

ИНТУИЦИОННАЯ НЕЧЕТКАЯ МЕРА СХОДСТВА ИНТУИЦИОНИСТСКИХ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ, ОСНОВАННАЯ НА ОБОБЩЕНИИ РАССТОЯНИЯ ЕВКЛИДА

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Ширай С. Ю.

Вятченин Д. А. – к. ф. наук, доцент

В задачах кластеризации существует необходимость обработки данных, содержащих неопределенность. Одним из методов обработки таких данных являются реляционные алгоритмы, основанные на теории интуиционистских нечетких множествах. В рамках такого подхода, практический и теоретический интерес представляет разработка различных мер сходства, на основе которых возможно строить отношения между интуиционистскими нечеткими множествами.

Интуиционистские нечеткие множества в смысле Атанассова [1] являются расширением нечетких множеств, предложенных Заде [2] и определяются следующим образом:

$$IA = \left\{ \langle x_i, \mu_{IA}(x_i), \nu_{IA}(x_i) \rangle \mid x_i, x_j \in X \right\},$$

где X – обычное (четкое) множество, $\mu_{IA}(x_i)$ и $\nu_{IA}(x_i)$ – функции принадлежности и непринадлежности соответственно, удовлетворяющие условию

$$0 \leq \mu_{IA}(x_i) + \nu_{IA}(x_i) \leq 1$$

Множество интуиционистских нечетких множеств над универсумом X обозначается $IFS(X)$.

Интуиционистское нечеткое отношение определяется следующим образом:

$$IR = \left\{ \langle (x_i, x_j), \mu_{IR}(x_i, x_j), \nu_{IR}(x_i, x_j) \rangle \mid x_i, x_j \in X \right\},$$

где X – четкое множество, $\mu_{IR}(x_i, x_j)$ и $\nu_{IR}(x_i, x_j)$ – функции принадлежности и непринадлежности соответственно, удовлетворяющие условию

$$0 \leq \mu_{IR}(x_i, x_j) + \nu_{IR}(x_i, x_j) \leq 1$$

В задачах кластеризации, для построения отношений между кластеризуемыми объектами, представленными интуиционистскими нечеткими множествами, используются различные расстояния и меры сходства между интуиционистскими нечеткими множествами. Расстояния Евклида, Хэмминга и Хаусдорфа были обобщены на случай интуиционистских нечетких множеств, а так же были введены многие меры сходства [3]. Однако, результат их применения – четкое действительное число, а получившееся отношение – четкое. Особый интерес представляет мера сходства Ванга и др. [4], основанная на обобщении расстояния Хэмминга, результат применения которого – интуиционистская нечеткая пара, что позволяет построить интуиционистское нечеткое отношение сходства между интуиционистскими нечеткими множествами. Мера, предложенная в [4] имеет вид:

$$r(IA, IB) = (\mu_r(IA, IB), \nu_r(IA, IB)),$$

$$\mu_r(IA, IB) = 1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\nu_{IA}(x_i) - \nu_{IB}(x_i)| - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\rho_{IA}(x_i) - \rho_{IB}(x_i)|,$$

$$\nu_r(IA, IB) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\nu_{IA}(x_i) - \nu_{IB}(x_i)|,$$

где n – мощность множества X ,

Аналогичное обобщение можно сделать и для расстояния Евклида. Оно определяется следующим образом:

$$e(IA, IB) = (\mu_e(IA, IB), \nu_e(IA, IB)),$$

$$\mu_e(IA, IB) = 1 - \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n \sqrt{(\nu_{IA}(x_i) - \nu_{IB}(x_i))^2 + (\rho_{IA}(x_i) - \rho_{IB}(x_i))^2},$$

$$\nu_e(IA, IB) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n \sqrt{(\nu_{IA}(x_i) - \nu_{IB}(x_i))^2},$$

где $x_i \in X$, $IA, IB \in IFS(X)$, $\rho(x_i) = 1 - \mu(x_i) - \nu(x_i)$ – интуиционистский индекс нечеткости, $0 \leq \rho(x_i) \leq 1$.

Для того, чтобы построенное таким образом отношение было отношением сходства, необходимо, чтобы для него выполнялись свойства рефлексивности, симметричности и свойства $0 \leq \mu_e(IA, IB) + \nu_e(IA, IB) \leq 1$.

Лемма 1. Для меры сходства e выполняется свойство рефлексивности, т.е. $\forall IA \in IFS(X)$ $e(IA, IA) = (1, 0)$.

Доказательство очевидно, если принять $IB = IA$.

Лемма 2. Для меры сходства e выполняется свойство симметричности, т.е. $e(IA, IB) = e(IB, IA)$.

Доказательство очевидно исходя из свойств операции возведения в квадрат.

Лемма 3. Для меры сходства, полученное по формуле e выполняется свойство $0 \leq \mu_e(IA, IB) + \nu_e(IA, IB) \leq 1$.

Доказательство.

$$\begin{aligned} \mu_e(IA, IB) + \nu_e(IA, IB) &= \\ &= 1 - \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n \sqrt{(v_{IA}(x_i) - v_{IB}(x_i))^2 + (\rho_{IA}(x_i) - \rho_{IB}(x_i))^2} + \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n \sqrt{(v_{IA}(x_i) - v_{IB}(x_i))^2} \leq \\ &\leq 1 - \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n \sqrt{(v_{IA}(x_i) - v_{IB}(x_i))^2 + (\rho_{IA}(x_i) - \rho_{IB}(x_i))^2} + \\ &+ \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n \sqrt{(v_{IA}(x_i) - v_{IB}(x_i))^2 + (\rho_{IA}(x_i) - \rho_{IB}(x_i))^2} = 1. \end{aligned}$$

Так как $\sqrt{a^2 + b^2} \leq |a| + |b|$, получаем

$$\begin{aligned} \mu_e(IA, IB) + \nu_e(IA, IB) &\geq \\ &\geq 1 - \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n |v_{IA}(x_i) - v_{IB}(x_i)| - \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n |\rho_{IA}(x_i) - \rho_{IB}(x_i)| + \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n |v_{IA}(x_i) - v_{IB}(x_i)| = \\ &= 1 - \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n |\rho_{IA}(x_i) - \rho_{IB}(x_i)| \geq 0. \end{aligned}$$

Таким образом леммы 1-3 показывают, что отношение, определенное функцией e является корректно построенным интуиционистским нечетким отношением сходства и поэтому может быть использовано при кластеризации данных, представленных интуиционистскими нечеткими множествами.

Список использованных источников:

1. Atanassov K. On Intuitionistic Fuzzy Sets Theory / K. Atanassov. – Springer-Verlag, 2012. – 323 p.
2. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств / А. Кофман. – М.: Радио и связь, 1982. – 432 с.
3. Szmidt E. Distances and Similarities in Intuitionistic Fuzzy Sets / E. Szmidt. – Springer-Verlag, 2014 – 148 p.
4. Wang Z. A netting clustering analysis method under intuitionistic fuzzy environment / Z. Wang [et. Al]. // Applied Soft Computing. – 2011 - №8. – p. 5558–5564

МЕТОДИКА ЗАМЕНЫ КЛЮЧА ДЛЯ СХЕМЫ АКТИВНОГО ИЗМЕРЕНИЯ ЦИФРОВЫХ УСТРОЙСТВ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Заливако С.С.

Иванюк А. А. – д-р. техн. наук, доцент

В работе рассмотрена модификация существующей схемы активного измерения с помощью логически реконфигурируемой физически неклонированной функции, в результате изменения состояния которой появится необходимость в замене ключа. Реализация изменений в цифровом конечном автомате может быть осуществлена по средствам его реконфигурирования или же кодирования определенного небольшого числа возможных изменений ключа в структуре конечного автомата.