

АППРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИЙ ПРИ ПОМОЩИ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Кончевский Д. И.

Волосевич А. А. – канд. физ.-мат. наук, доцент

Нейронные сети – мощный метод моделирования, позволяющий воспроизводить чрезвычайно сложные зависимости. Нейронные сети нелинейны по своей природе и могут справиться с «проклятием размерности», которое не позволяет моделировать линейные зависимости в случае большого числа переменных. Отдельным преимуществом применения нейронных сетей является возможность сохранения ими работоспособности при наличии шума в обрабатываемых данных. Эта особенность нейронных сетей и была выбрана для исследования.

Задача аппроксимации функции для нейронной сети формируется как задача контролируемого обучения (обучение с учителем). Суть задачи состоит в следующем. Имеются значения функции в отдельных точках, система базисных функций и векторов регулируемых весовых коэффициентов. Необходимо обучить сеть, т. е. выбрать весовые коэффициенты при базисных функциях так, чтобы их комбинация давала аналогичную зависимость, которая наилучшим образом аппроксимирует множество значений функции отклика.

Для моделирования нейронной сети была использована система Matlab и пакет прикладных программ Neural Network Toolbox (NNT). Одной из наиболее распространённых базисных функций является нелинейная функция активации, так называемая логистическая функция, или сигмоид (функция S-образного вида). В пакете NNT по умолчанию используется гладкая непрерывная функция гиперболического котангенса tansig:

$$\sigma(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

Она обладает свойством усиливать слабые сигналы лучше, чем сильные, и предотвращает насыщение от сильных сигналов, так как они соответствуют областям аргументов, где сигмоид имеет пологий наклон.

В качестве обучающего алгоритма был выбран итерационный градиентный алгоритм обратного распространения ошибки, который используется с целью минимизации среднеквадратичного отклонения текущего и желаемого выхода нейронной сети. Для реализации алгоритма обратного распространения ошибки выбрана функция trainbfg, реализующая квазиньютоновский алгоритм обратного распространения ошибки, т.к. используемая по умолчанию функция trainlm реализует метод Левенберга-Марквардта и, хоть и обеспечивает быстрое обучение, требует много ресурсов.

Чтобы нейронная сеть могла аппроксимировать исходную функцию с учётом воздействия шума, выполнялось её обучение как на идеальных, так и на искажённых входных векторах. При таком подходе сначала сеть учится на идеальном векторе, пока не будет обеспечена минимальная среднеквадратичная погрешность. Потом сеть учится на идеальном и искажённом входных векторах, когда на входы сети подаются как оба вектора, а на выходе целевыми являются два идеальных вектора.

Для того, чтобы гарантировать правильность аппроксимации идеальных векторов, нейронную сеть, обученную в присутствии искажённого вектора, обучают ещё раз без шума. Результаты тестирования показали, что нейронная сеть, обученная при наличии шума, способна обеспечить высокую степень аппроксимации функции, как и нейронная сеть, обученная при отсутствии шума.

Чтобы сравнить эффективность аппроксимации функций нейронными сетями в условиях зашумления исходных данных с традиционными методами, была выполнена аппроксимация функции полиномами по методу наименьших квадратов, представленная в системе Matlab функцией polyfit. Сравнение результатов аппроксимации обоими методами производилось по оценке среднеквадратичной погрешности результатов:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2}, \text{ где } y_i - \text{ожидаемое значение, } \bar{y}_i - \text{аппроксимированное значение.}$$

При наличии шума аппроксимация функции методом наименьших квадратов имела неустойчивый характер, однако и при лучших значениях среднеквадратичная погрешность результатов на порядок превышала таковую у результатов нейронной сети. Таким образом, была исследована и подтверждена эффективность использования нейронных сетей при аппроксимации функций в ситуациях, когда имеет место наличие шума во входных данных.

Список использованных источников:

1. Хайкин С. Нейронные сети. Полный курс. – М.: Санкт-Петербург. Киев, 2006г. – 1104с.
2. Калацкая Л.В., Новиков В.А., Садков В.С. Организация и обучение искусственных нейронных сетей. - Мн.: БГУ, 2003г. – 75с.
3. Медведев В.С., Потёмкин В.Г. Нейронные сети. Matlab 6. – М.: Диалог – МИФИ, 2002г. – 344с.