

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

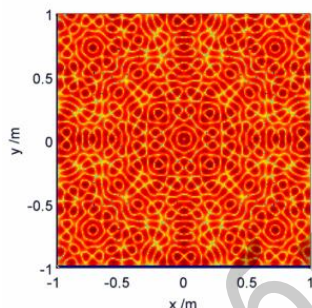
Фисько Д. В., Каранчук Р. С.

Смирнова Г. Ф. - к. ф. - м. н., доцент

Мы использовали уравнения Гельмгольца для моделирования распространения электромагнитных волн. Более точно, если временную зависимость электромагнитной волны можно представить формой $\sin(\omega t)$ и рассеивание дано отношением $w = ck / n(x)$ для некоторого индекса преломленного распространения $n(x)$, тогда электрическое поле E находится через: $\nabla^2 E + \frac{k^2}{n^2} E = f(x)$, где $f(x)$ некоторая функция источника. Дан источник излучения и геометрия распространения, в принципе уравнение Гельмгольца может быть решено для полного излучения поля $E(x, y, z)$. Но на практике это трудно, достижимо, в виду вычислительных сложностей. В работе мы выбрали двумерную модель и установили размер вычислительной сетки $N \times M$ с ячейками (i, j) для которых выполняется $1 < i < N, 1 < j < M$. С учетом такой дискретности, получаем уравнение ниже:

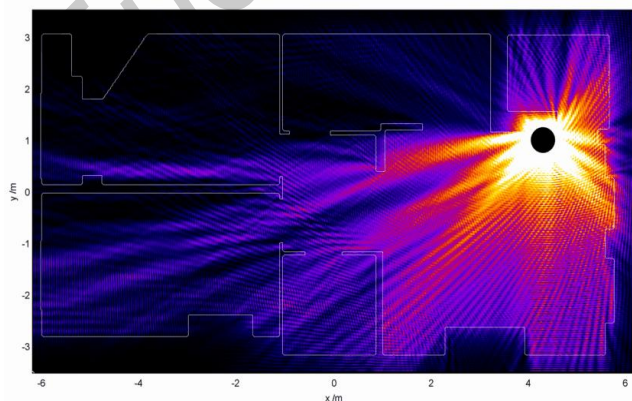
$$\frac{E(i+1, j) + E(i-1, j) - 2E(i, j)}{\Delta x^2} + \frac{E(i, j+1) + E(i, j-1) - 2E(i, j)}{\Delta y^2} + \frac{k^2}{n(i, j)^2} E(i, j) = f(i, j)$$

Это линейное уравнение в текущей ячейки $E(i, j)$, как функция от 4 соседних ячеек. Каждая ячейка представляет уравнение, которое характеризует влияние на соседей, это $N \times M$ уравнений с $N \times M$ неизвестными. Направляется применение линейной алгебры для решения задачи — если все уравнения могут быть представлены как одна большая матрица уравнений, эта матрица может быть инвертирована и мы получим точное решение для E . В частности мы будем иметь $M^*E = f$ для некоторой матрицы M , т.е. мы можем найти $E = M^{-1} * f$, где есть M пустых ячеек между $1/\Delta x^2$ и $1/\Delta y^2$ ячейками. На самом деле, очевидно, что подавляющее большинство матрицы равно нулю, что может помочь при рассмотрении огромных размеров матрицы. Для этой задачи помещение составляет около 5 метров в диаметре, а длина волны составляет около 5 см. Нам потребуется $N > 500$, что означает количество элементов около 10^{10} ! Таким образом, хранение матрицы с единичной точностью потребует около 60 GB RAM. И наши вычислительные средства не смогут инвертировать такую матрицу, даже если сможем разместить в памяти. Для решения этой проблемы, будем использовать понятие разреженной матрицы или матрицы заполненной в основном нулями.



Как же всё-таки выглядит решение уравнение Гельмгольца, на единичном квадрате для больших K ? Установим граничное условие $E=0$, на границы квадрата и предположим $f(x, y) = \delta(x, y)$. Для визуализации, ниже выбраны нескольких полученных картинок, где мы взяли логарифмическую цветовую гамму, чтобы подчеркнуть позиции с нулевым электрическим полем - «узлы». По мере того как анимация продолжается, K начинается с высоких значений и постепенно снижается, соответствующие быстрые колебания пластины постепенно становятся все медленнее.

Для демонстрации, мы взяли модель помещения, в которой мы хотим смоделировать распространения электромагнитных волн, для анализирования оптимальности точки расположение для Wi-Fi.



Мы используем этот план помещения в качестве карты показателя преломления — стены имеют очень высокий показатель преломления, а пустое пространство имеет показатель преломления равный 1. Затем, мы создали WiFi антенну в качестве небольшого источника излучения расположенного в углу. Начиная с длиной волны излучения 10 см. Также мы попытались добавить в мнимую часть показателя преломления для стен. Это позволило учитывать некоторое поглощение в бетоне, таким образом, мы уже не симулируем только идеальный процесс.

Список использованных источников:

1. Электромагнитные колебания и волны. Автор. Хайкин Семен Эммануилович г.1959
2. Helmholtz equation (jasmscole.com/2014/08/25/helmhurts)