathbf{U}(-\theta_j) \mathfrak{M}(x - x_j) \mathbf{U}(\theta_j). \quad (18)$$

Таким образом, формулой (18) выражается простой математический смысл триплетного эффекта. Используя (18), запишем выражения для матрицантов элементарных структур, $F0/S/F$ и $S/F0/F$. В первом случае имеем

$$\mathfrak{R}(x) = \mathfrak{M}(x) \mathfrak{P}_{FS} \mathfrak{S}(x - d_{F0}) \mathfrak{P}_{SF} \mathbf{U}(-\theta) \mathfrak{M}(x - d_{F0} - d_S) \mathbf{U}(\theta), \quad (19)$$

где d_{F0} и d_S – толщины слоев $F0$ и S , соответственно, а во втором, в приближении полностью прозрачной границы между слоями $F0$ и F , получим

$$\mathfrak{R}(x) = \mathfrak{S}(x - d_{F0}) \mathfrak{P}_{SF} \mathfrak{M}(x) \mathbf{U}(-\theta) \mathfrak{M}(x - d_{F0} - d_S) \mathbf{U}(\theta). \quad (20)$$

Численный пример

Рассмотрим 5-бислойную S/F структуру с тонким центральным S -слоем, для которой ранее рассчитывался спин-вентильный эффект [18]. Все S -слои структуры, за исключением центрального, имеют толщину $d_S \approx 4,7\xi_S$ (примерно 27 нм); для толщин центрального S -слоя и F -слоев примем значение $d = d_F = \zeta_F = 0,5\xi_S$ (около 3 нм). Рассчитываем критическую температуру при одновременном повороте магнитных моментов четных F -слоев на угол θ из начального состояния с ферромагнитным упорядочением (каждый F -слой характеризуется магнитным моментом \mathbf{M}_0). В конечном состоянии, $\theta = \pi$, в структуре устанавливается антиферромагнитный порядок (AF) (магнитные моменты соседних F -слоев, $\mathbf{M}_j = \pm\mathbf{M}_0$, антипараллельны). Рассчитанная зависимость $T_c(\theta)$ представлена на рис. 1. Кроме того, на рис. 1 приведены характеристики структуры $T_{c0,F}(d)$, $T_{c1,F}(d)$ и $T_{c,AF}(d)$ с ферромагнитным и антиферромагнитным упорядочением моментов \mathbf{M}_j . В первом случае при толщине $d \approx 2,65\xi_S$ происходит кроссовер состояний с симметричной и антисимметричной синглетной составляющей конденсатной волновой функции (им соответствуют критические температуры $T_{c0,F}$ и $T_{c1,F}$). Следовательно, при вращении магнитных моментов структура переходит из π -состояния с ферромагнитным упорядочением моментов (треугольник на графике $T_{c1,F}(d)$) в 0 -состояние с антиферромагнитным порядком (треугольник на графике $T_{c,AF}(d)$). Более подробно этот переход совершается следующим образом (рис. 1). При увеличении угла θ от нуля до значения $\theta^{cr} \approx 84^\circ$ синглетная составляющая функции состояния остается антисимметричной, при этом критическая температура убывает. В точке θ^{cr} происходит кроссовер – система переходит в состояние с симметричной синглетной составляющей, что отражается резким возрастанием T_c . Для иллюстрации на рис. 2 приведены графики функций состояния, рассчитанные для трех значений угла θ : 0° , 105° , 180° .

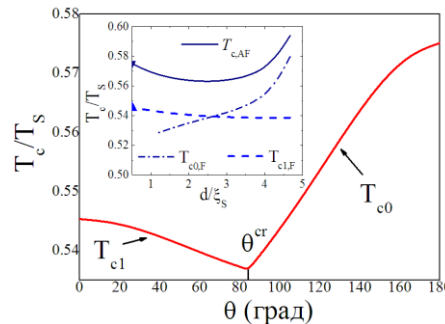


Рис. 1. Зависимость критической температуры структуры $5[F/S]/F$ от угла между магнитными моментами четных и нечетных F -слоев. На вставке: критические температуры ферромагнитного (F) и антиферромагнитного (AF) состояний структуры в зависимости от толщины центрального S -слоя

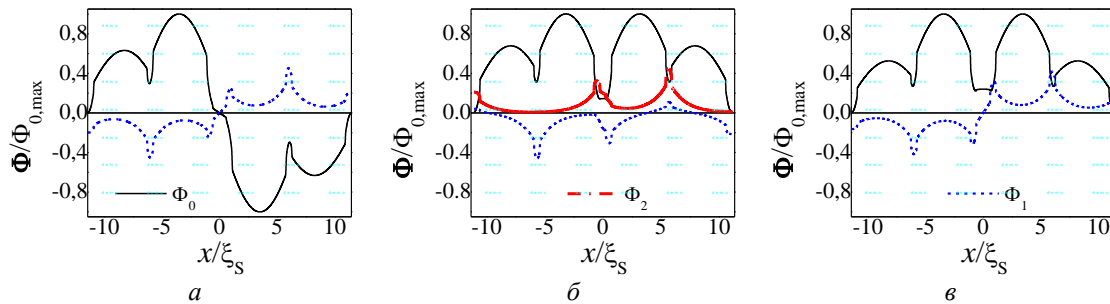


Рис. 2. Функции критического состояния структуры $5[F/S]/F$ для трех значений угла между магнитными моментами четных и нечетных F -слоев: $\theta = 0^\circ$ (а), $\theta = 105^\circ$ (б), $\theta = 180^\circ$ (в)

Заключение

В данной работе впервые построено точное матричное решение линейризованных уравнений Узаделя, позволяющее анализировать критическое состояние многослойных структур сверхпроводник/ферромагнетик при неколлинеарных, компланарных векторах намагниченности, и без ограничения на количество бислоев.

TRIPLET EFFECT AND THE SUPERCONDUCTIVITY STATES IN THE MULTILAYERED SUPERCONDUCTOR/FERROMAGNET STRUCTURES

V.N. KUSHNIR

Abstract

The precise matrix solution of the linearized Usadel equations for the multilayered Superconductor/Ferromagnet structures has given for arbitrary in-plane magnetization vectors of ferromagnet layers and an arbitrary layer number.

Keywords: superconductivity, ferromagnetism, multilayered structures, Usadel equations, critical condition.

Список литературы

1. Golubov A.A., Kupriyanov M.Yu., Il'ichev E. // Rev. Mod. Phys. 2004. Vol. 76. P. 411–469.
2. Buzdin A. I. // Rev. Mod. Phys. 2005. Vol. 77. P. 935–976.
3. Bergeret F.S., Volkov A.F., Efetov K.B. // Rev. Mod. Phys. 2005. Vol. 77. P. 1321–1373.
4. Кушнир В.Н., Прищепина С.Л. // Вестник Фонда фундаментальных исследований. 2011. № 1/11. С. 101–120.
5. Кушнир В.Н., Прищепина С.Л. // Вестник Фонда фундаментальных исследований. 2015. № 2/15. С. 165–192.
6. Bergeret F.S., Volkov A.F., Efetov K.B. // Phys. Rev. B 2003. Vol. 68, № 6. P. 064513 (1–14).
7. Fominov Ya.V., Golubov A.A., Kupriyanov M.Yu. // Письма в ЖЭТФ. 2003. Т. 77, № 9. С. 609–614.
8. Eschrig M., Kopp J., Konstantin A. et al. // Advances in Solid State Physics (book series). Vol. 44. / Ed. B. Kramer. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2004. P. 533–546.
9. Löfwander T., Champel T., Durst J. Eschrig M. // Phys. Rev. Lett. 2005. Vol. 95. P. 187003 (1–4).
10. Halterman K., Barsic P.H., Valls O.T. // Phys. Rev. Lett. 2007. Vol. 99. P. 127002 (1–4).
11. Fominov Ya.V., Golubov A.A., Karminskaya T.Yu. et al. // Письма в ЖЭТФ. 2010. Т. 91, № 6. С. 329–333.
12. Wu C.-T., Valls O.T., Halterman K. // Phys. Rev. B. 2012. Vol. 86. P. 014523 (1–13).
13. Карминская Т.Ю., Куприянов М.Ю., Голубов А.А. // Письма в ЖЭТФ. 2008. Т. 87, № 10. С. 657–663.
14. Karminskaya T.Yu., Golubov A.A., Kupriyanov M.Yu. // Phys. Rev. B. 2011. Vol. 84. P. 064531 (1–5).
15. Proshin Yu.N., Izyumov Yu.A., Khusainov M.G. // Phys. Rev. B. 2001. Vol. 64. P. 064522 (1–5).
16. Proshin Yu.N., Zimin A., Fazleev N.G. et al. // Phys. Rev. B. 2006. Vol. 73. P. 184514 (1–12).
17. Karminskaya T.Y., Kupriyanov M.Y. // Письма в ЖЭТФ. 2008. Т. 86, № 1. С. 65–70.
18. Кушнир В.Н. // Докл. БГУИР. 2013. № 8 (78). С. 40–47.
19. Кушнир В.Н., Куприянов М.Ю. // Письма в ЖЭТФ. 2011. Т. 93, № 9. С. 597–602.
20. Кушнир В.Н. Сверхпроводимость слоистых структур. Минск, 2010.
21. Usadel K. // Phys. Rev. Lett. 1970. Vol. 25. P. 507–509.
22. Куприянов М.Ю., Лукичев В.Ф. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94, № 6. С. 139–149.
23. Tagirov L.R. // Physica C. 1998. Vol. 307. P. 145–163.
24. Якубович В.А., Старжинский В.М. Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами и их приложения. М., 1972.