

АЛГОРИТМИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СИСТЕМЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ С ТРЁХКООРДИНАТНЫМ СЕГМЕНТНЫМ ПРИВОДОМ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Кузнецов В. В., Войтов А. Ю.

Автушко Т. С. – канд. физ.-мат. наук

В современном автоматизированном оборудовании производства изделий электронной техники для реализации программируемых движений инструментов или заготовки находят все большее применение системы перемещений на механизмах параллельной кинематики. Для обеспечения их функционирования с высокими эксплуатационными параметрами необходимо углубленное моделирование различных выходных характеристик, которые, как правило, базируются на решении задачи позиционирования рабочего звена исполнительного механизма в трехмерном пространстве.

Расчётная модель исполнительного механизма параллельной кинематики с трёхкоординатным сегментным приводом представлена на рис. 1.

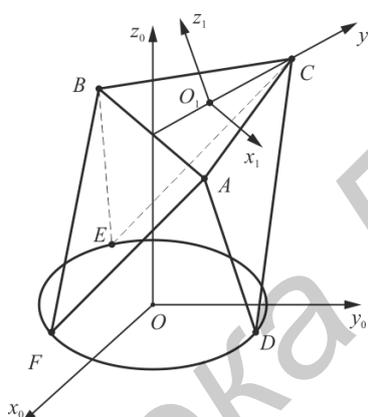


Рис. 1 – Пространственная система перемещений с сегментным приводом

Базовыми конструктивными параметрами механизма являются параметры, определяющие его геометрическую конфигурацию: R – средний радиус кольцевого привода, длины сторон подвижных треугольных звеньев AFB , ADC и CEB , принятые в статье равными между собой и равными a . Функции положения ведущих звеньев, определяющие положение во времени каждого из трёх подвижных сегментов, в работе задаются текущими значениями углов β_1 , β_2 и β_3 в соответствии с рис. 2. Изменение этих углов в процессе работы системы перемещений в конечном итоге приводит к изменению пространственного положения точек A , C и B подвижного треугольного звена ACB (рабочей платформы), предназначенной для выполнения технологических изменений в рабочем трёхмерном пространстве [1]. При необходимости, по текущим координатам точек A , B и C могут быть получены функции положения платформы в виде трёх линейных и трёх угловых координат, определяющих текущее положение системы координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$ в неподвижной системе координат $S_0(x_0, y_0, z_0)$.

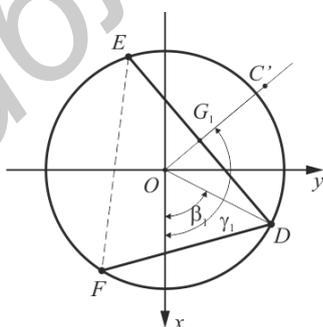


Рис. 2 – Текущие угловые положения сегментов привода

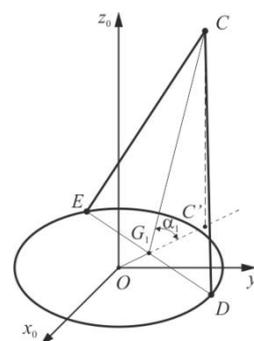


Рис. 3 – Расчётная модель фрагмента механизма

Целью настоящей статьи является алгоритмизация задачи позиционирования в пространственной системе перемещений (рис. 1), заключающаяся в нахождении текущих координатных точек A , C и B в зависимости от положения ведущих точек D , E и F , задаваемых переменными углами β_1 , β_2 и β_3 .

Для формирования математической модели решения прямой задачи кинематики [2] для рассматри-

ваемой в статье системы перемещений рассмотрим расчётную геометрическую модель фрагмента механизма показанную на рис. 3. Здесь AD и AE стороны соседних подвижных звеньев в виде треугольников ADC и CEB . В процессе изменения положения точек D и E на средней окружности кольцевого привода происходит трансформация треугольника DAE , но при этом он остаётся равнобедренным. При этом угол α_1 его наклона к плоскости базовой окружности, показанный на рис. 3, меняется в зависимости от взаимного положения точек D и E . Этот угол при алгоритмизации выберем в качестве обобщённой координаты положения фрагмента DAE в неподвижной системе координат $S_0(x_0, y_0, z_0)$.

Аналогичные расчётные модели могут быть использованы при алгоритмизации двух других фрагментов исполнительного механизма EBF и DAF , которые по сути являются параллельными кинематическими цепями, подобными по кинематике фрагменту DAE . В результате математические модели формирования обобщённых координат α_1 и α_2 будут отличаться только на уровне обозначений используемых переменных. В первом случае вместо α_1 будем использовать α_2 , а во втором – α_3 .

Рассмотрим математическую модель пересчёта обобщённой координаты α_1 через текущие положения точек D и E (рис. 3), задаваемые углами соответственно β_1 и β_2 (рис. 2). Нетрудно видеть, что положение точки A в трёхмерном пространстве характеризуется её проекцией A' на плоскость x_0Oy_0 и её проекцией на ось z_0 , при этом секущая OA' делит угол DOE пополам. В результате получаем геометрическое место точек O, D, E, A, A' , реконфигурируемое в пространстве в зависимости от положения ведущих точек D и E . Обобщённая координата α_1 определится из треугольника AGA' через координаты соответствующих точек.

Для рассматриваемого в статье случая, когда все подвижные треугольники являются равнобедренными со сторонами равными a , а радиус кольцевого привода равен R в соответствии с рис. 2 и рис. 3, получим следующие соотношения координат, углов и констант:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}; & \gamma_2 &= \frac{\beta_2 + \beta_3}{2}; & \gamma_3 &= \frac{\beta_1 + \beta_3}{2}; \\ x_D &= R \cos \beta_1; & y_D &= R \sin \beta_1; \\ x_E &= R \cos \beta_2; & y_E &= R \sin \beta_2; \end{aligned}$$

$$ED = \sqrt{(x_D - x_E)^2 + (y_D - y_E)^2} = R \sqrt{(\cos \beta_1 - \cos \beta_2)^2 + (\sin \beta_1 - \sin \beta_2)^2}$$

С учётом этих формул получим следующую систему пересчёта координат точки C подвижного треугольного звена DCE :

$$\begin{cases} x_C = \frac{R}{2} (\cos \beta_1 + \cos \beta_2)^2 + \sqrt{a^2 - R^2 (\sin \beta_1 \sin \beta_2 - \cos \beta_1 \cos \beta_2 + 1)} \cos \alpha_1 \cos \gamma_1; \\ y_C = \frac{R}{2} (\sin \beta_1 + \sin \beta_2)^2 + \sqrt{a^2 - R^2 (\sin \beta_1 \sin \beta_2 - \cos \beta_1 \cos \beta_2 + 1)} \cos \alpha_1 \sin \gamma_1; \\ z_C = \sqrt{a^2 - R^2 (\sin \beta_1 \sin \beta_2 - \cos \beta_1 \cos \beta_2 - 1)} \sin \alpha_1. \end{cases}$$

Аналогично получим алгоритмы расчёта текущих координат для точек A и B .

Расчётные координаты точек A, B и C из приведенных расчётных формул позволяют получить систему нелинейных уравнений относительно неизвестных α_1, α_2 и α_3 в виде

$$\begin{cases} (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2 = a^2; \\ (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 + (z_C - z_B)^2 = a^2; \\ (x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2 + (z_A - z_C)^2 = a^2. \end{cases}$$

В результате решения полученной системы находим текущие значения углов α_1, α_2 и α_3 однозначно соответствующие текущим положениям точек D, E и F . Подставляя найденные значения α_1, α_2 и α_3 в приведенные выше расчётные формулы, получим текущие координаты соответственно точек C, A и B , а значит получим текущее положение и ориентацию подвижного треугольного звена ABC в трёхмерном пространстве.

Таким образом, предложенная алгоритмизация задачи позиционирования для системы перемещений с трёхкоординатным сегментным приводом позволяет находить параметрические функции положения точек A, B, C треугольной платформы в зависимости от задаваемых законов перемещения ведущих сегментов. Последующее компьютерное моделирование [3] позволит получить необходимые характеристики конкретной системы перемещений, включающие геометрию рабочей области, калибровку траекторий по скорости и точности, выбор оптимальных траекторий в зависимости от характера технологической операции.

Список использованных источников:

1. Системы многокоординатных перемещений и исполнительные механизмы для прецизионного технологического оборудования / В.В. Жарский [и др.]; под ред. д-ра техн. наук, проф. С.Е. Карповича. – Минск : Бестпринт, 2013. – 208 с.
2. Прикладные задачи по высшей математике: Аналитическая геометрия : учеб.-метод. пособие / С.Е. Карпович [и др.]. – Минск : БГУИР, 2013. – 64 с.
3. Моделирование механизмов параллельной кинематики в среде MATLAB/Simulink / С.Е. Карпович [и др.]. – Минск : Бестпринт, 2013. – 153 с.