

УДК 621.391.14

ИССЛЕДОВАНИЕ ДОСТАТОЧНОГО ЧИСЛА НОРМ СИНДРОМОВ ДЛЯ ДЕКОДИРОВАНИЯ БЧХ-КОДОВ

З.Н. ХОАНГ, В.К. КОНОПЕЛЬКО, Е.Г. МАКЕЙЧИК

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 2 октября 2012

Рассматривается формирование образующих векторов, нахождение норм синдромов и идентификационных параметров для образующих векторов ошибок кратностей $t = 3 \div 7$ БЧХ-кодов с длиной $n = 127$. Предлагается идентификация на основе совместного использования основных и дополняющих норм. Показывается, что при значении первой компоненты синдрома равной нулю достаточно использовать только дополняющие нормы.

Ключевые слова: синдром S , норма синдрома N , основные N_o , зависимые N_z , дополняющие N_d нормы, кратность ошибок t , длина кода n , образующие вектора ошибок.

Введения

Нормы синдромов эффективно используются в обработке БЧХ-кодов для коррекции ошибок кратностей $t = 1 \div 3$ [1, 2]. Однако их применение для контроля ошибок большой кратности $t > 3$ не исследовалось из-за сложности анализа, синтеза формирования множества образующих ошибок, поиска идентификационных параметров. Ниже приводятся исследования по изучению норм синдромов в обработке кодов длины $n = 127$, исправляющих ошибки кратности $3 \leq t \leq 7$, их сравнение с БЧХ-кодами для $n = 31$.

Алгоритм нахождения норм синдромов БЧХ-кодов и идентификаторов, образующих векторов ошибок

Для нахождения норм синдромов и идентификаторов, образующих векторов ошибок, приведен вычислительный эксперимент, который включает следующие этапы: формирование образующих векторов ошибок, вычисление синдромов и их норм, их различия для образующих векторов ошибок и формирование отличающихся множеств норм $\{N_1, N_2, \dots, N_i, \dots\}$, обозначающих все образующие вектора ошибок. На рис. 1 приведен алгоритм вычисления норм и идентификаторов, который можно использовать для любых кратностей ошибок t и длины кодов n .

При реализации алгоритмов формирования образующих векторов, вычисления синдрома и их норм, а также поиска идентификаторов использовались система с интерпретируемым функциональным языком программирования Mathematica, а программа разрабатывалась в среде операционной системы Window 7 для 4-ядерного процессора Intel Core i7.

Среднее время проведения вычислительных экспериментов в зависимости от кратностей корректируемых ошибок t и длины кодов n представлено в табл. 1.

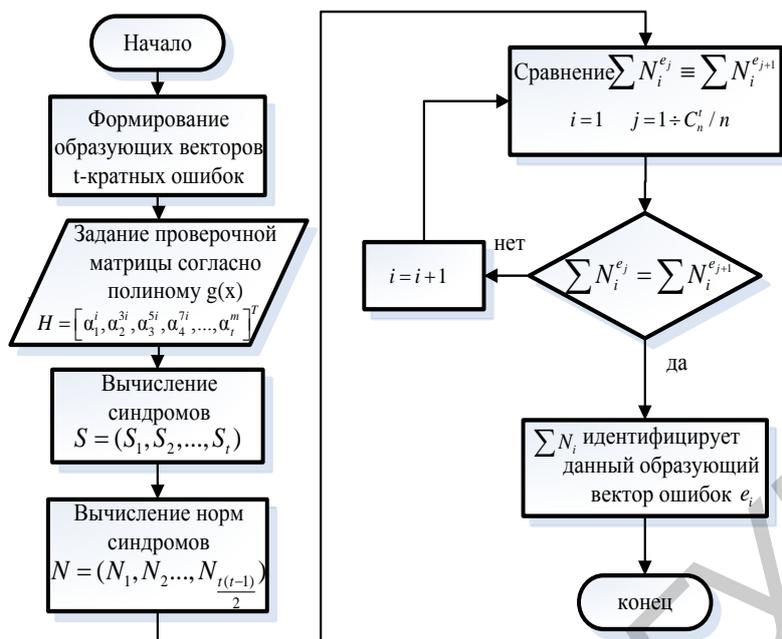


Рис. 1. Алгоритм вычисления норм и нахождения идентификационных параметров образующих векторов ошибок

Таблица 1. Зависимость среднего времени проведения вычислительных экспериментов для поиска идентификационных параметров от кратности t

Кратность ошибок t	2	3	4	5	6	7
Длина кода n						
31	менее 1 с	менее 1 с	2-3 с	30-35 с	2-3 мин	9-10 мин
127	менее 1 с	18-20 с	8-10 мин	3-4 ч	около 70 ч	более 90 суток

Анализ данных табл. 1 показывает, что с ростом длины кода n и кратности корректируемых ошибок t , среднее время проведения вычислительного эксперимента резко возрастает. Например, при кратности ошибок $t = 6$ для кодов с $n = 31, 127$ среднее время составляет 2-3 м и около 70 ч соответственно. Причем время, затрачиваемое на формирование образующих векторов ошибок, значительно меньше времени, затрачиваемого на вычисление синдромов, их норм и нахождение идентификаторов образующих векторов ошибок (для формирования образующих векторов шестикратных ошибок для $n = 127$ требуется только 20-30 м, а для вычисления синдромов, их норм и нахождения идентификаторов уже около 70 ч).

Идентификационные параметры для БЧХ-кодов длиной 127

В [1, 2] установлено, что число используемых норм зависит от числа образующих векторов ошибок. Как показано в [3] для длины $n = 31$ все нормы N можно разбить на две группы: основные N_0 и зависимые N_3 . В общем случае для идентификации образующих векторов ошибок достаточно использовать основные нормы N_0 . Однако поскольку некоторые синдромы $S_i = 0$, то для них основные N_0 нормы не вычисляются, а оставшихся недостаточно для идентификации образующих векторов ошибок, что приводит к необходимости использовать зависимые нормы N_3 наряду с основными N_0 . Это приводит при больших t к числу норм большему, чем число синдромов. В табл. 2-4 приведены результаты вычислительного эксперимента по поиску идентификационных параметров из множеств основных N_0 и зависимых N_3 норм, позволяющих идентифицировать соответствующие образующие вектора ошибок, где дополняющие нормы N_d выбираются из числа зависимых N_3 .

Таблица 2. Зависимость числа образующих векторов ошибок, основных N_0 и дополняющих N_d норм достаточных для идентификации образующих векторов ошибок от кратности ошибок при одной компоненте синдрома $S_i = 0$, $n = 127$

Синдром S_i Кратность t	Число образующих векторов ошибок (1)	$S_i = 0$	$S_1 = 0$	$S_2 = 0$
	Идентификационные параметры (2)			
3	(1)	2562	21	21
	(2)	N_1, N_2	N_3	N_2
4	(1)	78780	644	644
	(2)	N_1, N_2, N_3	N_4, N_5	N_2, N_3
5	(1)	1924825	15155	15155
	(2)	N_1, N_2, N_3, N_4	N_5, N_6, N_7	N_2, N_3, N_4
6	(1)	38835778	305004	305004
	(2)	N_1, N_2, N_3, N_4, N_5	N_6, N_7, N_8, N_9	N_2, N_3, N_4, N_5
Синдром S_i Кратность t	Число образующих векторов ошибок (1)	$S_4 = 0$	$S_5 = 0$	$S_6 = 0$
	Идентификационные параметры (2)			
3	(1)			
	(2)			
4	(1)	630		
	(2)	N_1, N_2		
5	(1)	15155	151225	
	(2)	N_1, N_2, N_4	N_1, N_2, N_3	
6	(1)	305067	305032	305053
	(2)	N_1, N_2, N_4, N_5	N_1, N_2, N_3, N_5	N_1, N_2, N_3, N_4

Таблица 3. Зависимость числа образующих векторов ошибок, основных N_0 и дополняющих N_d норм, достаточных для идентификации образующих векторов ошибок от кратности ошибок t при двух компонентах синдрома $S_i = S_j = 0$, $n = 127$

Синдром $S_{i,j} = 0$ Кратность t	Число образующих векторов ошибок (1)	$S_1 = 0$	$S_1 = 0$	$S_1 = 0$	$S_1 = 0$	$S_1 = 0$	$S_2 = 0$	$S_2 = 0$	$S_2 = 0$
	Идентификационные параметры (2)	$S_2 = 0$	$S_3 = 0$	$S_4 = 0$	$S_5 = 0$	$S_6 = 0$	$S_3 = 0$	$S_4 = 0$	$S_5 = 0$
5	(1)			7				7	
	(2)			N_6				N_2	
6	(1)	2541	2548	2478	2513	2499	2499	2499	2527
	(2)	N_9, N_{10}	N_7, N_8	N_6, N_8	N_6, N_7	N_6, N_7	N_3, N_4	N_2, N_4	N_2, N_3
Синдром $S_{i,j} = 0$ Кратность t	Число образующих векторов ошибок (1)	$S_2 = 0$	$S_3 = 0$	$S_3 = 0$	$S_3 = 0$	$S_4 = 0$	$S_4 = 0$	$S_5 = 0$	
	Идентификационные параметры (2)	$S_6 = 0$	$S_4 = 0$	$S_5 = 0$	$S_6 = 0$	$S_5 = 0$	$S_6 = 0$	$S_6 = 0$	
5	(1)		7						
	(2)		N_1						
6	(1)	2485	2478	2506	2492	2462	2485	2485	
	(2)	N_2, N_3	N_1, N_4	N_1, N_3	N_1, N_4	N_1, N_2	N_1, N_2	N_1, N_2	

Таблица 4. Зависимость числа образующих векторов ошибок, основных N_0 и дополняющих N_d норм достаточных для идентификации образующих векторов ошибок, от кратности ошибок t при трех компонентах синдрома $S_i = S_j = S_z = 0, n=127$

Синдром $S_{i,j,z} = 0$	Число образующих векторов ошибок (1)	$S_1 = 0$	$S_2 = 0$	$S_2 = 0$				
	Идентификационные параметры (2)	$S_2 = 0$	$S_3 = 0$	$S_4 = 0$	$S_4 = 0$	$S_5 = 0$	$S_3 = 0$	$S_3 = 0$
Кратность t		$S_4 = 0$	$S_4 = 0$	$S_5 = 0$	$S_6 = 0$	$S_6 = 0$	$S_4 = 0$	$S_6 = 0$
	6	(1)	21	14	21	35	28	21
	(2)	N_{10}	N_7	N_6	N_6	N_6	N_4	N_3
Синдром $S_{i,j,z} = 0$	Число образующих векторов ошибок (1)	$S_1 = 0$	$S_2 = 0$	$S_2 = 0$	$S_3 = 0$	$S_3 = 0$	$S_3 = 0$	$S_4 = 0$
	Идентификационные параметры (2)	$S_4 = 0$	$S_4 = 0$	$S_5 = 0$	$S_4 = 0$	$S_4 = 0$	$S_5 = 0$	$S_5 = 0$
Кратность t		$S_5 = 0$	$S_6 = 0$	$S_6 = 0$	$S_5 = 0$	$S_6 = 0$	$S_4 = 0$	$S_6 = 0$
	6	(1)	14	14	21	42	14	14
	(2)	N_2	N_2	N_2	N_1	N_1	N_1	N_1

Анализ табл. 2-4, показывает, что число используемых норм в два раза меньше числа норм, предложенных в [1, 2]: это приводит к уменьшению в два раза числа входов селектора декодера. На рис. 2 представлена зависимость достаточного числа норм N для идентификации ошибок кратности t для БЧХ-кодов длиной $n = 31, 127$.

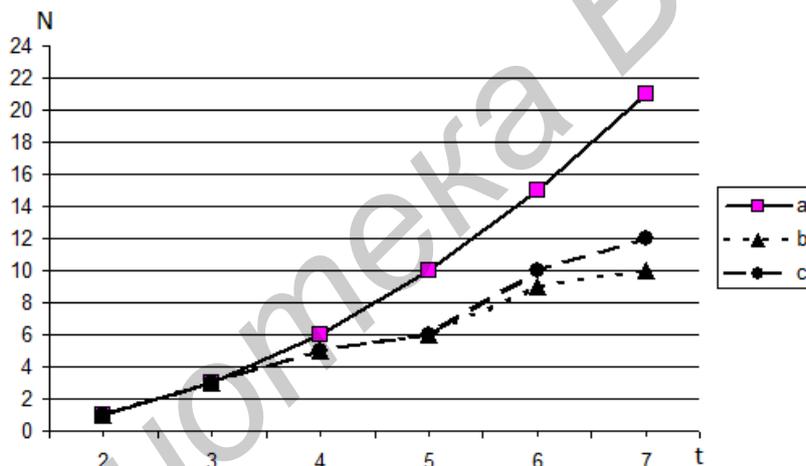


Рис. 2. Зависимость достаточного числа норм N от кратности ошибок t : a – число норм из [1, 2]; b – число норм для $n = 31$; c – число норм для $n = 127$

Анализ зависимостей на рис. 2 показывает, что количество идентификационных параметров для БЧХ-кода с $n = 127$ незначительно больше, чем для БЧХ-кода с $n = 31$. Кроме того, видно, что декодирующее устройство для коррекции больших кратностей ошибок t на большей длине кода n может быть реализовано. Например, для построения блока идентификатора шестикратных ошибок можно использовать ПЗУ емкостью 647 Мб, в котором хранятся 40703775 образующих векторов ошибок. Блок идентификатора также может быть построен и на ПЛИС, емкость которой должна быть не менее 40703775 элементов «И». Такое количество логических элементов обеспечивает ПЛИС Spartan 3 XC3S4000, у которой имеется 6912 конфигурируемых логических блоков, каждый из которых состоит из 62208 логических элементов.

Анализ данных табл. 2-4 также показывает, что для идентификации ошибок кратностей $3 \leq t \leq 7$ при $n = 127$ исключить какую либо подматрицу с $\alpha^{(2m+1)i}$ в проверочной матрице H БЧХ-кода нельзя (хотя это имеет место в кодах с $n = 31$). Поэтому параметры БЧХ-кодов, задаваемых проверочной матрицей $H = [\alpha_1^i, \alpha_2^{3i}, \alpha_3^{5i}, \alpha_4^{7i}, \dots, \alpha_t^m]^T$, равны (127,106), (127,99), (127,92), (127,106), (127,78) для $t = 3; 4; 5; 6; 7$ соответственно. Однако, как отмечено в [4], эти коды представляют собой «хорошие коды» с малой избыточностью.

Из данных табл. 2-4 следует, что если отказаться от декодирования образующих векторов ошибок, для которых синдром $S_1 = 0$ (в этом случае для идентификации ошибок используются только основные нормы N_o), то число отказов от декодирования ошибок кратности $t = 3; 4; 5; 6$ на длине кода $n = 127$ равно 0,8%, 0,8%, 0,78%, 0,78% соответственно, (это примерно в 4 раза меньше по сравнению при аналогичном отказе от декодирования BCH-кодов с $n = 31$ [3]). Проведенный эксперимент для кодов длиной $n = 511$ показал, что число отказов от декодирования уменьшается до 0,2%. Это позволяет уменьшить в более чем два раза число входов у селектора декодирующего устройства при небольшом числе отказов от декодирования при коррекции ошибок кратности $t = 6$.

Заключение

Показано, что среднее время проведения вычислительного эксперимента по формированию образующих векторов ошибок, вычислению синдромов, норм и нахождению идентификаторов резко возрастает с увеличением длин кодов и числа корректируемых ошибок, а число используемых норм для BCH-кодов с различными длинами приблизительно одинаково и в два раза меньше числа норм, предложенных в [1, 2]. Также установлено, что с ростом длин кодов имеется возможность отказаться от декодирования векторов ошибок, для которых синдром $S_1 = 0$, поскольку число соответствующих образующих векторов ошибок менее одного процента. Все это приводит к пятикратному уменьшению числа входов блока идентификации при коррекции шестикратных ошибок.

ANALYSIS OF A SUFFICIENT NUMBER OF NORMS SYNDROMES DECODING BCH-CODES

D.N. HOANG, V.K. KONOPELKO, E.G. MAKEICHNIK

Abstract

The formation of generating vectors, the calculus of syndrome norms and the identification parameters for generating error vectors of multiplicities $n = 127$ for BCH-codes with length $n = 31$ are studied. Identification based on the sharing use of main and complementaries norms in case of null value of the first components of the syndrome is proposed.

Литература

1. Конопелько В.К., Липницкий В.А. Теория норм синдромов и перестановочное декодирование помехоустойчивых кодов. Минск, 2004.
2. Липницкий В.А., Конопелько В.К. Норменное декодирование помехоустойчивых кодов и алгебраические уравнения. Минск, 2007.
3. Конопелько В.К., Хоанг Н.З. // Докл. БГУИР. 2012. №8. С. 70-75.
4. Мак-Вильямс Ф.Дж. Теория кодов, исправляющих ошибки. М., 1979.