

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники»

Кафедра сетей и устройств телекоммуникаций

***ИССЛЕДОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
ОДНОЗВЕННЫХ КОММУТАЦИОННЫХ БЛОКОВ***

Методические указания
к лабораторной работе
по курсу
«Основы теории телетрафика, сетей и систем телекоммуникаций»
для студентов специальностей
I-45 01 03 «Сети телекоммуникаций»,
I-45 01 05 «Системы распределения мультимедийной информации»
всех форм обучения

Минск 2007

УДК 621.395 (075.8)
ББК 32.881 я 73
И 85

С о с т а в и т е л и :
В. А. Аксенов, В. Ю. Цветков, М. И. Чаклова

И 85 **Исследование** вероятностных характеристик однозвенных коммутационных блоков: метод. указания к лаб. работе по курсу «Основы теории телетрафика, сетей и систем телекоммуникаций» для студ. спец. I-45 01 03 «Сети телекоммуникаций», I-45 01 05 «Системы распределения мультимедийной информации» всех форм обуч. / сост. В. А. Аксенов, В. Ю. Цветков, М. И. Чаклова. – Минск : БГУИР, 2007. – 32 с. : ил.

В методических указаниях к лабораторной работе рассмотрены принципы расчета вероятностных характеристик однозвенных коммутаторов на основе трех распределений: Эрланга, Энгсета и биномиального.

Данные методические указания предназначены для студентов специальностей «Сети телекоммуникаций» и «Системы распределения мультимедийной информации». Могут быть использованы при курсовом и дипломном проектировании.

УДК 621.395 (075.8)
ББК 32.881 я 73

© Аксенов В. А., Цветков В. Ю., Чаклова М. И.,
составление, 2007

© УО «Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники», 2007

Содержание

Введение	4
1. Вероятностные характеристики коммутаторов	5
1.1. Общая модель коммутатора	5
1.2. Распределение Энгсета	6
1.3. Распределение Эрланга	8
1.4. Биномиальное распределение	11
1.5. Основные аспекты использования распределений для расчета вероятностных характеристик коммутаторов	12
1.6. Пропускная способность и среднее число соединений в однозвенном коммутаторе	14
2. Лабораторная работа	
2.1. Цель работы	16
2.2. Описание лабораторной работы	16
2.3. Предварительное задание к лабораторной работе	17
2.4. Порядок выполнения лабораторной работы и методические указания ...	17
2.5. Контрольные вопросы	19
Литература	20
Приложение 1. Листинг программы исследования зависимостей вероятности потерь вызовов, производительности и среднего числа соединений в коммутаторе от интенсивности поступления нагрузки	21
Приложение 2. Листинг программы исследования зависимостей вероятности потерь вызовов, производительности и среднего числа соединений в коммутаторе от интенсивности уходов нагрузки	24
Приложение 3. Листинг программы исследования зависимостей вероятности потерь вызовов, производительности и среднего числа соединений в коммутаторе от значения нормированной интенсивности поступления нагрузки	27
Приложение 4. Листинг программы исследования зависимостей вероятности потерь вызовов, производительности и среднего числа соединений в коммутаторе от соотношения между числом входов и выходов	30

Введение

Цифровые системы коммутации наряду с цифровыми системами передачи являются важнейшими элементами современных сетей телекоммуникаций.

В зависимости от способа коммутации различают цифровые системы коммутации каналов, пакетов и сообщений. Несмотря на существенные различия данных технологий распределения информации, коммутационные системы, их реализующие, имеют много общего в принципах построения и функционирования.

Основу коммутационных систем любой сложности составляют однозвенные коммутаторы – устройства распределения информации без внутренних блокировок. На основе однозвенных коммутаторов строятся многозвенные коммутаторы. Однозвенные коммутаторы, как и коммутационные системы в целом, могут быть полнодоступные или неполнодоступные. В полнодоступных коммутаторах информация с любого входа может быть передана на любой выход. При числе входов, превышающем число выходов, однозвенные полнодоступные коммутаторы выполняют функции концентрации нагрузки. Для таких коммутаторов возможность передачи информации со входа на выход носит вероятностный характер в условиях вероятностного характера поступающего потока нагрузки.

Основной вероятностной характеристикой коммутатора является вероятность блокировки – вероятность отсутствия возможности передачи информации со входа на выход. Для однозвенных полнодоступных коммутаторов в режиме концентрации нагрузки состояние блокировки наступает при занятии числа входов, превышающего число выходов. Знание вероятности блокировки позволяет определить другие вероятностные характеристики коммутаторов – производительность и среднее число соединений в коммутационной системе.

Важную роль в определении вероятностных характеристик коммутаторов играют три распределения: Эрланга, Энгсета и биномиальное. Общим является распределение Энгсета, поскольку из него могут быть получены остальные два. Ввиду значительной вычислительной сложности распределение Энгсета имеет существенные ограничения в применении. Поэтому целесообразно по возможности использовать два других распределения. Условия использования данных распределений для расчета вероятностей блокировок определяются соотношением между числом входов и выходов коммутатора.

Следует отметить, что распределения Эрланга, Энгсета и биномиальное могут использоваться для расчета вероятностных характеристик коммутационных систем с любым числом звеньев (каскадов), однако значительная вычислительная сложность ограничивает область использования данных распределений однозвенными коммутаторами. Это обусловлено тем, что полнодоступные однозвенные коммутаторы имеют сравнительно небольшую емкость.

1. Вероятностные характеристики коммутаторов

1.1. Общая модель коммутатора

Общая модель коммутатора (коммутационной системы или узла коммутации) имеет M входящих и N исходящих линий (каналов или портов), которые могут быть сгруппированы в отдельные пучки по направлениям к другим коммутаторам (коммутационным системам или узлам коммутации) (рис. 1.1).

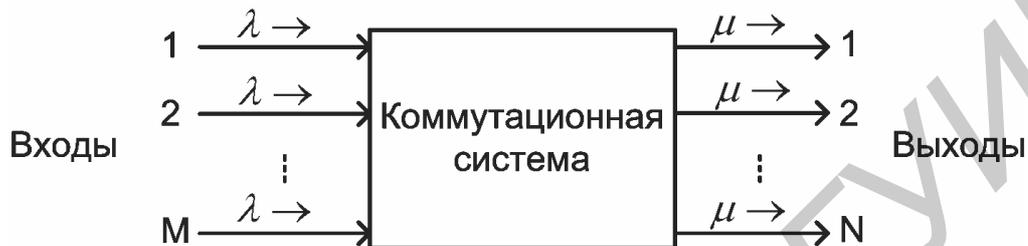


Рис. 1.1. Модель коммутатора

Под терминами «система коммутации» и «коммутатор» здесь и далее имеются в виду коммутационная станция, узел коммутации, а также отдельные элементы коммутации узла (элементарные коммутаторы), через которые вызовы направляются из одного пучка абонентских или соединительных линий в другой. Основным элементом коммутационной системы является однозвенный коммутатор, не имеющий внутренних блокировок и обеспечивающий передачу информации с любого из M входов на один из N выходов, номер которого задается через управляющие входы.

Важнейшей характеристикой коммутаторов, определяющей пропускную способность и качество обслуживания вызовов (заявок на установление соединения) или, в общем случае, поступлений (заявок на передачу информации), является вероятность блокировки, которая зависит от интенсивности поступающей нагрузки, продолжительности занятия исходящих линий, а также конструктивных параметров коммутаторов, определяющих соотношение между числом входов и числом выходов. На уровне общей модели коммутатора имеет смысл пренебречь перегрузками и внутренними блокировками, фактически существующими в любой системе коммутации и являющимися причинами потерь вызовов. В таком случае коммутатор, представленный на рис. 1.1, следует считать блокирующим, если выполняется условие $M > N$. Исследование вероятностных характеристик имеет смысл для блокирующих коммутаторов, а также для коммутаторов с числом входов, равным числу выходов. Случай $M=N$ заслуживает особого внимания, поскольку коммутатор в этом случае, являясь сам по себе не блокирующим в силу выполнения данного равенства, может быть причиной блокировки коммутационной системы, составной частью которой он является.

1.2. Распределение Энгсета

В модели коммутатора (см. рис. 1.1) каждый из M входов (источников) либо свободен в течение промежутка времени, распределенного по показательному закону со средним значением $1/I$, либо генерирует вызов, требующий обслуживания в течение случайного промежутка времени, распределенного по показательному закону со средним значением $1/m$. Каждый вход при поступлении вызова занимает одну из исходящих соединительных линий. Если все N соединительных линий заняты, вызов сбрасывается или блокируется. Коммутационная система (см. рис. 1.1) при наличии в ней n соединений статистически ведет себя как процесс размножения и гибели с интенсивностью поступлений I_n и уходов m_n . Состояние системы на рис. 1.1 может быть обозначено n . В этом случае задаются две переменные, зависящие от состояния:

$$I_n = (M - n) \cdot I, \quad \begin{cases} 0 \leq n \leq N, \\ N \leq M, \end{cases} \quad (1.1)$$

$$m_n = n \cdot m, \quad 1 \leq n \leq N. \quad (1.2)$$

Процесс размножения и гибели иллюстрируется на рис. 1.2. Уравнение равновесия для этого процесса (система М/М/1) задается в виде

$$I_n \cdot p_n = m_{n+1} \cdot p_{n+1}, \quad n \geq 0, \quad (1.3)$$

где p_n – вероятность наличия в модели рис. 1.1 n соединений.



Рис. 1.2. Модель процесса размножения и гибели; распределение Энгсета; установлено n соединений

В результате итеративного решения уравнения (1.3), подстановки вместо I_k и m_k соответственно (1.1) и (1.2) и упрощений может быть получено следующее выражение для p_n [1, 2]:

$$\frac{p_n}{p_0} = \frac{\prod_{k=0}^{n-1} I_k}{\prod_{k=1}^n m_k} = \left(\frac{I}{m}\right)^n \cdot \binom{M}{n}, \quad (1.4)$$

где $\binom{M}{n} = \frac{M!}{(M-n)! \cdot n!}$ – число сочетаний из M элементов по n .

С учетом нормирующего условия $\sum_{i=0}^n p_i = 1$ для неизвестной вероятности p_0 из (1.4) может быть получено распределение Энгсета для вероятности p_n наличия n соединений:

$$p_n = \frac{\left(\frac{1}{m}\right)^n \cdot \binom{M}{n}}{\sum_{n=0}^N \left(\left(\frac{1}{m}\right)^n \cdot \binom{M}{n}\right)}, \quad 0 \leq n \leq N. \quad (1.5)$$

Принимая в качестве вероятности блокировки P_B вероятность того, что система полностью занята (число входящих линий M должно быть больше числа исходящих линий N), получим

$$P_B = \frac{\left(\frac{1}{m}\right)^N \cdot \binom{M}{N}}{\sum_{n=0}^N \left(\left(\frac{1}{m}\right)^n \cdot \binom{M}{n}\right)}. \quad (1.6)$$

Эта характеристика называется также потерями по времени, в отличие от другой характеристики, называемой потерями по вызовам, которая равна вероятности того, что вызов будет потерян. Для процессов размножения и гибели, в которых интенсивность поступлений зависит от состояния системы (примером такой системы является рис. 1.1), эти две меры потерь не обязательно совпадают, хотя и различие между ними небольшое. Если интенсивность поступлений не зависит от состояния системы (например, при распределении Эрланга, связанного с пуассоновским входящим потоком), эти две меры идентичны.

Две указанные меры различаются следующим образом. В системе с N ресурсами (в данном случае N каналами или соединительными линиями) может быть измерена доля времени в заданном интервале наблюдения, в течение которой все ресурсы заняты или находятся в состоянии использования. Например, это может быть число минут (или секунд) в данном часе, когда заняты все линии. Эта доля дает оценку вероятности того, что все N ресурсов заняты. В контексте рассматриваемого примера эта вероятность называется вероятностью P_B блокировки системы, или потерями по времени. В качестве другой возможной меры перегрузки может быть подсчитано общее число вызовов, поступающих в течение достаточно длительного промежутка времени, и отмечены те вызовы, которые оказались потерянными из-за нехватки ресурсов (вызов теряется, если в момент его поступления все N исходящих каналов оказываются занятыми). Отношение числа потерянных вызовов к общему числу вызовов, поступивших в течение времени наблюдения, дает оценку

вероятности потерь по вызовам P_L . Например, при 100 потерянных вызовах из 10000 поступивших имеет место $P_L = 0,01$.

Вероятности потерь по времени P_B и по вызовам P_L связаны следующим образом [1, 2]. Пусть $p_N(a)$ – условная вероятность того, что вызов поступает, когда система заблокирована (т.е. все N каналов заняты). Пусть $p(a)$ – безусловная вероятность поступления вызова. Вероятность поступления вызова $p(a)$, помноженная на вероятность P_L того, что поступающий вызов застаёт систему в заблокированном состоянии, должна быть равна вероятности P_B того, что система заблокирована, помноженной на вероятность $p_N(a)$ того, что вызов поступает, когда система заблокирована:

$$P_L \cdot p(a) = P_B \cdot p_N(a). \quad (1.7)$$

Из (1.7) следует:

$$P_L = \frac{p_N(a)}{p(a)} \cdot P_B. \quad (1.8)$$

Если условная вероятность $p_N(a)$ не зависит от блокирующего состояния системы, т.е. если $p_N(a) = p(a)$, то вероятности P_B и P_L совпадают.

Пример. В случае блокировки системы коммутации (см. рис. 1.2) условная вероятность поступления вызова $p_N(a)$ должна быть пропорциональна $I_N \cdot \Delta t$, где I_N – интенсивность поступления вызовов в систему в состоянии блокировки ($n = N$) в соответствии с выражением (1.1). Аналогично безусловная вероятность вызова $p(a)$ должна быть пропорциональна величине $I_T \cdot \Delta t$, где I_T – интенсивность вызовов, усредненная по всем состояниям:

$$I_T = \sum_{n=0}^N I_n \cdot p_n. \quad (1.9)$$

Тогда на основании равенства (1.8)

$$P_L = \frac{I_N}{I_T} \cdot P_B \leq P_B, \quad (1.10)$$

поскольку в соответствии с (1.9) $I_N < I_T$.

1.3. Распределение Эрланга

Равенства (1.1), (1.6), (1.5) и (1.9) позволяют получить потери по вызовам P_L [2]:

$$P_L = \frac{\binom{M-1}{N} \left(\frac{I}{m}\right)^N}{\sum_{n=0}^N \left(\binom{M-1}{n} \left(\frac{I}{m}\right)^n\right)}. \quad (1.11)$$

Сравнивая равенства (1.6) и (1.11), можно заметить, что эти два выражения очень похожи. Они связаны тождеством

$$P_L(M) = P_B(M - 1). \quad (1.12)$$

В частности, при $M \rightarrow \infty$ (т.е. $M \gg 1$) имеет место $P_L \rightarrow P_B$. Это дает вероятность блокировки согласно 2-й формуле Эрланга. Распределение Эрланга и вытекающая из него 2-я формула Эрланга получаются в качестве решения уравнений равновесия вероятностей состояний для системы обслуживания типа M/M/N без мест для ожидания [1], которая моделируется процессами размножения и гибели с интенсивностью размножения $I_n = I$, не зависящей от состояния, и $m_n = n \cdot m$, $1 \leq n \leq N$. Это частный случай модели (см. рис. 1.1), в которой интенсивность поступлений $I_n = I = const$ не зависит от состояния и соответствует пуассоновскому входящему потоку. Данная модель схематически показана на рис. 1.3 и имеет место, когда число входов, или источников M значительно больше, чем число выходов N . Для данной модели на основании (1.1) величина I_n должна быть близка к постоянной величине $M \cdot I$, не зависящей от состояния n . Причина этого очевидна: при очень большом числе входов тот факт, что небольшое их число (не больше N) активно, заметно не меняет общую вероятность поступлений.



Рис. 1.3. Модель процесса размножения и гибели; распределение Эрланга

Исходя из предположения $M \rightarrow \infty$, $I \rightarrow 0$ для модели Энгсета (см. рис. 1.2) величина $M \cdot I = I' = const$. Это приводит к пуассоновскому входящему потоку. Применяя в этом случае уравнение равновесия, можно показать [2], что

$$p_n = \frac{A^n}{\sum_{n=0}^N \frac{A^n}{n!}}, \quad A \equiv \frac{I'}{m}. \quad (1.13)$$

Равенство (1.13) представляет распределение Эрланга. В дальнейшем символ «штрих» переменной I' будет опущен для обозначения полной интенсивности поступающего пуассоновского потока на исходящий пучок системы коммутации типа (см. рис. 1.1). Это обозначение использовано на рис. 1.3. В рассматриваемом случае при пуассоновском потоке, не зависящем от состояния системы, две меры потерь P_B и P_L идентичны, что следует из равенства (1.10) при $I_N = I_T = I$ или равенства (1.12) при $M \rightarrow \infty$. В

соответствии с равенством (1.13) вероятность блокировки описывается 2-й формулой Эрланга:

$$P_B = p_N = \frac{\frac{A^N}{N!}}{\sum_{n=0}^N \frac{A^n}{n!}}, \quad A \equiv \frac{I}{m}. \quad (1.14)$$

Это выражение широко используется в расчетах, поэтому функция $P_B(N, I, m)$ табулирована.

Пример. Пусть $A = 12$ Эрл. Это соответствует нагрузке телефонной станции малой емкости с интенсивностью поступления вызовов $I = 4$ вызова/мин и средней продолжительностью занятия $1/m = 3$ мин. Такая нагрузка может соответствовать также системе коммутации каналов передачи данных при средней длительности сообщения $1/m = 10$ с и интенсивности поступлений для передачи по одному из исходящих каналов $I = 1.2$ сообщения/с. Для согласования пропускной способности пучка соединительных линий с такой нагрузкой фактическое число каналов должно быть больше, чем нагрузка в эрлангах. Следует учитывать, что коэффициент использования канала A/N должен быть меньше 1 во избежание перегрузки (табл. 1.1). Из табл. 1.1 видно, что если число N становится меньше A (или отношение A/N превышает единицу), то вероятность блокировки быстро растет.

Таблица 1.1

$P_B, \%$	N (число линий или каналов в исходящем пучке)	A/N
1	20	0.6
4	17	0.7
8	15	0.8
19	12	1.0
30	7	1.7

При сравнительно небольших значениях A ($5 < A < 50$) полезны некоторые приближения, с помощью которых можно выразить N как линейную функцию A , в частности [2]:

$$P_B = 1\%, \quad N \approx 5.5 + 1.17 \cdot A, \quad 5 < A < 50, \quad (1.15)$$

$$P_B = 0.1\%, \quad N \approx 7.8 + 1.28 \cdot A, \quad 5 < A < 50. \quad (1.16)$$

Большие системы коммутации предназначены для обработки значительно большей нагрузки. Например, цифровая электронная система коммутации ESS-4 (компания AT&T, США) обрабатывает нагрузку до 550000 вызовов/ч [2]. Средняя продолжительность занятия составляет 3 мин, что дает величину нагрузки около 25000 Эрл. Число подключенных каналов составляет 107520. Разделив его на два, поскольку для каждого соединения должно быть выделено два канала (или два канальных интервала), видно, что это число более чем

вдвое превышает нагрузку в эрлангах. Если продолжительность разговора принять равной 4 мин, нагрузка возрастет до 33 000 Эрл.

Замечание. Термин «эрланг» применяется также к вероятности занятия линии или канала. Умножая эту вероятность на число линий или каналов, получим другую меру Эрланга, с помощью которой оцениваются коммутационные системы. Например, кроме расчетной нагрузки в 550000 вызовов/ч, нагрузка системы ESS-4 оценивается в 47000 Эрл. Эта вторая характеристика, деленная на число каналов, дает значение вероятности занятия канала. На практике применяются обе меры эрланга, что может привести к недоразумениям. Фактически речь идет о двух толкованиях понятия обслуженной телефонной нагрузки, одно из которых основано на учете суммарного времени всех занятий, а другое – на учете среднего числа одновременно занятых каналов. Целесообразно, где возможно, пользоваться вместо эрланга термином «вероятность занятия линии» и ограничиться применением термина «эрланг» для измерения поступающей нагрузки в числе вызовов за единицу времени, умноженной на время занятия. Тем не менее в ряде случаев, например при описании системы ESS-4, термин «эрланг» применяется во втором значении. Для характеристики нагрузки сети иногда вместо эрланга применяют единицу, равную 100 секундо-занятиям в час (в англоязычной литературе для нее применяется сокращенное обозначение CCS). Одна такая единица соответствует нагрузке, создаваемой в течение часа одним соединением продолжительностью 100 с. Простой расчет показывает, что 1 эрланг равен 36 таким единицам (1 эрланг = 36 CCS), 12 эрлангам соответствуют 432 100-секундных занятий в час ($12 \cdot 36 = 432 \text{ CCS}$).

1.4. Биномиальное распределение

При равенстве числа входов M на рис. 1.3 числу выходов N из распределения Энгсета (1.5) следует другой частный случай. В этом случае, очевидно, блокировка не возникает, поскольку каждый поступающий вызов находит доступный выход. На основании равенства (1.5) вероятность того, что в системе установлены n соединений, равна

$$p_n = \frac{\left(\frac{1}{m}\right)^n \cdot \binom{N}{n}}{\sum_{n=0}^N \left(\left(\frac{1}{m}\right)^n \cdot \binom{N}{n}\right)}. \quad (1.17)$$

Знаменатель этого выражения является разложением бинома $(1 + 1/m)^N$. Заменив знаменатель приведенным выражением и проведя упрощения, а также обозначив параметр $(1 + 1/m)$ через a , можно найти другую форму записи вероятности состояния p_n :

$$p_n = \binom{N}{n} \cdot a^n \cdot (1-a)^{N-n}, \quad a = \frac{l}{l+m}. \quad (1.18)$$

Выражение (1.18) определяет биномиальное распределение.

Биномиальному распределению, которое возникает в частном случае в модели рис. 1.1 при $N=M$, может быть дана следующая физическая интерпретация. Рассмотрим один из N выходов (каналов или соединительных линий). Он может быть либо занят, либо свободен. Если имеются N источников и N выходов, как в рассматриваемом случае, за каждым источником может быть закреплен свой канал. Тогда канал может рассматриваться как система с двумя состояниями, показанная на рис. 1.4. С пуассоновской интенсивностью l канал переходит из свободного состояния в занятое (т.е. на вход, за которым закреплен этот канал, поступает вызов). С пуассоновской интенсивностью m канал переходит из занятого состояния в свободное (соединение завершается).

Для этой изолированной системы с двумя состояниями вероятность ее занятости равна $a = l/(l+m)$, а вероятность свободного состояния $1-a = m/(l+m)$. При наличии N таких систем вероятность занятости n из них в точности описывается биномиальным распределением (1.18). Параметр $a = l/(l+m) = r/(1-r)$, $r = l/m$, т.е. вероятность занятия канала, является величиной, упоминавшейся выше при обсуждении второй меры Эрланга. Так, в системе коммутации с вероятностью $a = 0.7$ того, что линия (или канал) занята, ее удельная нагрузка на линию составляет 0.7 Эрл. При 10000 линий вторая мера Эрланга составляет 7000 Эрл. Для исключения недоразумений целесообразно считать параметр $r = l/m$ эрланговской мерой (в эрлангах на линию), а для параметра $a = r/(1-r)$ использовать второе толкование Эрланга. Таким образом, $a = 0.7$ соответствует $r = a/(1-a) = 2.3$ Эрл/линию. С помощью этих простых соотношений можно перейти от одного определения к другому.

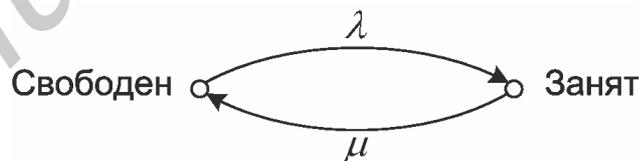


Рис. 1.4. Два состояния одного из исходящих каналов при $N=M$

1.5. Основные аспекты использования распределений для расчета вероятностных характеристик коммутаторов

На модели коммутатора (см. рис. 1.1) может быть рассмотрен ряд интересных примеров, часто возникающих в системах с коммутацией каналов. В случае концентрации нагрузки, когда $M > N$, вероятности состояний, по которым может быть найдена интересная для практики статистика, определяются с помощью распределения Энгсета (1.5). Если $M=N$, получается частный случай биномиального распределения (1.18), когда $n=N$. В другом крайнем случае, если $M \gg N$, поступления вызовов на выходы коммутатора (см. рис. 1.2)

описываются пуассоновским распределением, как показано на рис. 1.4, и получается распределение Эрланга (1.13).

Рассмотренные примеры справедливы для общей модели системы коммутации (см. рис. 1.1), если пренебречь внутренними блокировками. Данная модель полезна для описания разнообразных процессов, возникающих в системах коммутации каналов. Она может быть использована, например, для непосредственного моделирования процесса концентрации. В коммутационных системах с входящими вызовами (местными или транзитными, т.е. поступающими от других станций или узлов сети), которые коммутируются на соответствующий пучок исходящих каналов, вероятность состояния каждого исходящего пучка описывается распределением Энгсета (или одним из производных этого распределения), если пренебречь внутренними блокировками в системе коммутации и считать, что поступающие на исходящий пучок вызовы сохраняют пуассоновское распределение.

На рис. 1.5 показан пример, в котором вызовы, поступающие по входящим линиям и/или каналам, направляются коммутационной системой на один из двух исходящих пучков. Если эффективная эрланговская нагрузка на каждый исходящий пучок составляет соответственно A_1 и A_2 , и вызовы на каждый из моделируемых пучков образуют пуассоновские потоки, то к каждому пучку применимо распределение Эрланга (1.13).



Рис. 1.5. Простая модель коммутационной станции

В частности, равенство (1.14) описывает вероятность блокировки каждого пучка. С другой стороны, если для каждого пучка задана вероятность блокировки и известны соответствующие нагрузки A_1 и A_2 , могут быть найдены емкости пучков N_1 и N_2 . В свою очередь, вероятности блокировки в пучках могут быть использованы в расчетах вероятностей блокировки из конца в конец по всему маршруту в сети. Более реальная ситуация может возникнуть, когда ряд линий обслуживает как входящую, так и исходящую нагрузку, причем некоторые входящие вызовы могут направляться обратно по одной из линий того же самого пучка. Примером может быть процесс установления соединения между двумя абонентами, включенными в одну телефонную станцию. Могут быть отмечены и более сложные случаи обработки вызовов.

1.6. Пропускная способность и среднее число соединений в однозвенном коммутаторе

На рис. 1.6 представлена модель коммутационной системы типа $M/M/N$ без мест для ожидания. Это частный случай системы обслуживания $M/M/\infty$ с конечным числом обслуживающих линий и без мест для ожидания, в которой предполагается показательное время обслуживания, поступления клиентов описываются пуассоновским входящим потоком с интенсивностью I , $I_n = I$, $m_n = n \cdot m$, $1 \leq n \leq N$ и клиенты всегда находят доступную обслуживающую линию, пока не будет занято максимальное число линий $n = N$. В последнем случае поступающие клиенты блокируются. Эта модель используется также в качестве базовой для расчета телефонных станций. Поскольку в системе рис. 1.6 ожидание не предусматривается (мест для ожидания нет), ее называют системой с явными потерями.

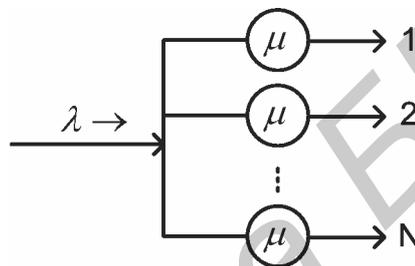


Рис. 1.6. Система обслуживания $M/M/N$ без мест для ожидания

Вероятность блокировки P_B является важнейшей характеристикой телефонных систем коммутации, а также коммутаторов пакетов. С учетом того, что $I_n = I$, $m_n = n \cdot m$ и $\sum_{n=0}^N p_n = 1$, вероятность занятия n каналов на выходе коммутатора определяется согласно выражению

$$p_n = \frac{r^n / n!}{\sum_{l=0}^N r^l / l!}, \quad r = \frac{I}{m}. \quad (1.19)$$

В частном случае при $n = N$ (при возникновении блокировки) вероятность блокировки P_B находится в виде

$$P_B = \frac{r^N / N!}{\sum_{l=0}^N r^l / l!}, \quad r = \frac{I}{m}. \quad (1.20)$$

Выражение (1.20) называется формулой Эрланга в честь датского математика и инженера А. К. Эрланга, который первым исследовал в начале XX столетия характеристики нагрузки телефонных систем на основе статистического подхода. Выражение (1.20) называется также распределением

Эрланга первого рода, или формулой потерь Эрланга и является вариантом записи 2-й формулы Эрланга (1.14), в которой вместо r для обозначения общей нормированной интенсивности нагрузки I/m , измеряемой в эрлангах, используется символ A .

Исходя из вероятности блокировки P_B , могут быть определены производительность и среднее число соединений в системе коммутации.

На рис. 1.7 представлена модель системы коммутации с поступающей нагрузкой I , определяемой как среднее число поступлений в секунду. При вероятности блокировки P_B обслуженная нагрузка (прошедшая на выход коммутатора) равна пропускной способности g (производительности) коммутационной системы – числу клиентов, обслуживаемых за секунду, или числу вызовов, принятых системой в единицу времени, и, следовательно, оказавшихся на ее выходе:

$$g = I \cdot (1 - P_B). \quad (1.21)$$

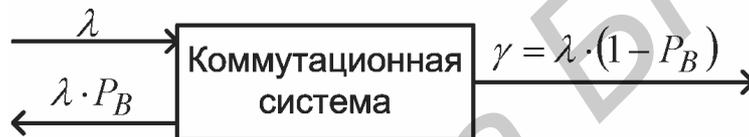


Рис. 1.7. Соотношение между производительностью и нагрузкой

Среднее число соединений $E(n)$ в системе коммутации определяется на основании выражения

$$E(n) = r \cdot (1 - P_B), \quad r = \frac{I}{m}. \quad (1.22)$$

При возрастании интенсивности r вероятность блокировки $P_B \rightarrow 1$ и $E(n) \rightarrow N$.

Усредняя число соединений по зависящим от состояний интенсивностям обслуживания на выходе системы и используя определения $m_n = n \cdot m$ и $E(n)$, можно переопределить производительность g следующим образом:

$$g = \sum_{n=0}^N m_n \cdot p_n = m \cdot E(n). \quad (1.23)$$

По мере того как нагрузка растет, производительность приближается к ее максимальному значению $N \cdot m$. Это соответствует случаю $r = I/m \rightarrow 1$, при котором большая часть поступающих вызовов блокируется, и, таким образом, $P_B \rightarrow 1$. Средняя задержка вызовов, принятых системой, равна $1/m$, т.е. времени обслуживания (в телефонии это время называется продолжительностью занятия).

2. Лабораторная работа

2.1. Цель работы

Изучить принципы построения и функционирования, а также вероятностные характеристики однозвенных коммутаторов.

2.2. Описание лабораторной работы

Лабораторная работа разработана в математическом пакете MathCad 2000 и представляет собой четыре программные модели, позволяющие исследовать вероятностные характеристики однозвенных коммутаторов в следующих условиях:

- исследование зависимостей вероятности потерь вызовов $P_B(I, m, M, N)$, производительности $g(I, m, M, N)$ и среднего числа соединений $E(I, m, M, N)$ в коммутаторе от интенсивности поступления нагрузки I при постоянных значениях интенсивности уходов m , числа входов M и числа выходов N ;

- исследование зависимостей вероятности потерь вызовов $P_B(I, m, M, N)$, производительности $g(I, m, M, N)$ и среднего числа соединений $E(I, m, M, N)$ в коммутаторе от интенсивности уходов m при постоянных значениях интенсивности поступления I , числа входов M и числа выходов N ;

- исследование зависимостей вероятности потерь вызовов $P_B(r, M, N)$, производительности $g(r, M, N)$ и среднего числа соединений $E(r, M, N)$ в коммутаторе от соотношения $r = I/m$ при постоянных значениях числа входов M и числа выходов N ;

- исследование зависимостей вероятности потерь вызовов $P_B(r, k)$, производительности $g(r, k)$ и среднего числа соединений $E(r, k)$ в коммутаторе от соотношения $k = N/M$ при постоянном значении $r = I/m$.

Каждая из программных моделей оформлена в виде отдельного mcd-файла, включающего следующие основные части:

- раздел описания переменных;
- реализацию функции, представляющей программную модель коммутатора (приложения 1–4);
- раздел инициализации переменных (аргументов функции);
- блок вычислений, состоящий из вызова функции, преобразования значений функции и представления полученных результатов моделирования в виде таблиц и графиков.

Программные модели построены на основе трех основных соотношений:

- формулы Эрланга;
- формулы Энгсета;
- формулы биномиального закона распределения.

Вне зависимости от условий (значения отношения M/N) результаты моделирования формируются для всех трех приведенных формул. Основной

задачей при выполнении лабораторной работы является корректный выбор базовой формулы для построения программной модели коммутатора в конкретных условиях.

2.3. Предварительное задание к лабораторной работе

2.3.1. Изучить математические модели и принципы расчета вероятностных характеристик однозвенных коммутаторов (см. разд. 1).

2.3.2. Изучить принципы построения программных моделей однозвенных коммутаторов по листингам программ, приведенным в прил. 1–4. Каждая программная модель реализует вычисление вероятностных характеристик однозвенного коммутатора по трем формулам – Эрланга, Энгсета и биномиального распределения и состоит из трех соответствующих частей.

2.3.3. Составить блок схемы алгоритмов расчета вероятностных характеристик однозвенного коммутатора по формулам Эрланга, Энгсета и биномиального распределения для программной модели, представленной в прил. 1. Определить соответствующие части в программных моделях, представленных в прил. 2–4. Сделать вывод об очередности выполнения вычислений по формулам Эрланга, Энгсета и биномиального распределения в программных моделях (прил. 1–4) и индексах переменных, представляющих результаты моделирования. Вывод необходим для правильной интерпретации результатов моделирования в процессе выполнения лабораторной работы.

2.4. Порядок выполнения лабораторной работы и методические указания

2.4.1. *Исследование зависимостей вероятности потерь вызовов, производительности и среднего числа соединений в коммутаторе от интенсивности поступления нагрузки*

2.4.1.1. Запустить программу 1-1.mcd.

2.4.1.2. Определить значения переменных, воспользовавшись следующими рекомендациями: $I = \overline{0.01, 1}$; шаг $\Delta I = \overline{0.05, 0.3}$ изменения значения I ; $m = \overline{0.01, 1}$; $M = \overline{10, 80}$; $N = \overline{1, 80}$.

2.4.1.3. Используя результаты выполнения п. 2.3.3 предварительного задания, снять зависимости $P_B(I, m, M, N)$, производительности $g(I, m, M, N)$ и среднего числа соединений $E(I, m, M, N)$ от интенсивности поступления нагрузки I для случаев $M > N$, $M \gg N$, $M = N$ при 2–3 значениях m , выбрав в зависимости от условий одно из распределений (Эрланга, Энгсета или биномиальное).

2.4.1.4. На графиках $P_B(I, m, M, N)$, $g(I, m, M, N)$ и $E(I, m, M, N)$ указать области определения и значений функций.

2.4.1.5. На графиках $P_B(I, m, M, N)$, $g(I, m, M, N)$ и $E(I, m, M, N)$ указать стрелками изменения области определения функций при увеличении и

уменьшении значения m , а также изменение характера зависимостей при увеличении и уменьшении значения N .

2.4.2. *Исследование зависимостей вероятности потерь вызовов, производительности и среднего числа соединений в коммутаторе от интенсивности уходов*

2.4.2.1. Запустить программу 1-2.mcd.

2.4.2.2. Определить значения переменных, воспользовавшись следующими рекомендациями: $m = \overline{0.01, 1}$; шаг $\Delta m = \overline{0.05, 0.3}$ изменения значения m ; $I = \overline{0.01, 1}$; $M = \overline{10, 80}$; $N = \overline{1, 80}$.

2.4.2.3. Используя результаты выполнения п. 2.3.3 предварительного задания, снять зависимости $P_B(I, m, M, N)$, производительности $g(I, m, M, N)$ и среднего числа соединений $E(I, m, M, N)$ от интенсивности уходов m для случаев $M > N$, $M \gg N$, $M = N$ при 2–3 значениях I . выбрав в зависимости от условий одно из распределений (Эрланга, Энгсета или биномиальное).

2.4.2.4. На графиках $P_B(I, m, M, N)$, $g(I, m, M, N)$ и $E(I, m, M, N)$ указать области определения и значений функций.

2.4.2.5. На графиках $P_B(I, m, M, N)$, $g(I, m, M, N)$ и $E(I, m, M, N)$ указать стрелками изменения области определения функций при увеличении и уменьшении значения I , а также изменение характера зависимостей при увеличении и уменьшении значения N .

2.4.3. *Исследование зависимостей вероятности потерь вызовов, производительности и среднего числа соединений в коммутаторе от значения нормированной интенсивности нагрузки*

2.4.3.1. Запустить программу 1-3.mcd.

2.4.3.2. Определить значения переменных, воспользовавшись следующими рекомендациями: $r = \overline{0.01, 1}$; шаг $\Delta r = \overline{0.05, 0.3}$ изменения значения r ; $I = \overline{0.01, 1}$; $M = \overline{10, 80}$; $N = \overline{1, 80}$.

2.4.3.3. Используя результаты выполнения п. 2.3.3 предварительного задания, снять зависимости $P_B(r, M, N)$, $g(r, M, N)$, $E(r, M, N)$ от значения r для случаев $M > N$, $M \gg N$, $M = N$ при 2–3 значениях I . выбрав в зависимости от условий одно из распределений (Эрланга, Энгсета или биномиальное).

2.4.3.4. На графиках $P_B(r, M, N)$, $g(r, M, N)$ и $E(r, M, N)$ указать области определения и значений функций.

2.4.3.5. На графиках $P_B(r, M, N)$, $g(r, M, N)$ и $E(r, M, N)$ указать стрелками изменения области определения функций при увеличении и уменьшении значения I , а также изменение характера зависимостей при увеличении и уменьшении значения N .

2.4.4. *Исследование зависимостей вероятности потерь вызовов, производительности и среднего числа соединений в коммутаторе от соотношения между числом входов и выходов*

2.4.4.1. Запустить программу 1-4.mcd.

2.4.4.2. Определить значения переменных, воспользовавшись следующими рекомендациями: $k = \overline{0.01, 1}$; шаг $\Delta k = \overline{0.05, 0.1}$ изменения значения k ; $r = \overline{0.01, 1}$; $l = \overline{0.01, 1}$; $M = \overline{50, 100}$.

2.4.4.3. Используя результаты выполнения п. 2.3.3 предварительного задания, снять зависимости $P_B(r, k)$, $g(r, k)$, $E(r, k)$ от значения k при 2–3 значениях r .

2.4.4.4. На графиках $P_B(r, k)$, $g(r, k)$, $E(r, k)$ указать стрелками изменение характера зависимостей при увеличении и уменьшении значения m .

2.5. Контрольные вопросы

1. Однозвенный коммутатор. Условие блокировки для однозвенного коммутатора. Структура и способы реализации однозвенного коммутатора.

2. Распределение Энгсета и формула вероятности блокировки коммутатора. Условие использования распределения Энгсета для расчета вероятности блокировки коммутатора.

3. Вероятность потерь по времени и вероятность потерь по вызовам.

4. Распределение Эрланга и формула вероятности блокировки коммутатора. Условие использования распределения Эрланга для расчета вероятности блокировки коммутатора.

5. Термин «эрланг» и варианты его трактовки.

6. Биномиальное распределение и его физический смысл.

7. Особенности моделирования коммутаторов при различных соотношениях числа входов M и выходов N : $M > N$; $M = N$; $M \gg N$.

8. Явные потери и модель системы с явными потерями.

9. Вторая формула Эрланга.

10. Производительность и среднее число соединений в системе коммутации. Соотношение между производительностью и нагрузкой коммутатора.

11. Изменения характера зависимостей вероятности блокировки, производительности и среднего числа соединений в коммутационной системе от интенсивности поступления нагрузки при изменении числа выходов в модели коммутатора.

12. Изменения характера зависимостей вероятности блокировки, производительности и среднего числа соединений в коммутационной системе от интенсивности поступления нагрузки при изменении интенсивности уходов в модели коммутатора.

13. Изменения характера зависимостей вероятности блокировки, производительности и среднего числа соединений в коммутационной системе от нормированной интенсивности поступления нагрузки при изменении числа выходов в модели коммутатора.

14. Изменения характера зависимостей вероятности блокировки, производительности и среднего числа соединений в коммутационной системе от отношения числа выходов к числу входов модели коммутатора при изменении интенсивности поступления нагрузки.

Литература

1. Шварц, М. Сети связи: протоколы, моделирование и анализ : В 2 ч. Ч. 1 / М. Шварц ; пер. с англ. – М. : Наука, 1992. – 336 с.

2. Шварц, М. Сети связи: протоколы, моделирование и анализ : В 2 ч. Ч. 2 / М. Шварц ; пер. с англ. – М. : Наука, 1992. – 272 с.

Листинг программы исследования зависимостей вероятности потерь вызовов, производительности и среднего числа соединений в коммутаторе от интенсивности поступления нагрузки

Описание переменных:

- L – интенсивность потока поступления нагрузки λ (на одном входе коммутатора);
- mu – интенсивность потока ухода нагрузки μ (на одном выходе коммутатора);
- M – число входов коммутатора;
- N – число выходов коммутатора;
- L_start – начальное значение λ ;
- L_stop – конечное значение λ ;
- L_step – шаг изменения λ ;
- P – вероятность потерь вызовов;
- G – производительность коммутатора γ ;
- E – среднее число соединений в коммутаторе.

Текст программы

```
Function(L_start, L_stop, L_step, M, N, mu) =
    X1 ←  $\frac{M!}{N! \cdot (M - N)!}$ 
    k ← 0
    X ← L_start
    while (X < L_stop)
        X2 ←  $\left(\frac{X}{mu}\right)^N$ 
        S ← 0
        Y ← 0
        while (Y ≤ N)
            Y2 ←  $\left(\frac{X}{mu}\right)^Y$ 
            Y1 ←  $\frac{M!}{Y! \cdot (M - Y)!}$ 
            S ← S + Y1 · Y2
            Y ← Y + 1
        P1_k ←  $X1 \cdot X2 / S$ 
```

$$G1_k \leftarrow X \cdot M \cdot (1 - P1_k)$$

$$E1_k \leftarrow \frac{X \cdot M}{mu} \cdot (1 - P1_k)$$

$$XX_k \leftarrow X$$

$$X \leftarrow X + L_step$$

$$k \leftarrow k + 1$$

$$k \leftarrow 0$$

$$X \leftarrow L_start$$

while ($X < L_stop$)

$$X2 \leftarrow \frac{\left(\frac{X \cdot M}{mu}\right)^N}{N!}$$

$$S \leftarrow 0$$

$$Y \leftarrow 0$$

while ($Y < (N + 1)$)

$$Y2 \leftarrow \frac{\left(\frac{X \cdot M}{mu}\right)^Y}{Y!}$$

$$S \leftarrow S + Y2$$

$$Y \leftarrow Y + 1$$

$$P2_k \leftarrow \frac{X2}{S}$$

$$G2_k \leftarrow X \cdot M \cdot (1 - P2_k)$$

$$E2_k \leftarrow \frac{X \cdot M}{mu} \cdot (1 - P2_k)$$

$$X \leftarrow X + L_step$$

$$k \leftarrow k + 1$$

$$X1 \leftarrow \frac{M!}{N! \cdot (M - N)!}$$

```

k ← 0
X ← L_start
while (X < L_stop)
     $X_2 \leftarrow \left( \frac{X}{\mu + X} \right)^N$ 
     $Y_2 \leftarrow \left( 1 - \frac{X}{\mu + X} \right)^{M-N}$ 
     $P_{3_k} \leftarrow X_1 \cdot X_2 \cdot Y_2$ 
     $G_{3_k} \leftarrow X \cdot M \cdot (1 - P_{3_k})$ 
     $E_{3_k} \leftarrow \frac{X \cdot M}{\mu} \cdot (1 - P_{3_k})$ 
    X ← X + L_step
    k ← k + 1

R1 ← P1
R2 ← XX
R3 ← P2
R4 ← P3
R5 ← G1
R6 ← G2
R7 ← G3
R8 ← E1
R9 ← E2
R10 ← E3
return R

```

Листинг программы исследования зависимостей вероятности потерь вызовов, производительности и среднего числа соединений в коммутаторе от интенсивности уходов нагрузки

Описание переменных:

L – интенсивность потока поступления нагрузки λ (на одном входе коммутатора);
 mu – интенсивность потока ухода нагрузки μ (на одном выходе коммутатора);
 M – число входов коммутатора;
 N – число выходов коммутатора;
 mu_start – начальное значение μ ;
 mu_stop – конечное значение μ ;
 mu_step – шаг изменения μ ;
 P – вероятность потерь вызовов;
 G – производительность коммутатора γ ;
 E – среднее число соединений в коммутаторе.

Текст программы

Function(mu_start, mu_stop, mu_step, M, N, L) =

$X1 \leftarrow \frac{M!}{N! \cdot (M - N)!}$									
$k \leftarrow 0$									
$X \leftarrow mu_start$									
<i>while</i> ($X < mu_stop$)									
<table style="border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">$X2 \leftarrow \left(\frac{L}{X}\right)^N$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">$S \leftarrow 0$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">$Y \leftarrow 0$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;"><i>while</i> ($Y \leq N$)</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;"> <table style="border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">$Y2 \leftarrow \left(\frac{L}{X}\right)^Y$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">$Y1 \leftarrow \frac{M!}{Y! \cdot (M - Y)!}$</td> </tr> </table> </td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">$S \leftarrow S + Y1 \cdot Y2$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">$Y \leftarrow Y + 1$</td> </tr> </table>	$X2 \leftarrow \left(\frac{L}{X}\right)^N$	$S \leftarrow 0$	$Y \leftarrow 0$	<i>while</i> ($Y \leq N$)	<table style="border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">$Y2 \leftarrow \left(\frac{L}{X}\right)^Y$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">$Y1 \leftarrow \frac{M!}{Y! \cdot (M - Y)!}$</td> </tr> </table>	$Y2 \leftarrow \left(\frac{L}{X}\right)^Y$	$Y1 \leftarrow \frac{M!}{Y! \cdot (M - Y)!}$	$S \leftarrow S + Y1 \cdot Y2$	$Y \leftarrow Y + 1$
$X2 \leftarrow \left(\frac{L}{X}\right)^N$									
$S \leftarrow 0$									
$Y \leftarrow 0$									
<i>while</i> ($Y \leq N$)									
<table style="border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">$Y2 \leftarrow \left(\frac{L}{X}\right)^Y$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">$Y1 \leftarrow \frac{M!}{Y! \cdot (M - Y)!}$</td> </tr> </table>	$Y2 \leftarrow \left(\frac{L}{X}\right)^Y$	$Y1 \leftarrow \frac{M!}{Y! \cdot (M - Y)!}$							
$Y2 \leftarrow \left(\frac{L}{X}\right)^Y$									
$Y1 \leftarrow \frac{M!}{Y! \cdot (M - Y)!}$									
$S \leftarrow S + Y1 \cdot Y2$									
$Y \leftarrow Y + 1$									
$P1_k \leftarrow X1 \cdot X2 / S$									

$$G1_k \leftarrow L \cdot M \cdot (1 - P1_k)$$

$$E1_k \leftarrow \frac{L \cdot M}{X} \cdot (1 - P1_k)$$

$$XX_k \leftarrow X$$

$$X \leftarrow X + mu_step$$

$$k \leftarrow k + 1$$

$$k \leftarrow 0$$

$$X \leftarrow mu_start$$

while ($X < mu_stop$)

$$X2 \leftarrow \frac{\left(\frac{L \cdot M}{X}\right)^N}{N!}$$

$$S \leftarrow 0$$

$$Y \leftarrow 0$$

while ($Y < (N + 1)$)

$$Y2 \leftarrow \frac{\left(\frac{L \cdot M}{X}\right)^Y}{Y!}$$

$$S \leftarrow S + Y2$$

$$Y \leftarrow Y + 1$$

$$P2_k \leftarrow \frac{X2}{S}$$

$$G2_k \leftarrow L \cdot M \cdot (1 - P2_k)$$

$$E2_k \leftarrow \frac{L \cdot M}{X} \cdot (1 - P2_k)$$

$$X \leftarrow X + mu_step$$

$$k \leftarrow k + 1$$

$$X1 \leftarrow \frac{M!}{N! \cdot (M - N)!}$$

```

k ← 0
X ← mu_start
while (X < mu_stop)
|
|   X2 ←  $\left(\frac{L}{X+L}\right)^N$ 
|   Y2 ←  $\left(1 - \frac{L}{X+L}\right)^{M-N}$ 
|   P3k ← X1 · X2 · Y2
|   G3k ← L · M · (1 - P3k)
|   E3k ←  $\frac{L \cdot M}{X} \cdot (1 - P3_k)$ 
|   X ← X + mu_step
|   k ← k + 1
|
R1 ← P1
R2 ← XX
R3 ← P2
R4 ← P3
R5 ← G1
R6 ← G2
R7 ← G3
R8 ← E1
R9 ← E2
R10 ← E3
return R

```

Листинг программы исследования зависимостей вероятности потерь вызовов, производительности и среднего числа соединений в коммутаторе от значения нормированной интенсивности поступления нагрузки

Описание переменных:

- L – интенсивность потока поступления нагрузки λ (на одном входе коммутатора);
- μ – интенсивность потока ухода нагрузки μ (на одном выходе коммутатора);
- r – удельная интенсивность потока нагрузки $\rho = \lambda/\mu$;
- M – число входов коммутатора;
- N – число выходов коммутатора;
- r_start – начальное значение;
- r_stop – конечное значение;
- r_step – шаг изменения;
- P – вероятность потерь вызовов;
- G – производительность коммутатора γ ;
- E – среднее число соединений в коммутаторе.

Текст программы

```

Function(r_start, r_stop, r_step, M, N, L) =
    X1 ←  $\frac{M!}{N! \cdot (M - N)!}$ 
    k ← 0
    X ← r_start
    while (X < r_stop)
        X2 ←  $(X)^N$ 
        S ← 0
        Y ← 0
        while (Y ≤ N)
            Y2 ←  $(X)^Y$ 
            Y1 ←  $\frac{M!}{Y! \cdot (M - Y)!}$ 
            S ← S + Y1 · Y2
            Y ← Y + 1
        P1_k ←  $X1 \cdot \frac{X2}{S}$ 
    
```

$$G1_k \leftarrow L \cdot M \cdot (1 - P1_k)$$

$$E1_k \leftarrow X \cdot M \cdot (1 - P1_k)$$

$$XX_k \leftarrow X$$

$$X \leftarrow X + r_step$$

$$k \leftarrow k + 1$$

$$k \leftarrow 0$$

$$X \leftarrow r_start$$

while ($X < r_stop$)

$$X2 \leftarrow \frac{(X \cdot M)^N}{N!}$$

$$S \leftarrow 0$$

$$Y \leftarrow 0$$

while ($Y < (N + 1)$)

$$Y2 \leftarrow \frac{(X \cdot M)^Y}{Y!}$$

$$S \leftarrow S + Y2$$

$$Y \leftarrow Y + 1$$

$$P2_k \leftarrow \frac{X2}{S}$$

$$G2_k \leftarrow L \cdot M \cdot (1 - P2_k)$$

$$E2_k \leftarrow X \cdot M \cdot (1 - P2_k)$$

$$X \leftarrow X + r_step$$

$$k \leftarrow k + 1$$

$$X1 \leftarrow \frac{M!}{N! \cdot (M - N)!}$$

```

k ← 0
X ← r_start
while (X < r_stop)
     $X_2 \leftarrow \left( \frac{X}{1+X} \right)^N$ 
     $Y_2 \leftarrow \left( 1 - \frac{X}{1+X} \right)^{M-N}$ 
     $P_{3_k} \leftarrow X_1 \cdot X_2 \cdot Y_2$ 
     $G_{3_k} \leftarrow L \cdot M \cdot (1 - P_{3_k})$ 
     $E_{3_k} \leftarrow X \cdot M \cdot (1 - P_{3_k})$ 
    X ← X + r_step
    k ← k + 1
R1 ← P1
R2 ← X1
R3 ← P2
R4 ← P3
R5 ← G1
R6 ← G2
R7 ← G3
R8 ← E1
R9 ← E2
R10 ← E3
return R

```

Листинг программы исследования зависимостей вероятности потерь вызовов, производительности и среднего числа соединений в коммутаторе от соотношения между числом входов и выходов

Описание переменных:

- L – интенсивность потока поступления нагрузки λ (на одном входе коммутатора);
- μ – интенсивность потока ухода нагрузки μ (на одном выходе коммутатора);
- r – удельная интенсивность потока нагрузки $\rho = \lambda/\mu$;
- M – число входов коммутатора;
- N – число выходов коммутатора;
- $k = N/M$;
- k_start – начальное значение k;
- k_stop – конечное значение k;
- k_step – шаг изменения k;
- P – вероятность потерь вызовов;
- G – производительность коммутатора γ ;
- E – среднее число соединений в коммутаторе.

Текст программы

```
Function(k_start, k_stop, k_step, r, L, M) =
    k ← 0
    X ← k_start
    while (X ≤ k_stop)
        N ← trunc(X · M)
        X1 ←  $\frac{M!}{N! \cdot (M - N)!}$ 
        X2 ← (r)N
        S ← 0
        Y ← 0
        while (Y ≤ N)
            Y2 ← (r)Y
            Y1 ←  $\frac{M!}{Y! \cdot (M - Y)!}$ 
            S ← S + Y1 · Y2
            Y ← Y + 1
        P1k ← X1 · X2 / S
```

$$G1_k \leftarrow L \cdot M \cdot (1 - P1_k)$$

$$E1_k \leftarrow r \cdot M \cdot (1 - P1_k)$$

$$XX_k \leftarrow X$$

$$X \leftarrow X + k_step$$

$$k \leftarrow k + 1$$

$$k \leftarrow 0$$

$$X \leftarrow k_start$$

while ($X \leq k_stop$)

$$N \leftarrow trunc(X \cdot M)$$

$$X2 \leftarrow \frac{(r \cdot M)^N}{N!}$$

$$S \leftarrow 0$$

$$Y \leftarrow 0$$

while ($Y \leq N$)

$$Y2 \leftarrow \frac{(r \cdot M)^N}{N!}$$

$$S \leftarrow S + Y2$$

$$Y \leftarrow Y + 1$$

$$P2_k \leftarrow \frac{X2}{S}$$

$$G2_k \leftarrow L \cdot M \cdot (1 - P2_k)$$

$$E2_k \leftarrow r \cdot M \cdot (1 - P2_k)$$

$$X \leftarrow X + k_step$$

$$k \leftarrow k + 1$$

```

k ← 0
X ← k_start
while (X ≤ k_stop)
|
|   N ← trunc(X · M)
|    $X1 \leftarrow \frac{M!}{N! \cdot (M - N)!}$ 
|    $X2 \leftarrow \left( \frac{r}{1+r} \right)^N$ 
|    $Y2 \leftarrow \left( 1 - \frac{r}{1+r} \right)^{M-N}$ 
|    $P3_k \leftarrow X1 \cdot X2 \cdot Y2$ 
|    $G3_k \leftarrow L \cdot M \cdot (1 - P3_k)$ 
|    $E3_k \leftarrow r \cdot M \cdot (1 - P3_k)$ 
|   X ← X + k_step
|   k ← k + 1
|
|   R1 ← P1
|   R2 ← XX
|   R3 ← P2
|   R4 ← P3
|   R5 ← G1
|   R6 ← G2
|   R7 ← G3
|   R8 ← E1
|   R9 ← E2
|   R10 ← E3
|
return R

```

Учебное издание

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
ОДНОЗВЕННЫХ КОММУТАЦИОННЫХ БЛОКОВ**

Методические указания
к лабораторной работе
по курсу
«Основы теории телетрафика, сетей и систем телекоммуникаций»
для студентов специальностей
I-45 01 03 «Сети телекоммуникаций»,
I-45 01 05 «Системы распределения мультимедийной информации»
всех форм обучения

С о с т а в и т е л и :

Аксенов Вячеслав Анатольевич

Цветков Виктор Юрьевич

Чаклова Мельпомени Ильинична

Редактор Т. Н. Крюкова
Корректор Е. Н. Батурчик

Подписано в печать 30.07.2007.
Гарнитура «Таймс».
Уч.-изд. л. 1,6.

Формат 60x84 1/16.
Печать ризографическая.
Тираж 100 экз.

Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 2,09.
Заказ 108.

Издатель и полиграфическое исполнение: Учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»
ЛИ №02330/0056964 от 01.04.2004. ЛП №02330/0131666 от 30.04.2004.
220013, Минск, П. Бровки, 6