

## ПРИМЕНЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ СИНТЕЗА КОЭФФИЦИЕНТОВ ПАРАУНИТАРНОГО БАНКА ФИЛЬТРОВ НА ОСНОВЕ АЛГЕБРЫ КВАТЕРНИОНОВ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
г. Минск, Республика Беларусь*

*Рыбенков Е. В.*

*Петровский Н. А. – ассистент кафедры ЭВС*

Предлагается метод синтеза коэффициентов для параунитарного банка фильтров на основе алгебры кватернионов с использованием численных методов. Приведены характеристики полученной системы.

Параунитарный банк фильтров (ПУБФ) – банк фильтров, у которого передаточные функции анализирующих и синтезирующих фильтров и их смещенные версии ортогональны друг другу.

Серьезной практической проблемой, связанной с реализацией ПУБФ на арифметике с фиксированной запятой, является потеря свойства перфективной реконструкции сигнала банком фильтров. Это обусловлено чувствительностью структуры ПУБФ к квантованию коэффициентов [1]. Применение кватернионов позволяет избежать данного недостатка. В работе [2] показано, что для каждой ортогональной матрицы размерностью  $4 \times 4$  существует уникальная (с точностью до знака) пара единичных кватернионов  $P$  и  $Q$  для которых выполняется следующее равенство:

$$M^+(P) \cdot M^-(Q) = M^-(Q) \cdot M^+(P).$$

Решетчатые структуры 4-канальных банков анализа и синтеза с линейной ФЧХ на кватернионах приведены в [2].

Поиск оптимальных коэффициентов банка фильтров ведётся с использованием численных методов, относительно критериев качества и ограничений на схемную реализацию. Факторизация такого банка фильтров гарантирует свойства перфективной реконструкции и линейность ФЧХ. Таким образом основной критерий оптимизации – поиск оптимальных коэффициентов в ограничениях арифметики с фиксированной точкой.

Практически все методы оптимизации функции  $n$  переменных основаны на многократном повторении следующих действий: выбор некоторого направления; спуск к минимуму вдоль направления спуска. Методы нулевого порядка при выборе направления спуска требуют только вычисления значений функции [3]. В данной работе задача оптимизации решается с использованием программы `fminsearch` из пакета MATLAB. Для задания ограничений использовался метод штрафных функций. Суть метода заключается в сведении задачи поиска условного оптимума к задаче нахождения безусловного оптимума.

Нахождение коэффициентов ПУБФ производится путем оптимизации следующих критериев [2]:  
Степень ослабления в полосе задержки каналов, выраженная в терминах энергии:

$$\mathcal{E}_{SBE} = \sum_{k=0}^{M-1} \int_{\omega \in \Omega_k} |H_k(e^{j\omega})|^2 d\omega,$$

где  $\Omega_k$  – полоса задержки  $k$ -ого фильтра банка фильтров.

Коэффициент эффективности кодирования

$$CG = 10 \lg \frac{\frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} \sigma_{xk}^2}{\left( \prod_{k=0}^{M-1} \sigma_{xk}^2 \right)^{\frac{1}{M}}}$$

где  $\sigma_{xk}^2$  – дисперсия сигнала в  $k$ -ом канале банка фильтров.

Полярная форма кватерниона позволяет сократить число степеней свободы и легко параметризовать кватернионы с модулями равными единице. Полярная форма кватерниона определяется следующим образом:

$$\begin{cases} q_1 = |Q| \cdot \cos \varphi \\ q_2 = |Q| \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi \\ q_3 = |Q| \cdot \sin \varphi \cdot \sin \psi \cdot \cos \chi \\ q_4 = |Q| \cdot \sin \varphi \cdot \sin \psi \cdot \sin \chi \end{cases},$$

где  $\varphi, \psi, \chi$  – произвольные значения углов.

В данной работе рассматриваются только вырожденные кватернионы ввиду более простого поиска оптимума. Вырожденный кватернион – кватернион, мнимые части  $i$  и  $j$  которого равны нулю, и в полярной форме представлен одним углом  $\varphi$ . Выбрана факторизация множителя в виде лестничной схемы с учётом особенностей кватерниона-константы [4].

Выбор начальной точки производится путем нахождения минимальных значений целевой функции  $f(\vec{x}) = (\varepsilon_{SBE} - CG)/2$ , методом перебора всех возможных комбинаций входного вектора с большим параметром шага по каждой степени свободы.

Для того чтобы представить в графическом виде целевую функцию  $f(\vec{x})$ , изобразим в 3-х мерном виде соотношение углов  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  при зафиксированном  $\varphi_3 = 1.08$  (рисунок 2). После квантования коэффициентов лестничной параметризации вырожденного кватерниона-константы (длина слова  $N=2$ ) график функции  $f(\vec{x})$  показан на рисунке 3.

Результат синтеза коэффициентов четырех канального ПУБФ на кватернионах с длиной фильтра равной 12 и линейной ФЧХ, приведен на рисунке 4. Минимальное ослабление в полосе задержки составляет -20дБ, эффективность кодирования равна 8.26дБ.

Таким образом, был предложен метод численного синтеза коэффициентов параунитарного банка фильтров в алгебре кватернионов. Применение вырожденных кватернионов позволило сократить объем вычислений. Полученный ПУБФ сопоставим с ранее представленными результатами в [2], и обладает свойством перфективной реконструкции для реализации в арифметике с фиксированной точкой.

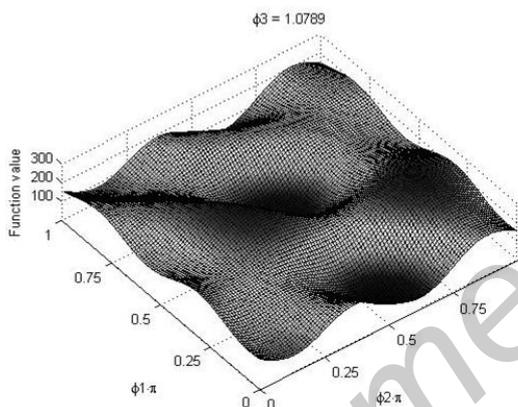


Рис. 1. График функции  $f(\vec{x})$  при  $\varphi_3 = 1.08$

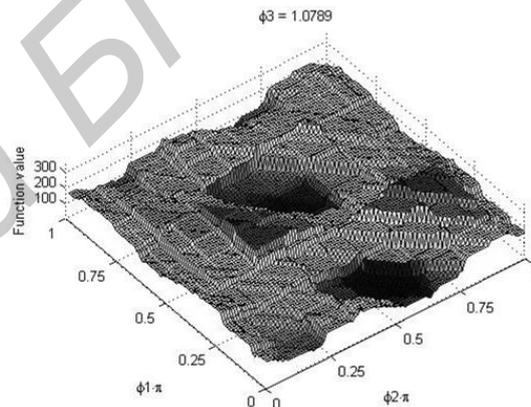


Рис. 2. График функции  $f(\vec{x})$  при  $N = 2$

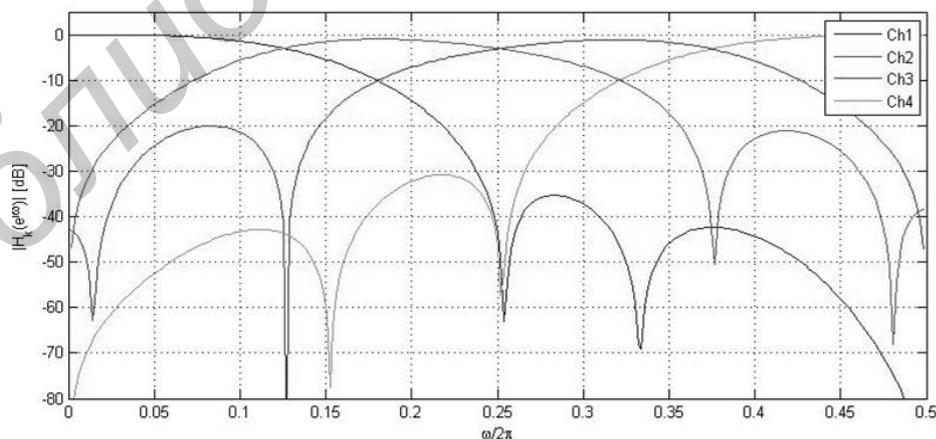


Рис. 3. АЧХ ПУБФ на кватернионах

Список использованных источников:

1. Vaidyanathan P.P. The role of lossless systems in modern digital signal processing: a tutorial / P.P. Vaidyanathan, Z. Doganate // IEEE Trans. on Education, Vol.32, №3, pp.181-197.
2. Парфенюк М. Параунитарные банки фильтров на основе алгебры кватернионов: теория и применение / М. Парфенюк, А.А. Петровский // Журнал "Цифровая обработка сигналов". – 2008 - №1 – С. 22-36.
3. Сеницын А.К. Вычислительная математика : Лекции для студентов 2-ого курса специальностей 1-39 01 03 / А.К. Сеницын, А.А. Навроцкий – изд. БГУИР, 2008. – 50 с.
4. Петровский Н.А. Параунитарные банки фильтров без потерь с линейной ФЧХ на основе DSP48 блоков в FPGA

архитектуре / Н.А. Петровский // Труды международной научной конференции ИТС 2014 (Информационные технологии и системы). – 2014. – С. 190-191.

## КВАНТОВАНИЕ И УПАКОВКА КОЭФФИЦИЕНТОВ СУБПОЛОС В КОДЕРЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ПАРАУНИТАРНОГО БАНКА ФИЛЬТРОВ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
г. Минск, Республика Беларусь

Арабей К. В.

Петровский А. А. – д-р. техн. наук, профессор

В последнее время банки фильтров рассматриваются как одна из наиболее эффективных техник компрессии мультимедиа данных. Банки фильтров широко применяется в области кодирования видео и аудио сигналов а также изображений.

Существующие форматы кодирования изображений, например JPEG 2000, могут осуществлять компрессию данных, как с потерями, так и без потерь. При этом для каждого типа компрессии необходимо проводить отдельную процедуру трансформационного преобразования, что требует дополнительных вычислительных затрат. Кодер изображений на основе параунитарного банка фильтров, позволит использовать одно трансформационное преобразование как для компрессии с потерями, так и для компрессии без потерь.

Банк фильтров – цифровая система, состоящая из банка фильтров анализа и банка фильтров синтеза (рис. 1). Входной сигнал  $x(n)$ , который представляется последовательностью отсчетов, разбивается на  $M$  субполосных составляющих при помощи фильтров блока анализа  $H_k(z)$  ( $k = 0, 1, \dots, M-1$ ). В идеальном случае эти составляющие в частотной области не перекрываются. Операции, выполняемые блоком синтеза, являются обратными операциями блока анализа. Подобранным соответствующим образом набор фильтров блока синтеза  $F_k(z)$  ( $k = 0, 1, \dots, M-1$ ), можно восстановить исходный сигнал  $y(n)$  из его субполосных компонент.

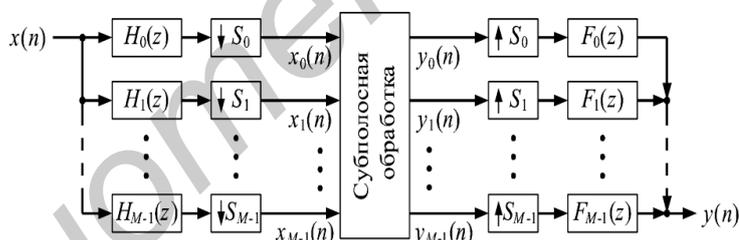


Рис. 1 – Банк фильтров: система анализа/синтеза сигнала

Параунитарный (ортогональный) банк фильтров (ПУБФ) – банк фильтров, у которого передаточные функции анализирующих и синтезирующих фильтров и их соответственно смещенные версии ортогональны друг другу. Фильтры синтеза в параунитарных банках являются транспонированными версиями фильтров анализа:

$$F_k z = H_k^T z^{-1}$$

При соблюдении этого условия обеспечивается возможность перфективной реконструкции банком фильтров входного сигнала  $x(n)$ .

Преобразование при помощи параунитарного банка фильтров не осуществляет сжатия данных, оно необходимо для подготовки информации к этапам компрессии с потерями упаковки. При работе с изображениями преобразование идет в два этапа: сначала по строкам, потом по столбцам. После преобразования основная часть информации концентрируется в низкочастотных субполосах, высокочастотные полосы представляют матрица, в которой многие коэффициенты либо близки, либо равны нулю. Кроме того, благодаря несовершенству человеческого зрения можно аппроксимировать коэффициенты более грубо без заметной потери качества изображения. Для этого используется квантование коэффициентов. В самом простом случае - это арифметический побитовый сдвиг вправо. При этом преобразовании теряется часть информации, но может достигаться большая степень сжатия.

Обычно в алгоритмах кодирования изображений используется скалярное квантование. Числовая прямая разбивается на отрезки равной длины. Далее, квантуемый элемент, попадающий в какой-то отрезок, заменяется центром этого отрезка. Для каждой субполосы выбирается свой коэффициент квантования, что позволяет регулировать степень сжатия изображения. Как правило, их значения для субполос растут по направлению слева направо и сверху вниз. Операция квантования является единственной фазой, где