

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ МНОГООБЪЕКТНЫМИ СИСТЕМАМИ

Описаны линейные алгоритмы управления положением для многообъектной системы (МОС). Алгоритмы используют минимум априорной информации и распространены на многомерные случаи.

## ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрим распределенный алгоритм управления группой объектов. Задача каждого объекта состоит в том, чтобы занять положение в группе, основываясь на информации, полученной от соседних объектов. Это частный случай замкнутого управления многообъектной динамической системой [1]. Концепция образования летных формирований, позаимствованная у птиц, увеличивает эффективность группы. Самолеты, сухопутные единицы и корабли используют эту концепцию, так как она позволяет избежать столкновений, упростить управление, упорядочить движение [2, 3, 4, 5, 6].

### I. АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ ГРУППОЙ ОБЪЕКТОВ

Задача состоит в том, чтобы адаптировать метод Ван-Лоана [7] к МОС. Предлагается использовать следующий алгоритм: каждый ведомый объект имеет тенденцию занимать среднее положение между самыми близкими объектами. Позиция объектов на следующей итерации дана как [8]

$$x_i^{k+1} = \frac{(x_{i-1}^k + x_{i+1}^k)}{2}, x_1^{k+1} = \frac{(a_1 + x_2^k)}{2}; \quad (1)$$

$$x_n^{k+1} = \frac{(x_{n-1}^k + a_2)}{2}, i = 2, \dots, n - 1,$$

$$y_i^{k+1} = \frac{(y_{i-1}^k + y_{i+1}^k)}{2}, y_1^{k+1} = \frac{(b_1 + y_2^k)}{2}; \quad (2)$$

$$y_n^{k+1} = \frac{(y_{n-1}^k + b_2)}{2}, i = 2, \dots, n - 1.$$

Следует рассмотреть вопрос распределения номеров между объектами. При построении в отрезок  $[A, B]$  используем сортировку объектов вдоль него, по их удаленности от точки  $A$ . То есть, первый номер получит объект, ближайший к точке  $A$ . Если же угол  $\varphi_i$ , образуемый векторами  $AB$  и  $Ap_i$ , больше  $90$ , то расстояние будем брать с обратным знаком. Обозначим  $\theta$  вектор индексов объектов:

$$\theta = \text{sort} [\text{sign}(\cos \Phi) \cdot A],$$

$\Phi$  – вектор углов  $\varphi_i$  между  $\overline{AB}$  и  $\overline{Ap_i}$ ;

$A$  – вектор модулей векторов  $Ap_i$ . Поясним принцип сортировки рис. 1.

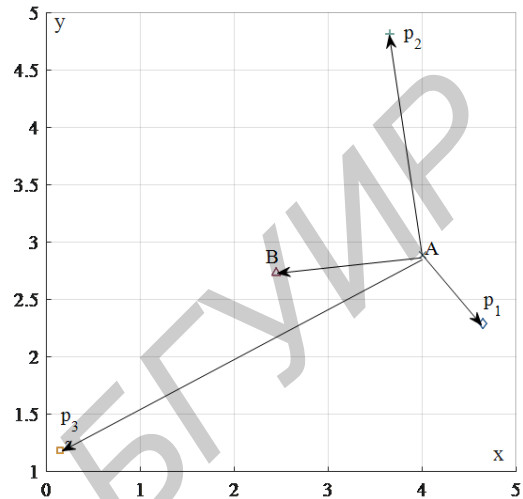


Рис. 1 – Нумерация объектов

При таком распределении номеров объекты с соседними номерами являются также самыми близкими. Пример реализации предложенного алгоритма для  $n = 6$  средств представлен на рис. 2. Здесь и далее на рисунках начальные точки выбраны случайно из диапазона  $[0;5]$ .

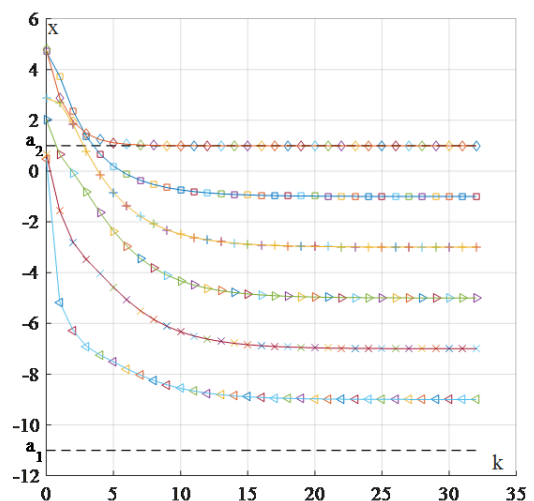


Рис. 2 – Построение шести объектов

Объекты заняли положения, близкие к окончательным, за 20 итераций.

Для двумерного случая динамика объектов определяется следующими дифференциальными уравнениями [9]

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{x_{i-1} + x_{i+1}}{2}, x_1 = x_1(0), x_n(0) = x_n, \quad (3)$$

$$\frac{dy_i}{dt} = \frac{y_{i-1} + y_{i+1}}{2}, y_1(0) = y_1; y_n(0) = y_n, \quad (4)$$

$i = 2, \dots, n - 1.$

Рассмотрим группу двумерных объектов, движение которых описано уравнениями

$$x_1(t) \equiv x_1^0, x_5(t) \equiv x_5^0, \quad (5)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{x_1 + x_3}{2} - x_2, x_2(0) = x_2^0,$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \frac{x_2 + x_4}{2} - x_3, x_3(0) = x_3^0,$$

$$\frac{dx_4}{dt} = \frac{x_3 + x_5}{2} - x_4, x_4(0) = x_4^0,$$

$$y_1(t) \equiv y_1^0, y_5(t) \equiv y_5^0, \quad (6)$$

$$\frac{dy_2}{dt} = \frac{y_1 + y_3}{2} - y_2, y_2(0) = y_2^0,$$

$$\frac{dy_3}{dt} = \frac{y_2 + y_4}{2} - y_3, y_3(0) = y_3^0,$$

$$\frac{dy_4}{dt} = \frac{y_3 + y_5}{2} - y_4, y_4(0) = y_4^0,$$

Для данной МОС проведено моделирование, результаты представлены на рисунке 3.

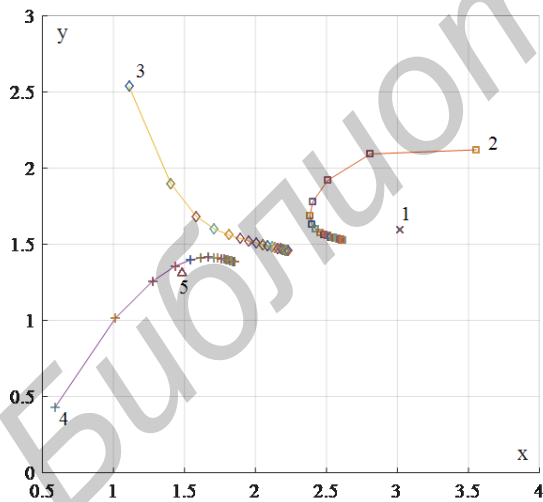


Рис. 3 – Управление группой из пяти объектов в двумерном пространстве

## II. ВЫВОДЫ

В отличие от [8], предлагается нумеровать объекты. Это решает задачу уникального набора соседних объектов, то есть объект не может быть "соседним" более чем для двух других объектов. Описанное распределение номеров позволяет задать маршруты, при которых уменьшается количество их пересечений, по сравнению со случайным, как в [7]. В алгоритме управления группами только ведущие объекты периодически получают сигналы управления. Остальные объекты получают информацию о позициях двух ближайших объектов и используют эту информацию, чтобы занять положение, при котором сохранится заданное расстояние между ними.

## III. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ren, Wei. Distributed Coordination of Multi-agent Networks // Wei Ren, Yongcan Cao. — Springer-Verlag London Limited, 2011
2. Allen, M. J. String stability of a linear formation flight control system. // M. J. Allen, J. Ryan, C. E. Hanson, et al. — AIAA Guidance, Navigation and Control Conference. — Monterey, 2002: 4749 – 4756.
3. Edwards, D. B. A leader-follower algorithm for multiple AUV formations // D. B. Edwards, T. A. Bean, D. L. Odell, et al. — Proceedings of 2004 IEEE/OES Autonomous Underwater Vehicles. — New York: IEEE, 2004 — 517 – 523.
4. Guilietti, F. Autonomous formation flight // F. Guilietti, L. Pollini, M. Innocenti. — IEEE Controls System Magazine, 2000, 20(6) — 34 – 44.
5. Naffin, D. Lateral and longitudinal stability for decentralized formation control // D. Naffin, M. Akar, G. Sukhatme. — Proceedings of the 7th International Symposium on Distributed Autonomous Robotic Systems. New York: Springer, 2004 — 443 – 452 p.
6. Seiler, P. Analysis of bird formations // P. Seiler, A. Pant, K. Hedrick. — Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control. — New York: IEEE, 2002 — 118 – 123.
7. Elmachtoub, A. N. From Random Polygon to Ellipse: An Eigenanalysis // A. N. Elmachtoub, C. F. Van Loan. — Society for Industrial and Applied Mathematics, Vol. 52, No. 1, 2010 — pp. 151–170.
8. Щербаков, П. С. Управление формациями: схема Ван Лоуна и другие алгоритмы // П. С. Щербаков. — УБС, 30.1 (2010), — 681–696 с.
9. Габасов, Р. Оптимальное децентрализованное управление динамическими системами в условиях неопределенности // Р. Габасов, Н. М. Дмитрук, Ф. М. Кириллова. — Журнал вычислительной математики и математической физики. Том 51. № 7, 2011 — с. 1–19.

Симаньков Владимир Иванович, аспирант кафедры систем управления БГУИР, simankou@tut.by.

Научный руководитель: Марков Александр Владимирович, кандидат технических наук, доцент кафедры систем управления БГУИР, markov@bsuir.by.

Dr Dymkou Sjarhei Michailovich, Research Scientist, Aeronautical Sciences Division, Control Science Group, Temasek Laboratories, National University of Singapore, tslsmd@nus.edu.sg.