

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники»

Кафедра физики

***ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ***

Лабораторный практикум  
по курсу «Физика»

Под общей редакцией В.И.Мурзова

Минск БГУИР 2011

УДК 537.8(076.5)  
ББК 22.33 я 73  
Э45

**А в т о р ы:**  
Сергеева-Некрасова М.С. (разделы 1-4);  
Смирнова Г.Ф. (разделы 1-4);  
Ранцевич В.Б. (раздел 4);  
Родин С.В. (раздел 4)

**Р е ц е н з е н т:**  
декан физического факультета  
Белорусского государственного университета,  
доктор физико–математических наук В. М. Анищик

**Э45 Электромагнетизм:** лабораторный практикум по курсу «Физика»  
М.С. Сергеева-Некрасова [ и др. ]; под общ. ред. В. И. Мурзова.  
– Минск.: БГУИР, 2011. – 68 с. ил.

ISBN 978–985–488–728–9.

Изложены теоретические основы лабораторных работ по электромагнетизму, необходимые для организации самостоятельной работы студентов, дано методическое обоснование лабораторных работ, сформулированы цели и задания.

Предназначен для студентов всех специальностей всех форм обучения БГУИР

**УДК 537.8(076.5)**  
**ББК 22.33 я 73**

**ISBN 978–985–488–728–9**

© УО «Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники», 2011

# 1. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

## 1.1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Рассматривая вопросы электромагнетизма, необходимо учитывать то обстоятельство, что понимание и усвоение ряда физических понятий должно опираться не столько на физический эксперимент, сколько на логические определения и математические модели.

Таково, например, понятие электрического заряда. Физическая величина, определяющая способность частиц участвовать в электрическом взаимодействии, называется электрическим зарядом этой частицы. Электрический заряд – это неотъемлемое свойство элементарной частицы, и без нее сам по себе заряд существовать не может.

К числу наиболее важных свойств электрических зарядов относятся:

1. Существование двух видов электрических зарядов («положительных» и «отрицательных»), отличающихся друг от друга лишь тем, что в любой системе зарядов все заряды одного знака отталкиваются друг от друга, а противоположные по знаку – притягиваются.

2. Дискретность величины электрического заряда. В природе существует минимальный заряд, называемый элементарным и равный по величине  $1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, а все заряды тел кратны ему.

3. Аддитивность. При соединении нескольких заряженных тел полный заряд оказывается равным алгебраической сумме зарядов соединяемых тел.

4. Сохранение заряда. Согласно закону сохранения заряда, в изолированной системе полный заряд всех тел остается неизменным при любых взаимодействиях тел, приводящих к перераспределению зарядов между ними.

5. Инвариантность. Электрический заряд остается неизменным при переходе от одной системы отсчета к другой.

### 1.1.1. Электрическое поле

Часть пространства, в которой на помещенный туда электрический заряд действуют электрические силы, называется электрическим полем.

Поля могут иметь потенциальный или вихревой характер. В первом случае работа сил поля не зависит от формы пути, а определяется лишь положением начальной и конечной точек, так что работа сил поля по любому замкнутому пути равна нулю. Во втором случае это условие не соблюдается.

Силовые линии электрического потенциального поля начинаются и оканчиваются на зарядах, силовые линии вихревого поля представляют собой замкнутые линии.

Электрические поля могут изменяться с течением времени и называются в таком случае нестационарными. Нестационарные электрические поля распространяются в пространстве со скоростью света.

Поле неподвижных зарядов является стационарным и называется электростатическим. Оно имеет потенциальный характер.

Поля, в каждой точке которых на пробный заряд действуют одинаковые по величине и направлению силы, называются однородными.

Поля, одновременно созданные в одной и той же области различными источниками, существуют независимо друг от друга.

### 1.1.2. Взаимодействие зарядов

Взаимодействие заряженных тел осуществляется посредством электрических полей, образованных этими телами. Взаимодействие точечных зарядов в вакууме описывается законом Кулона:

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} (\vec{r}_2 - \vec{r}_1). \quad (1.1)$$

Случай одноименных зарядов ( $q_1, q_2 > 0$ ) представлен на рис. 1.1.

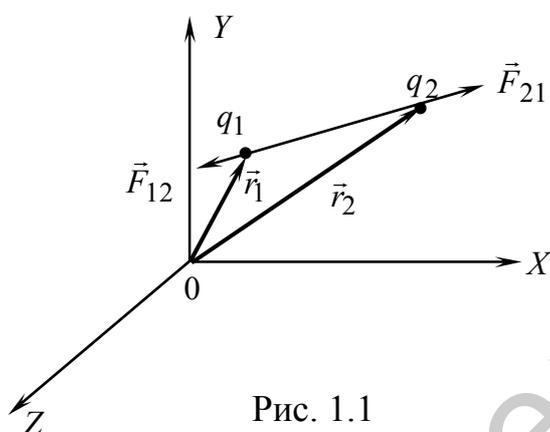


Рис. 1.1

Взаимодействие тел сферической формы, заряженных равномерно, также описывается формулой 1.1), где под  $\vec{r}_1$  и  $\vec{r}_2$  понимаются радиусы-векторы их центров.

### 1.1.3. Напряженность поля. Силовые линии

Напряженность поля – это силовая характеристика поля. Напряженность электростатического поля  $\vec{E}$  определяется как сила, действующая на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля, т. е.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q'}$$

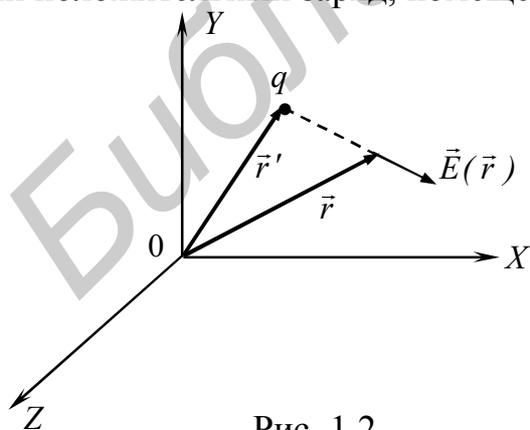


Рис. 1.2

Напряженность поля, созданного точечным зарядом  $q$  (рис. 1.2), легко получается из закона Кулона:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}'). \quad (1.2)$$

Напряженность поля, созданного системой зарядов, определяется в каждой точке пространства согласно принципу суперпозиции как геометрическая сумма напряженностей полей отдельных зарядов.

Для дискретного распределения  $n$  зарядов

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_1(\vec{r}) + \vec{E}_2(\vec{r}) + \dots + \vec{E}_n(\vec{r}) = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i(\vec{r}). \quad (1.3)$$

Тогда для системы точечных зарядов

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} (\vec{r} - \vec{r}_i). \quad (1.4)$$

В том случае, когда заряд непрерывно распределен в какой-либо области пространства, вводятся понятия линейной плотности заряда  $\lambda = \frac{dq}{d\ell}$ , поверхностной плотности заряда  $\sigma = \frac{dq}{ds}$  и объемной плотности заряда  $\rho = \frac{dq}{dV}$  (рис. 1.3). Соответственно заряд элемента длиной  $d\ell$ , поверхностью  $ds$  и объемом  $dV$  равен  $\lambda d\ell$ ,  $\sigma ds$ ,  $\rho dV$ , а напряженность рассчитывается по формулам:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{(L)} \frac{\lambda d\ell}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}'), \quad (1.5)$$

где  $\lambda = \lambda(\vec{r}')$ ;

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{(S)} \frac{\sigma ds}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}'), \quad (1.6)$$

где  $\sigma = \sigma(\vec{r}')$ ;

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{(V)} \frac{\rho dV}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}'), \quad (1.7)$$

где  $\rho = \rho(\vec{r}')$ , а интегрирование в каждом случае ведется по переменной  $\vec{r}'$

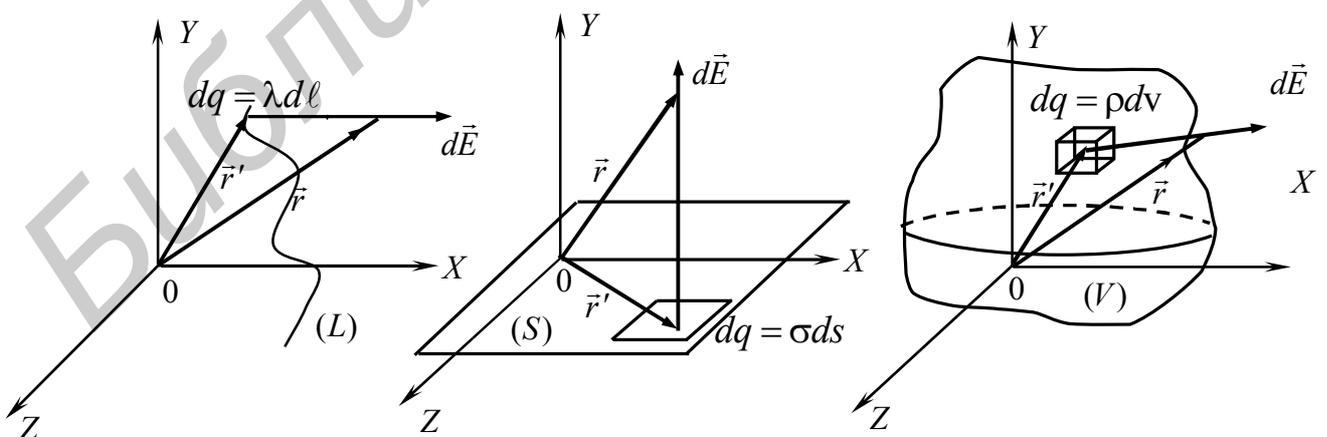


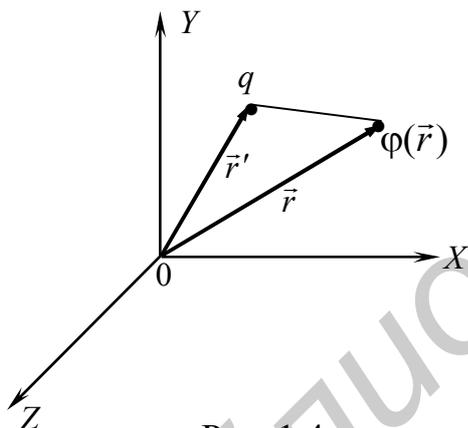
Рис. 1.3

Поле может быть представлено графически с помощью силовых линий (линий напряженности). Силовая линия – это воображаемая линия, касательная

к которой в любой точке совпадает с вектором напряженности в этой точке. Силовые линии проводятся так, чтобы их густота была пропорциональна (или равна) значению напряженности поля в данной точке пространства. Линии напряженности электрического поля начинаются на положительных, а заканчиваются на отрицательных зарядах или уходят в бесконечность. Они непрерывны и нигде не пересекаются.

#### 1.1.4. Потенциал. Эквипотенциальные поверхности

Другой важной характеристикой электростатического поля является его энергетическая характеристика – потенциал. Потенциалом  $\varphi(\vec{r})$  называют потенциальную энергию  $U(\vec{r})$  единичного положительного точечного заряда, помещенного в конкретную точку поля, т. е.  $\varphi(\vec{r}) = \frac{U(\vec{r})}{q}$ . Знак потенциала и его численное значение, как и любой энергии, определяется не только положением рассматриваемой точки и знаком заряда, но и выбором нулевого уровня энергии. Для точечного заряда, создающего поле, за нулевой уровень обычно принимается потенциал точки, бесконечно удаленной от создающего поле заряда. В этом случае потенциал поля, созданного точечным зарядом  $q$  (рис. 1.4), определяется формулой



$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|\vec{r} - \vec{r}'|}. \quad (1.8)$$

Согласно принципу суперпозиции, потенциал поля, созданного системой  $n$  зарядов, определяется в каждой точке пространства алгебраической суммой потенциалов полей, созданных каждым зарядом в отдельности:

$$\varphi(\vec{r}) = \varphi_1(\vec{r}) + \varphi_2(\vec{r}) + \dots + \varphi_n(\vec{r}) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\vec{r}). \quad (1.9)$$

Рис. 1.4

Для дискретного распределения точечных зарядов

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}'|}. \quad (1.10)$$

Для непрерывного распределения заряда:

– вдоль линии  $\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{(L)} \frac{\lambda dl}{|\vec{r} - \vec{r}'|}; \quad (1.11)$

– по поверхности  $\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{(S)} \frac{\sigma ds}{|\vec{r} - \vec{r}'|}; \quad (1.12)$

– по объему  $\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{(V)} \frac{\rho dV}{|\vec{r} - \vec{r}'|}. \quad (1.13)$

Поверхность, в каждой точке которой потенциал имеет одно и то же значение, называют эквипотенциальной поверхностью.

Эквипотенциальные поверхности принято проводить таким образом, чтобы при переходе от одной поверхности к соседней потенциал поля менялся на одну и ту же величину.

### 1.1.5. Связь между напряженностью и потенциалом

Связь между напряженностью электростатического поля и потенциалом вытекает из соотношения между потенциальной энергией и силой для любого поля, имеющего потенциальный характер.

Таким образом,

$$\vec{E} = -\nabla\varphi = -grad\varphi = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{e}_z\right), \quad (1.14)$$

откуда следует, что

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}; E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}; E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}. \quad (1.15)$$

Проекция вектора  $\vec{E}$  на любое произвольное направление  $\ell$  определяется как

$$E_\ell = -\frac{\partial\varphi}{\partial\ell}. \quad (1.16)$$

Используя формулу (1.16), можно показать:

а) линии напряженности всегда ортогональны к эквипотенциальным поверхностям;

б) линии напряженности направлены в сторону уменьшения потенциала.

Зная напряженность поля, можно определить потенциал в любой точке интегралом  $\varphi = -\int(\vec{E}, d\vec{r})$ , либо определить разность потенциалов двух любых точек поля:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2(\vec{E}, d\vec{r}). \quad (1.17)$$

Легко видеть, что  $\int_1^2(\vec{E}, d\vec{r})$  – это работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2. Поскольку нулевой уровень потенциала можно выбирать произвольно, например в точке 2, то потенциал поля равен работе, которую совершают силы электростатического поля по перемещению единичного положительного заряда из данной точки поля на нулевой уровень потенциала.

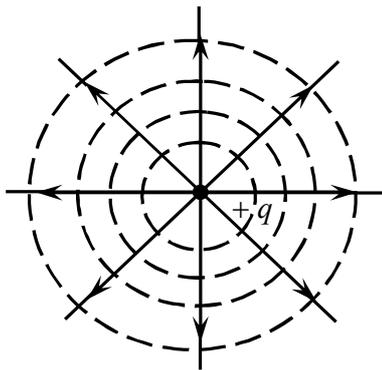
### 1.1.6. Примеры электростатических полей

*Силовые линии и эквипотенциальные поверхности*

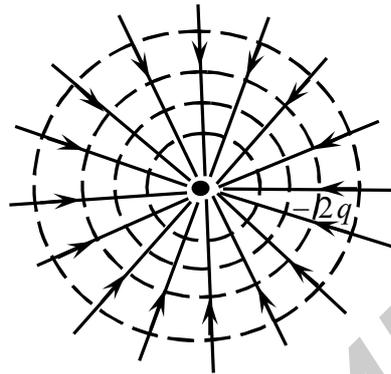
1. Поле точечного заряда (рис. 1.5) (стрелки указывают направления векторов напряженности):

а – положительный заряд ( $+q$ );

б – отрицательный заряд ( $-2q$ ).



а



б

Рис. 1.5

2. Однородное поле (рис. 1.6)

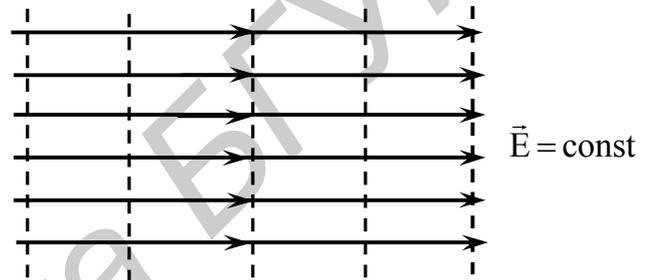


Рис. 1.6

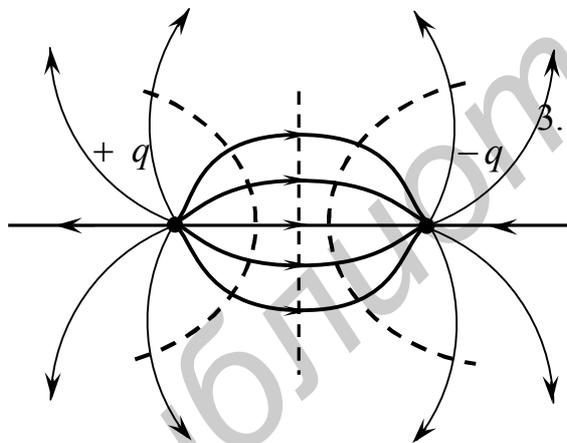


Рис. 1.7

3. Поле электрического диполя (рис. 1.7).

Диполь представляет собой систему из двух одинаковых по величине и противоположных по знаку зарядов, расположенных на некотором расстоянии друг от друга.

4. Неоднородное поле (рис. 1.8).

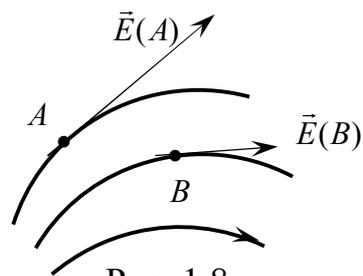


Рис. 1.8

### 1.1.7. Поток вектора напряженности электрического поля

Потоком вектора напряженности  $\vec{E}$  электрического поля через элементарную площадку  $ds$  называют величину  $d\Phi$ :

$$d\Phi = (\vec{E}, d\vec{s}) = (\vec{E}, \vec{n})ds, \quad (1.18)$$

где  $d\vec{s} = ds \cdot \vec{n}$ ,  $\vec{n}$  – единичный вектор нормали к площадке  $ds$  (рис. 1.9).

Поток вектора  $\vec{E}$  через любую поверхность определяется интегралом:

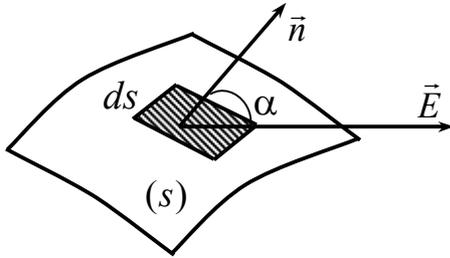


Рис. 1.9

$$\Phi = \int_{(s)} (\vec{E}, \vec{n})ds = \int_{(s)} E \cos \alpha ds = \int_{(s)} E_n ds. \quad (1.19)$$

В случае замкнутой поверхности поток вектора  $\vec{E}$  определяется теоремой Гаусса, которая гласит: поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме через любую замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, охватываемых этой поверхностью (рис. 1.10), деленной

на  $\epsilon_0$ , т. е.  $\Phi = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{\epsilon_0}$ ,

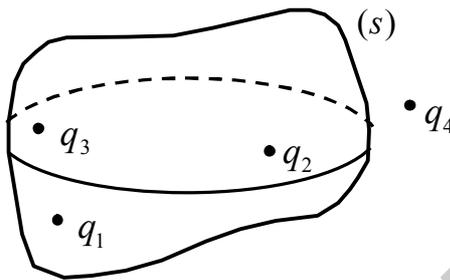


Рис. 1.10

$$\Phi = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i. \quad (1.20)$$

Для непрерывного распределения зарядов теорема Гаусса приобретает вид

$$\oint (\vec{E}, d\vec{s}) = \begin{cases} \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dV & \text{– по объему;} \\ \frac{1}{\epsilon_0} \int \sigma ds & \text{– по поверхности;} \\ \frac{1}{\epsilon_0} \int \lambda dl & \text{– по линии.} \end{cases} \quad (1.21)$$

В дифференциальной форме теорема Гаусса имеет вид  $\text{div} \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho$ ,

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

Поскольку дивергенция  $\text{div}$  определяет плотность источников векторного поля, то можно утверждать, что источниками электростатического поля являются локализованные в пространстве электрические заряды.

Теорема Гаусса позволяет в случаях, когда поля обладают определенной симметрией, рассчитать напряженность электростатического поля более простым способом, чем с помощью принципа суперпозиции полей.

### 1.1.8. Циркуляция вектора $\vec{E}$

Циркуляцией вектора  $\vec{E}$  называется линейный интеграл по любому замкнутому контуру  $\oint_{(L)} (\vec{E}, d\vec{\ell})$  (рис. 1.11), где  $d\vec{\ell} = d\ell \cdot \vec{\tau}$ ,  $\vec{\tau}$  – единичный вектор,

касательный к контуру в данной точке;  $d\ell$  – элемент длины контура в окрестности данной точки.

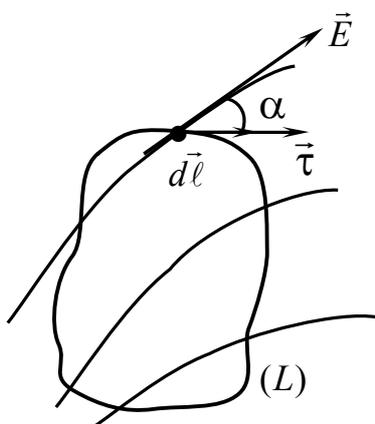


Рис. 1.11

С физической точки зрения циркуляция вектора  $\vec{E}$  представляет собой работу электрических сил по перенесению единичного положительного заряда по замкнутому пути. В силу потенциальности электростатического поля работа электростатических сил по любому замкнутому пути равна 0.

Таким образом, для потенциального поля для любого произвольно выбранного контура

$$\oint_{(L)} (\vec{E}, d\vec{\ell}) = 0. \quad (1.22)$$

В природе, однако, существуют и другие, непотенциальные электрические поля. Причиной их возникновения является любое изменяющееся магнитное поле (в том числе и созданное движущимся зарядом). Линии напряженности такого поля замкнуты, а работа сил поля зависит от формы пути и на замкнутом пути оказывается отличной от 0.

Циркуляция вектора напряженности вихревого электрического поля определяется одним из уравнений Максвелла:

$$\oint_{(L)} (\vec{E}, d\vec{\ell}) = - \oint_{(s)} \left( \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{s} \right), \quad (1.23)$$

где  $\vec{B}$  – вектор магнитной индукции нестационарного магнитного поля.

## 1.2. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Магнитное поле – это силовое поле, действующее на движущиеся электрические заряды, проводники с током и на тела, обладающие магнитным моментом (независимо от состояния их движения). Эти же объекты являются источниками магнитных полей.

Так, например, магнитное поле создается токами в электролитах, электрическими разрядами в газах, катодными и анодными лучами, проявляется

при движении электронов в атомах, при колебаниях атомных ядер в молекулах, при изменении ориентации элементарных диполей в диэлектриках и т. д. Природа этих источников едина: магнитное поле возникает в результате движения заряженных микрочастиц (электронов, протонов, ионов), а также благодаря наличию у микрочастиц собственного (спинового) магнитного момента.

Силовой характеристикой магнитного поля является магнитная индукция  $\vec{B}$ . Значение  $\vec{B}$  определяет силу, действующую в данной точке поля на движущийся электрический заряд, проводник с током или на тело, обладающее магнитным моментом  $\vec{P}_m$ . В СИ единица магнитной индукции получила название *тесла* (Тл):

$$1 \text{ Тл} = 1 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{А} \cdot \text{м}^2} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{А} \cdot \text{м}^2} = 1 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{м}^2}. \quad (1.24)$$

Магнитного аналога точечному электрическому заряду в природе не существует. Пробным телом, пригодным для определения и измерения магнитного поля, может быть элементарный контур с током, магнитным полем которого можно пренебречь.

Количественной характеристикой плоского контура с током  $I$  является его магнитный момент  $\vec{P}_m$ :

$$\vec{P}_m = IS\vec{n}, \quad (1.25)$$

где  $S$  – площадь поверхности, ограниченной контуром  $L$ ;  $\vec{n}$  – единичный вектор нормали к этой поверхности.

Направления тока и вектора  $\vec{n}$  образуют правовинтовую систему (рис. 1.12).

На плоский контур с током, помещенный в однородное магнитное поле, действует момент сил

$$\vec{M} = [\vec{P}_m, \vec{B}]. \quad (1.26)$$

В положении равновесия контура  $\vec{P}_m \uparrow \uparrow \vec{B}$ .

Модуль вектора  $M = p_m B \sin(\vec{n}, \vec{B})$ .

Соотношение (1.26) можно рассматривать как определение магнитной индукции:

$$|\vec{B}| = \frac{M_{\max}}{P_m}, \quad (1.27)$$

где  $M_{\max}$  – максимальный момент сил, действующий на контур с током.

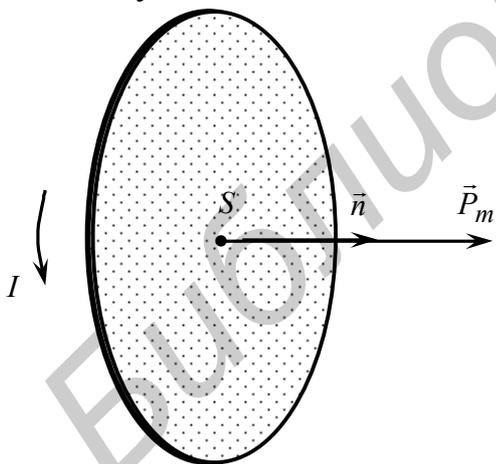


Рис. 1.12

Направление вектора  $\vec{B}$  определяется направлением магнитного момента  $\vec{P}_m$  в равновесном положении контура.

Основной задачей теории магнитного поля является расчет характеристик магнитного поля произвольной системы токов (движущихся электриче-

ских зарядов). В основе метода расчета магнитных полей лежит *принцип суперпозиции*.

Магнитное поле, порождаемое несколькими движущимися зарядами (токами), в данной точке пространства равно векторной сумме магнитных полей, порождаемых каждым зарядом (током) в этой точке в отдельности.

### 1.2.1. Сила Ампера

На проводник с током, помещенный в магнитное поле, действует сила, определяемая законом Ампера.

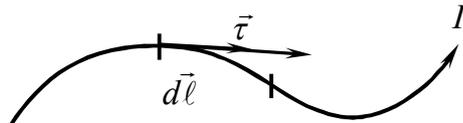


Рис. 1.13

В законах магнитного взаимодействия ту же роль, что и точечный заряд в электрических взаимодействиях, играет элемент тока. Элементом тока называют вектор  $I d\vec{\ell}$ , где  $I$  – сила тока, протекающего по участку проводника длиной  $d\ell$ , а направление вектора  $d\vec{\ell}$  совпадает с направлением протекающего тока на

участке (рис. 1.13), т. е.  $d\vec{\ell} = d\ell \vec{\tau}$ . Здесь  $\vec{\tau}$  – единичный вектор, касательный к проводнику в рассматриваемой точке.

Сила, действующая со стороны магнитного поля с индукцией  $\vec{B}$  на помещенный в него элемент тока, определяется законом Ампера:

$$d\vec{F} = I [d\vec{\ell}, \vec{B}]. \quad (1.28)$$

На проводник с током конечной длины и произвольной конфигурации в магнитном поле действует сила

$$\vec{F} = \int_{(\ell)} I [d\vec{\ell}, \vec{B}]. \quad (1.29)$$

Сила Ампера не действует лишь на те участки проводника, направление тока в которых совпадают с направлением вектора  $\vec{B}$ .

Модуль силы Ампера, действующей на элемент тока, равен

$$|d\vec{F}| = IBd\ell \sin\alpha, \quad (1.30)$$

где  $\alpha$  – угол между вектором  $\vec{B}$  и элементом тока  $I d\vec{\ell}$ .

Направление силы Ампера задается правилом векторного произведения и проще всего определяется по правилу буравчика: векторы, входящие в векторное произведение, следует продолжить либо перенести параллельно самим себе так, чтобы они выходили из одной точки; в точку их пересечения следует поместить буравчик так, чтобы он был перпендикулярен плоскости, в которой расположены векторы; рукоятку буравчика нужно поворачивать от первого вектора, стоящего в векторном произведении, ко второму по наименьшему углу (рис. 1.14). Поступательное движение острия буравчика при этом укажет на направление силы Ампера. Таким образом, сила Ампера всегда перпендикулярна направлению тока в проводнике и вектору  $\vec{B}$ . На рис. 1.14. векторы  $I d\vec{\ell}$  и  $\vec{B}$  лежат в плоскости, параллельной плоскости  $XOY$ .

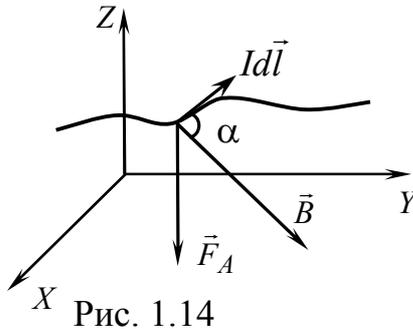


Рис. 1.14

### 1.2.2. Закон Био–Савара–Лапласа

Для магнитного поля, имеющего вихревой характер, невозможно ввести понятие потенциала как его энергетической характеристики, поэтому основным параметром магнитного поля является силовая характеристика поля – вектор магнитной индукции  $\vec{B}$ .

Экспериментально выведенный закон Био–Савара–Лапласа позволяет определить вектор магнитной индукции поля, созданного элементом тока  $I d\vec{\ell}$  в произвольной точке пространства, определяемой радиусом-вектором  $\vec{r}$ :

$$d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{r}', \vec{r} - \vec{r}']}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}. \quad (1.31)$$

Вектор  $d\vec{B}(\vec{r})$  перпендикулярен плоскости, содержащей векторы  $d\vec{r}'$  и  $\vec{r} - \vec{r}'$ , а его направление определяется правилом буравчика (рис. 1.15).

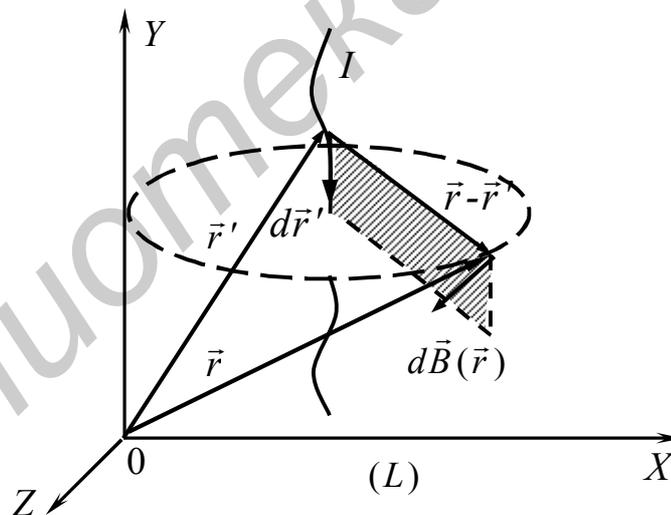


Рис. 1.15

Согласно принципу суперпозиции магнитных полей:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i(\vec{r}). \quad (1.32)$$

Полагая, что принцип суперпозиции справедлив для полей, создаваемых элементами тока, можно для произвольного проводника с током определить вектор  $\vec{B}$  следующим образом:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{(\ell)} \frac{I [d\vec{r}', \vec{r} - \vec{r}']}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}. \quad (1.33)$$

Магнитное поле так же, как и электрическое, можно изображать графически при помощи линий магнитной индукции – воображаемых линий, касательные к которым содержат  $\vec{B}$  в данной точке поля (рис. 1.16). Подобно линиям напряженности электрического поля, линии магнитного поля проводят с такой густотой, чтобы число линий, пересекающих единицу поверхности, перпендикулярную к ним, было равно (пропорционально) численному значению вектора индукции магнитного поля в данном месте.

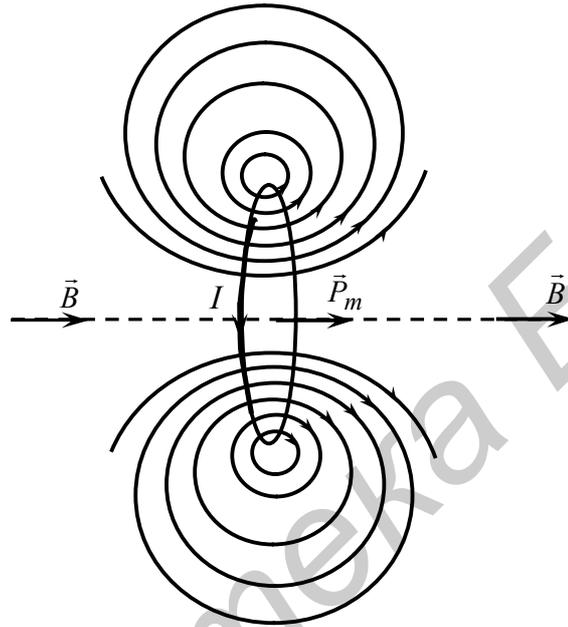


Рис. 1.16

### 1.2.3. Теорема Гаусса и теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$

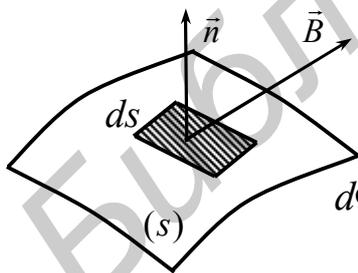


Рис. 1.17

Потоком  $d\Phi$  вектора магнитной индукции через элементарную площадку  $ds$  (рис. 1.17) называют скалярное произведение  $(\vec{B}, d\vec{s})$ :

$$d\Phi = (\vec{B}, d\vec{s}) = (\vec{B}, \vec{n}) ds = B \cdot ds \cdot \cos(\vec{n}, \vec{B}) = B_n ds. \quad (1.34)$$

Поток  $\Phi$  через произвольную поверхность равен

$$\Phi = \int_{(s)} (\vec{B}, d\vec{s}). \quad (1.35)$$

*Теорема Гаусса:* поток вектора индукции магнитного поля  $\vec{B}$  через любую замкнутую поверхность равен 0:

$$\oint_{(s)} (\vec{B}, d\vec{s}) = 0 \quad (1.36)$$

или в дифференциальной форме

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0. \quad (1.37)$$

Эта теорема выражает тот факт, что силовые линии магнитного поля замкнуты, поэтому число линий вектора  $\vec{B}$ , выходящих из любой области пространства, всегда равно числу линий, входящих в эту область.

Записанная в дифференциальной форме теорема Гаусса ( $\operatorname{div} \vec{B} = 0$ ) показывает, что в природе не существует точечных магнитных зарядов, аналогичных электрическим.

*Теорема о циркуляции:* циркуляция вектора  $\vec{B}$  по произвольному контуру ( $\ell$ ) равна произведению  $\mu_0$  на алгебраическую сумму токов, охваченных контуром (рис. 1.18):

$$\oint_{(\ell)} (\vec{B}, d\vec{\ell}) = \mu_0 \sum_{i=1}^N I_i \quad (1.38)$$

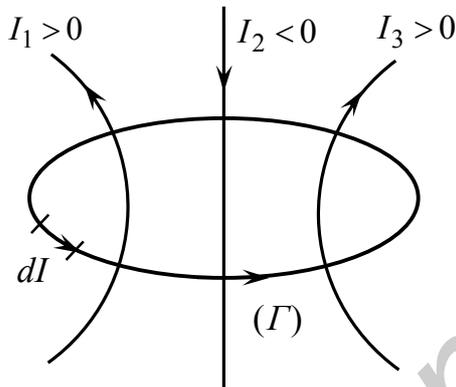


Рис. 1.18

Ток считается положительным, если его направление образует с направлением обхода кругового контура ( $\Gamma$ ) правый винт (см. рис. 1.18).

Для тока, распределенного с какой-то плотностью  $\vec{j}$ , формула (1.38) принимает вид

$$\oint_{(\Gamma)} (\vec{B}, d\vec{\ell}) = \mu_0 \int_{(s)} (\vec{j}, d\vec{s}). \quad (1.39)$$

#### 1.2.4. Действие электромагнитного поля на заряженные частицы

Электрическое и магнитное поля можно рассматривать отдельно только в случаях стационарных полей, т. е. полей, не меняющихся со временем. В общем случае электрическое и магнитное поля являются компонентами единого электромагнитного поля, подчиняющимися уравнениям Максвелла:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0, \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{D} &= \rho. \end{aligned} \quad (1.40)$$

Для решения конкретных задач уравнения Максвелла необходимо дополнить уравнениями:

$$\begin{aligned}\vec{D} &= \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}, \\ \vec{B} &= \mu\mu_0\vec{H}, \\ \vec{j} &= \sigma\vec{E},\end{aligned}\tag{1.41}$$

где  $\sigma$  – удельная электропроводность, а также конкретными граничными условиями.

Движение заряженной частицы в электромагнитном поле описывается уравнением

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}],\tag{1.42}$$

где  $\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$  – импульс частицы.

Этой системы уравнений достаточно для описания всех электромагнитных явлений, в которых не проявляются квантовые эффекты.

Выражение для силы, действующей на заряженную частицу в электромагнитном поле, было получено Лоренцем, поэтому она так и называется – сила Лоренца:

$$\vec{F}_L = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}],\tag{1.43}$$

где  $\vec{F}_E = q\vec{E}$  – электрическая составляющая силы Лоренца;  $\vec{F}_M = q[\vec{v}, \vec{B}]$  – магнитная составляющая.

Направление  $\vec{F}_E$  для положительного заряда определяется направлением вектора  $\vec{E}$ . Направление  $\vec{F}_M$  для положительного заряда определяется правилом правого винта (буравчика) (рис. 1.19, а). В случаях отрицательных зарядов направления сил меняются на противоположные (рис. 1.19, б).

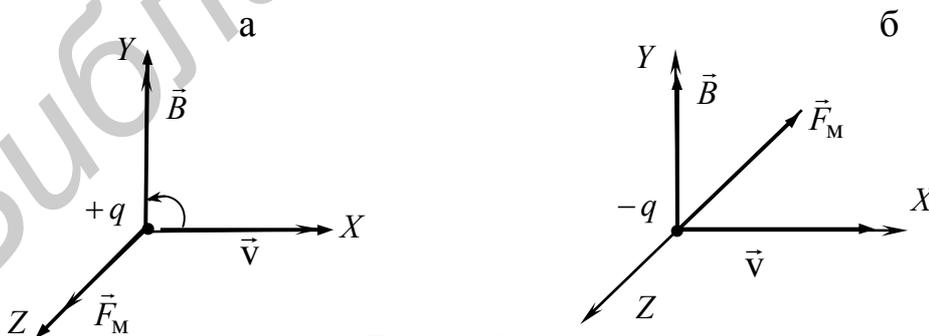


Рис. 1.19

Численное значение магнитной составляющей силы Лоренца равно

$$F_M = |q| \cdot v \cdot B \sin(\vec{v}, \vec{B}).\tag{1.44}$$

Уравнения Максвелла в интегральной форме имеют вид:

$$\oint_{(L)} (\vec{E}, d\vec{l}) = - \int_{(S)} \left( \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{s} \right); \quad \oint_{(S)} (\vec{B}, d\vec{s}) = 0,$$

$$\oint_{(L)} (\vec{H}, d\vec{l}) = \int_{(S)} \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, d\vec{s} \right); \quad \oint_{(S)} (\vec{D}, d\vec{s}) = \int_{(V)} \rho dV.$$

### 1.2.5. Явление электромагнитной индукции

В 1831 г. английский физик М.Фарадей обнаружил, что при изменении магнитного потока через поверхность, ограниченную проводящим контуром, в контуре возникает электрический ток. Этот ток называют индукционным, а само явление – явлением электромагнитной индукции. Индукционный ток обусловлен действием в контуре ЭДС индукции  $\varepsilon_i$ , величина которой определяется законом Фарадея:

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt}, \quad (1.45)$$

где  $\frac{d\Phi}{dt}$  – скорость изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром.

Тогда сила индукционного тока  $I_i$  в контуре пренебрежимо малой индуктивности контура (см. ниже) определяется законом Ома:

$$I_i = \frac{1}{R} \varepsilon_i = - \frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt}, \quad (1.46)$$

где  $R$  – сопротивление контура.

Следует подчеркнуть, что  $\varepsilon_i$  не зависит от способа изменения магнитного потока, а определяется лишь скоростью его изменения.

Магнитный поток может быть изменен:

- а) изменением во времени вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ ;
- б) изменением площади поверхности, ограниченной контуром;
- в) изменением ориентации контура относительно линий магнитного поля.

Направление индукционного тока определяется правилом Ленца: индукционный ток всегда направлен так, чтобы противодействовать причине, его вызывающей.

Знак магнитного потока  $\Phi$  связан с направлением нормали к поверхности, ограниченной контуром, а знак ЭДС  $\varepsilon_i$  связан с выбором направления обхода по контуру. При выборе направлений в соответствии с правилом правого винта величины  $\varepsilon_i$  и  $\frac{d\Phi}{dt}$  имеют противоположные знаки.

Рассмотрим круговой контур  $(L)$  и выберем единичный вектор  $\vec{n}$  нормали к его поверхности в направлении внешнего поля  $\vec{B}$  (рис. 1.20). Положитель-

ным считается индукционный ток, образующий правый винт с вектором  $\vec{n}$ , т. е. текущий против часовой стрелки. Тогда, если  $\frac{d\Phi}{dt} > 0$  (поток через контур увеличивается), из (1.46) следует, что  $I_i < 0$ , т. е. индукционный ток направлен по часовой стрелке. Таким образом, созданное им поле  $\vec{B}'$  направлено противоположно вектору  $\vec{n}$  и, следовательно, препятствует в соответствии с правилом Ленца росту потока вектора  $\vec{B}$ .

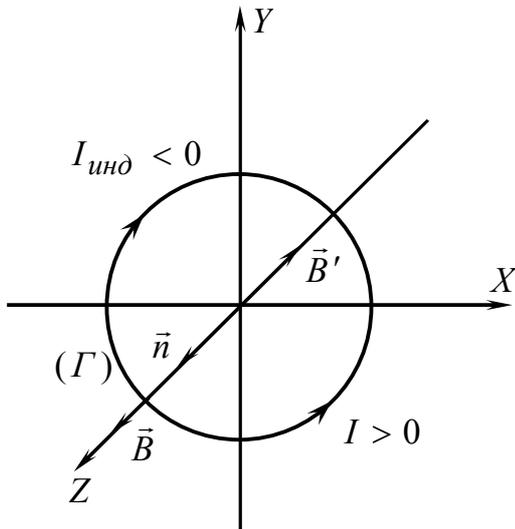


Рис. 1.20

Если замкнутый контур состоит из  $N$  витков, то  $\varepsilon_i$ , индуцируемая в контуре, будет равна сумме ЭДС, индуцируемых в каждом из витков. Если магнитный поток, охватываемый каждым витком, один и тот же и равен  $\Phi_1$ , то суммарный поток

$$\Phi = N\Phi_1. \quad (1.47)$$

Этот полный магнитный поток называется потокосцеплением.

В этом случае

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt}. \quad (1.48)$$

Согласно электродинамике Максвелла, изменяющееся во времени магнитное поле порождает вихревое электрическое, циркуляция которого вдоль любого замкнутого контура равна ЭДС индукции, возникающей в совпадающем с ним линейном проводнике. Таким образом, замкнутый проводник является индикатором вихревого электрического поля, порождаемого нестационарным магнитным полем.

### 1.2.6. Явление самоиндукции

Рассмотрим контур, по которому течет ток. Силовые линии магнитного поля, созданного током в витке, пронизывают виток, т. е. создают магнитный поток, пронизывающий контур. Изменение тока в витке приводит к изменению этого магнитного потока, что ведет к возникновению ЭДС индукции в том же контуре. Данное явление получило название самоиндукции.

Магнитный поток, созданный током  $I$  в контуре индуктивностью  $L$ , равен

$$\Phi = LI. \quad (1.49)$$

Следовательно,

$$\varepsilon_{si} = -\frac{d}{dt}(LI) = -L \frac{dI}{dt} - I \frac{dL}{dt}. \quad (1.50)$$

Если  $L = \text{const}$ , то

$$\varepsilon_{si} = -L \frac{dI}{dt}. \quad (1.51)$$

### 1.2.7. Явление взаимной индукции

Рассмотрим два (и более) контура (рис. 1.21), между которыми имеется магнитная связь.

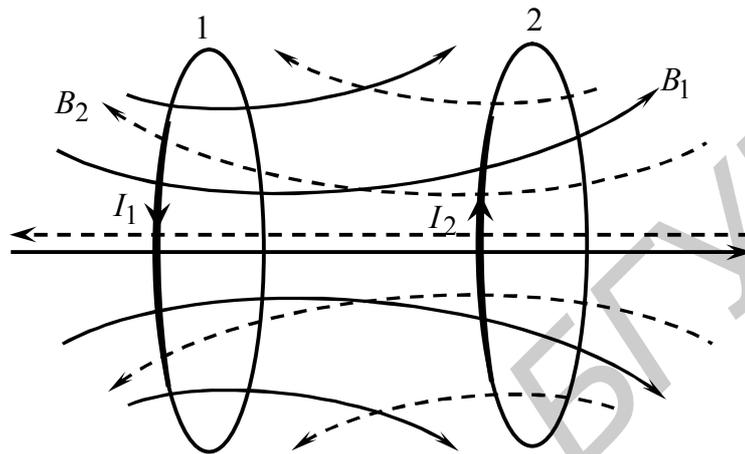


Рис. 1.21

Магнитная связь проявляется в том, что при всяком изменении тока в одном контуре в другом возникает ЭДС индукции. Это явление получило название взаимоиндукции:

$$\varepsilon_{1\text{вз.инд}} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}; \quad (1.52)$$

$$\varepsilon_{2\text{вз.инд}} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}, \quad (1.53)$$

где  $L_{12} = L_{21}$  – коэффициенты, называемые взаимной индуктивностью контуров.

## 1.3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

Электрические и магнитные свойства различных веществ, обнаруженные экспериментально, длительное время не поддавались научному объяснению. И только создание Максвеллом теории единого электромагнитного поля, открытия в области атомной физики и квантовой электродинамики позволили объяснить и описать такие загадочные с точки зрения классической физики явления, как сегнето- и пьезоэлектричество, ферро- и диамагнетизм и т. д.

Однако независимо от того, какое из явлений изучается и описывается теоретически, все теории основаны на представлении о том, что молекулы любого вещества вследствие внутримолекулярного движения электронов, а также

наличия собственных магнитных моментов электронов и ядер обладают магнитным моментом. Именно электрические заряды атомов и молекул, из которых состоит вещество, определяют его диэлектрические свойства, и именно магнитные моменты атомных ядер и электронных оболочек определяют магнитные свойства веществ.

Вещества, внутри которых возможно создание и существование статических электрических полей, относятся к классу диэлектриков, среди которых встречаются химические соединения с весьма необычными свойствами, например сегнетоэлектрики.

Что касается магнитного поля, то в любом веществе его можно создать, поместив кусок вещества во внешнее магнитное поле. И если все без исключения диэлектрики ведут себя во внешнем электрическом поле таким образом, что возникшее внутри данного диэлектрика электрическое поле слабее, чем электрическое поле в вакууме, то в магнетиках магнитное поле может быть как слабее, так и сильнее, чем в вакууме.

### 1.3.1. Диэлектрики во внешнем электрическом поле

Возникновение электростатического поля возможно в тех веществах, структуру которых составляют связанные электрические заряды, например вещества, состоящие из нейтральных молекул или атомов, положительных и отрицательных ионов, составляющих кристаллическую решетку, и т. д.

Внешнее электрическое поле оказывает силовое действие на каждый заряд внутри диэлектрика, в результате чего происходит смещение электрических зарядов, причём положительные и отрицательные заряды смещаются в противоположные стороны. Результатом такого смещения являются, во-первых, поляризация диэлектрика, а следовательно, и возникновение электрического поля внутри него, а во-вторых – деформация. Деформация любого диэлектрика под действием внешнего электрического поля называется электрострикцией или обратным пьезоэффектом.

Поскольку структуру диэлектриков составляют связанные заряды, то их поведение во внешнем электрическом поле удобно описывать физической величиной, называемой вектором *поляризованности*  $\vec{P}$ .

Для любой электрически нейтральной системы однозначно определено

понятие дипольного момента системы  $\vec{p}_e = \sum_{i=1}^N q_i \vec{r}_i$ , где  $\vec{r}_i$  – радиус-вектор

$i$ -го заряда системы (легко показать, что для электрически нейтральной системы, т. е. в случае  $\sum_{i=1}^N q_i = 0$ , значение вектора  $\vec{p}_e$  не зависит от выбора начала

координат). Молекулы, для которых  $\vec{p}_e = 0$ , называются неполярными. В противном случае – полярными. Полярная молекула может быть представлена в виде эквивалентного диполя, т. е. системы из двух одинаковых по величине и

противоположных по знаку точечных зарядов, находящихся на расстоянии друг от друга (рис. 1.22).

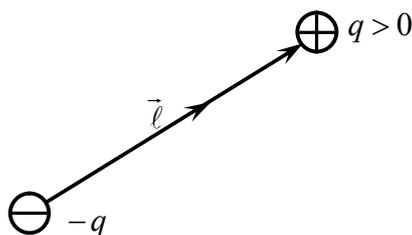


Рис.1.22

В этом случае  $\vec{p}_e = q\vec{l}$ , где  $q$  – суммарный положительный заряд молекулы;  $\vec{l}$  – вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному;  $l$  – расстояние между ними.

Во внешнем электрическом поле на диполь действует механический момент пары сил (рис. 1.23), поворачивающий диполь вдоль силовых линий:

$$\vec{M} = [\vec{p}_e, \vec{E}].$$

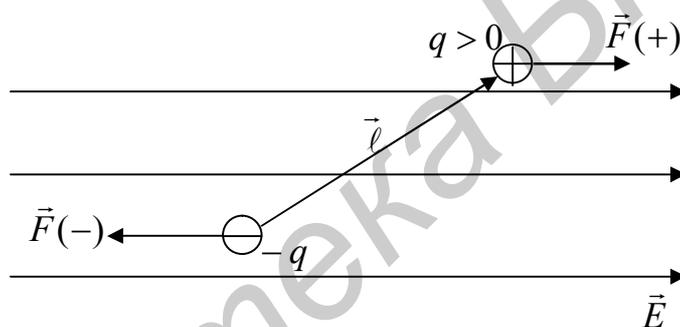


Рис. 1.23

Поляризованность  $\vec{P}$  – количественная мера поляризации диэлектрика. Возникновение поляризационных зарядов на поверхности диэлектрика является макроскопическим проявлением тех молекулярных процессов, которые обусловлены действием электрического поля на связанные заряды нейтральных микрочастиц (атомов, молекул) или ионов, образующих диэлектрическую среду (в кристаллических диэлектриках). Микрочастицы, обладающие электрическим дипольным моментом  $\vec{p}_e$ , ориентируются в направлении поля  $\vec{E}$  (рис. 1.24, а). В результате на противоположных гранях диэлектрика возникают поляризационные «связанные» заряды.

Если нейтральная микрочастица при отсутствии поля не имеет дипольного момента (атомы и неполярные молекулы), то под действием поля ее связанные заряды разных знаков сместятся в противоположных направлениях (положительные ядра – по полю, а электроны – против поля) (рис. 1.24, б). Микрочастицы приобретут дипольный момент  $\vec{p}_e$ , который будет сонаправлен с вектором напряженности  $\vec{E}$ . Такие диполи, возникающие при деформации атомов и молекул в поле, называются квазиупругими диполями.

В случае ионных кристаллических диэлектриков положительные ионы сместятся по полю, а отрицательные – против поля (рис. 1.24, в), т. е. кристаллические подрешетки как бы сдвинутся относительно друг друга на некоторую величину  $\Delta\vec{\ell}$ . В результате весь образец приобретет результирующий дипольный момент  $\vec{p} = q \Delta\vec{\ell}$ , где  $q$  – общий положительный заряд образца, а на противоположных его гранях возникнут нескомпенсированные заряды.

Возникающий во всех трех случаях дипольный момент всего образца зависит от числа микрочастиц, находящихся в его объеме. Для характеристики степени поляризации диэлектрика вводится *поляризованность*  $\vec{P}$ , которая по определению равна дипольному моменту единицы объема диэлектрика.

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{p}_{e_i}. \quad (1.54)$$

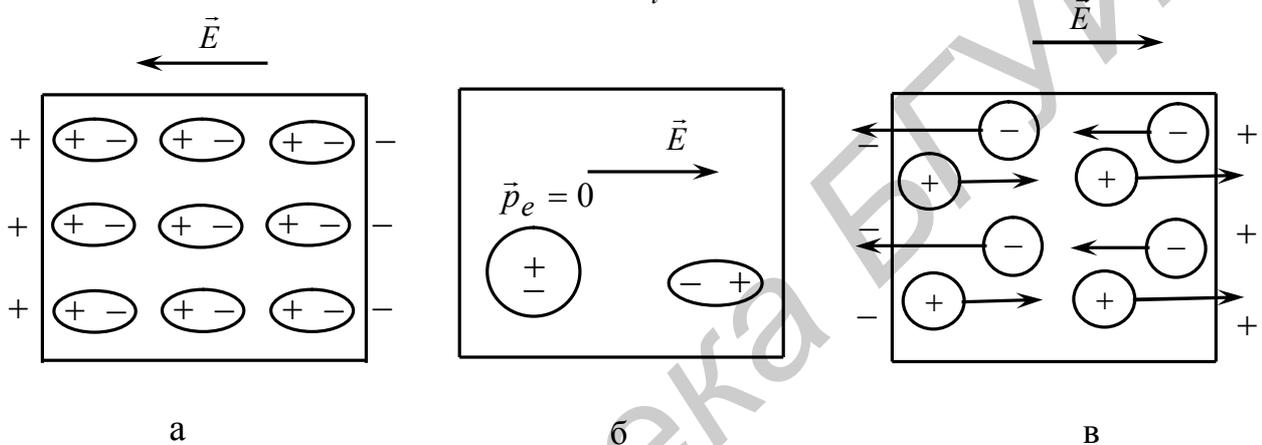


Рис. 1.24

Все перечисленные диэлектрики являются изотропными, то есть их свойства одинаковы во всех направлениях. При отсутствии внешнего электрического поля тепловое движение ориентирует дипольные моменты произвольным образом так что совокупный дипольный момент любого макроскопического объема равен 0. Поляризованность в изотропном диэлектрике связана с напряженностью внешнего электрического поля  $\vec{E}$  следующим соотношением:

$$\vec{P} = \alpha \epsilon_0 \vec{E}, \quad (1.55)$$

где  $\alpha$  – диэлектрическая восприимчивость, определяемая только химическим составом и структурой диэлектрика.

Вектор

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (1.56)$$

называется вектором электрического смещения. Для изотропных диэлектриков в соответствии с (1.54)

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}. \quad (1.57)$$

Величину  $\epsilon = 1 + \alpha$  называют диэлектрической проницаемостью диэлектрика.

В природе существуют кристаллические вещества со сложной внутренней структурой, свойства которых отличаются от свойств обычных изотропных

диэлектриков (анизотропные диэлектрики). Их физические свойства также описываются вектором поляризованности  $\vec{P}$  и вектором электрического смещения  $\vec{D}$ , определяемыми формулами (1.54) и (1.56). Однако их связь с вектором  $\vec{E}$  более сложная, чем (1.55) и (1.57).

### 1.3.2. Сегнетоэлектрики

Одними из наиболее интересных по своим физическим свойствам диэлектриков являются сегнетоэлектрики. От обычных диэлектриков сегнетоэлектрики отличаются, во-первых, наличием спонтанной (т. е. самопроизвольной) поляризации при отсутствии внешнего электрического поля, во-вторых, сохранением поляризации после снятия поля (остаточной поляризацией), в-третьих, нелинейной зависимостью поляризованности от напряженности внешнего поля  $\vec{E}$  и, наконец, присущим всем сегнетоэлектрикам явлением гистерезиса. Нелинейные свойства сегнетоэлектрика связаны с тем, что благодаря особой кристаллической структуре внутри сегнетоэлектрика спонтанно образуются микроскопические области – домены, в каждом из которых дипольные моменты всех молекул данной области направлены строго определенным образом. Эта спонтанная поляризация соответствует минимальной энергии домена. При отсутствии внешнего поля дипольные моменты доменов ориентированы хаотически и весь образец не поляризован.

При внесении сегнетоэлектрика во внешнее электрическое поле наиболее энергетически выгодные домены начинают расти, изменяя свои границы за счёт соседних доменов. Минимальную энергию имеют те домены, вектор поляризации которых составляет наименьший угол с направлением вектора напряженности внешнего электрического поля. Затем происходит поворот дипольных моментов доменов в направлении внешнего поля. В достаточно сильных полях наступает явление насыщения, то есть весь образец представляет собой один сплошной домен. На рис. 1.25 и 1.26 процесс поляризации сегнетоэлектриков представлен участком 1.

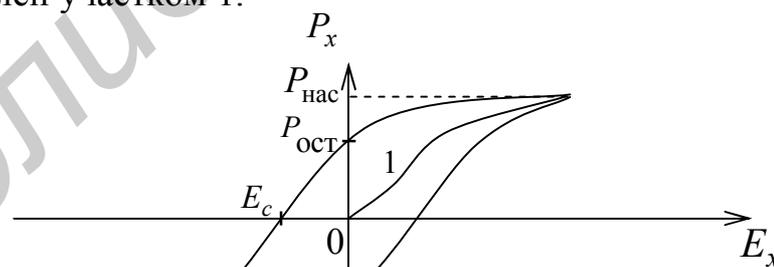


Рис. 1.25

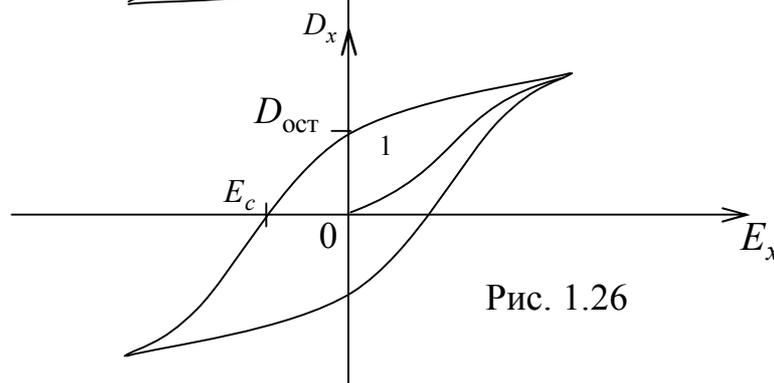


Рис. 1.26

Здесь  $P_x$  и  $E_x$  – проекции векторов  $\vec{P}$  и  $\vec{E}$  на полярное направление ОХ в кристалле, вдоль которого  $\vec{P}$  и  $\vec{E}$  сонаправлены.

Если внешнее поле убрать, то сегнетоэлектрик не возвратится в исходное состояние, поскольку процесс изменения границ доменов необратим, и сегнетоэлектрик останется поляризованным. Величина вектора поляризованности  $\vec{P}$  после снятия внешнего поля называется остаточной поляризованностью (см. рис. 1.25).

Для того чтобы остаточное поле убрать, сегнетоэлектрик нужно поместить во внешнее электрическое поле, направленное в сторону, противоположную вектору остаточной поляризованности. Напряженность электрического поля, в которое необходимо внести сегнетоэлектрик для устранения остаточной поляризованности, называется коэрцитивной силой  $E_c$ . Если обратное поле увеличивать и дальше, сегнетоэлектрик опять поляризуется до насыщения, причем вектор поляризованности вновь будет совпадать по направлению с напряженностью внешнего поля. Таким образом, значение вектора поляризованности в данном образце зависит не только от того, в какое внешнее поле внесен сегнетоэлектрик, но и от того, в каком состоянии он находился перед этим (был ли поляризован и каким образом). Явление неоднозначной зависимости  $P_x$  от  $E_x$  носит название гистерезиса (отставание, запаздывание, предыстория), а кривая, изображенная на рис. 1.26 – петли гистерезиса. Площадь внутри петли гистерезиса характеризует энергию, необходимую для полной переполаризации сегнетоэлектрика. Характерной особенностью сегнетоэлектриков является и то обстоятельство, что необычные свойства этих веществ проявляются только в определенном интервале температур. Для каждого конкретного сегнетоэлектрика существует строго определенная температура, называемая температурой или точкой Кюри ( $T_c$ ), ниже которой вещество проявляет свои сегнетоэлектрические свойства, а выше которой превращается в обычный диэлектрик. Существование точки Кюри связано с тем, что выше этой температуры доменная структура разрушается.

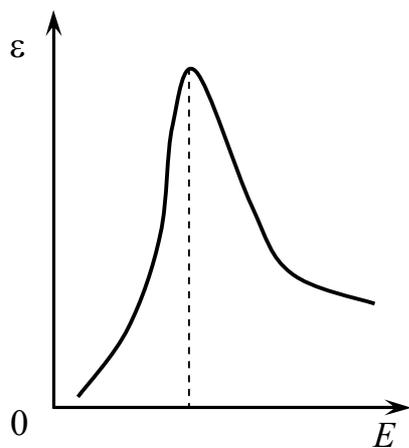


Рис. 1.27

Нелинейной зависимостью от  $E$  характеризуется и диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектриков  $\varepsilon$  (рис. 1.27).

### 1.3.3. Магнетики во внешнем магнитном поле

Как уже указывалось, магнитные свойства вещества связаны с магнитными свойствами микрочастиц, входящих в состав атомов, молекул или ионов вещества. Электроны в атомах, движущиеся по круговым орбитам, можно представить как микроскопический круговой ток  $I = ev$ , где  $e$  – элементарный заряд, а  $v$  – число оборотов в единицу времени.

Магнитным моментом замкнутого тонкого проводника с током называют физическую величину  $\vec{p}_m = IS\vec{n}$ , где  $I$  – ток в витке,  $S$  – его площадь,  $\vec{n}$  – нормаль к витку.

Таким образом, движение электронов в атоме по боровским орбитам можно свести к существованию системы круговых токов в атоме, создающих соответствующие магнитные моменты (так называемые орбитальные магнитные моменты).

С точки зрения современной квантовой механики магнитные моменты элементарных частиц (электронов, протонов и нейтронов), входящих в состав атома, определяются более сложным образом, однако всегда можно представить полный магнитный момент всего образца как векторную сумму магнитных моментов отдельных атомов, каждый из которых, в свою очередь, является суммой магнитных моментов ядра атома и электронов оболочки. При внесении того или иного магнетика во внешнее магнитное поле магнитные моменты отдельных атомов изменяют свою ориентацию и образец намагничивается. Количественной мерой намагничивания является намагниченность  $\vec{J}$  – суммарный магнитный момент единицы объема вещества:

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{p}_{mi} . \quad (1.58)$$

Величину

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} , \quad (1.59)$$

где  $\vec{B}$  – вектор магнитной индукции внутри магнетика, называют напряженностью магнитного поля. Количественной характеристикой, определяющей изменение поля в изотропной среде, является безразмерная величина, называемая магнитной проницаемостью  $\mu$ :

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H} . \quad (1.60)$$

### 1.3.4. Магнетики. Ферромагнетики

Все вещества в природе по своим магнитным свойствам можно отнести к трем типам: парамагнетики, диамагнетики и ферромагнетики. Магнитное поле в парамагнетике всегда сильнее, чем в вакууме ( $\mu > 1$ ), хотя магнитная проницаемость и отличается от 1 очень незначительно. Парамагнетики втягиваются

во внешнее магнитное поле, а намагниченность парамагнетика практически никогда не достигает насыщения.

Диамagnetики, напротив, выталкиваются из внешнего магнитного поля, магнитная проницаемость  $\mu < 1$ , но также имеет порядок 1.

К ферромагнетикам относятся вещества с целым рядом особых свойств, наиболее интересным из которых является способность сохранять намагниченность и в отсутствие внешнего поля. К ферромагнетикам относятся железо, кобальт, никель, гадолиний и их сплавы, а также некоторые другие ферромагнитные материалы.

Отличие ферромагнетиков от других магнетиков заключается в следующем.

1. Магнитная проницаемость ферромагнетиков достигает огромных значений:  $10^4 - 10^5$ .

2. Магнитная проницаемость  $\mu$  зависит сложным образом от напряженности магнитного поля, в которое помещен ферромагнетик.

3. Намагниченность образца  $\vec{J}$  и вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  поля внутри ферромагнетика зависят от напряженности магнитного поля нелинейно, причем намагниченность  $\vec{J}$  при увеличении внешнего поля достаточно быстро достигает насыщения и далее остается неизменной при любом увеличении напряженности внешнего магнитного поля.

4. После вынесения образца из внешнего поля он остается намагниченным до тех пор, пока каким-либо внешним воздействием остаточную намагниченность не устранить.

5. Намагниченность ферромагнетика во внешнем поле зависит не только от напряженности внешнего поля, но и от того, в каком состоянии находился образец перед тем, как его в это поле поместили. Такое явление (аналогичное тому, что наблюдается для сегнетоэлектриков в электрическом поле) называется гистерезисом.

6. Для каждого ферромагнетика существует определенная температура, называемая температурой (или точкой) Кюри, при нагревании выше которой ферромагнетики теряют свои свойства и превращаются в обычные парамагнетики.

Графические зависимости модулей вектора намагниченности  $J$ , индукции магнитного поля внутри ферромагнетика  $B$  и магнитной проницаемости  $\mu$  от модуля напряженности магнитного поля  $H$  имеют вид, изображенный на рис. 1.28.

Из графиков видно, что при увеличении напряженности внешнего поля намагниченность вначале возрастает достаточно круто (участок 1), а затем постепенно доходит до насыщения (участок 2). На участке 2 модуль вектора магнитной индукции поля внутри образца растет по линейному закону с ростом  $H$  поля.

Петля гистерезиса для ферромагнетика имеет вид, аналогичный петле гистерезиса для сегнетоэлектриков. Площадь петли гистерезиса пропорцио-

нальна энергии, которую необходимо затратить для полного перемагничивания образца.

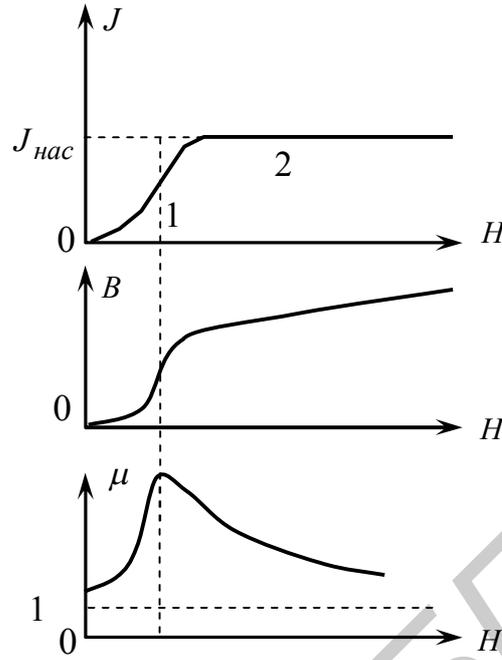


Рис. 1.28

Из рис. 1.29 видно, что, намагнитив образец до насыщения и убрав внешнее поле (участок 1), невозможно полностью размагнитить ферромагнетик

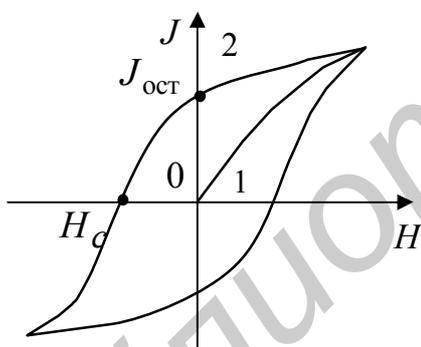


Рис. 1.29

Для того чтобы убрать остаточную намагниченность  $\vec{J}_{ост}$ , к образцу следует приложить поле противоположного направления, величина напряженности которого называется коэрцитивной силой  $H_c$ . Таким образом, ферромагнетик при любом значении напряженности поля может иметь три различных значения намагниченности, зависящие от того, в каком предыдущем состоянии образец находился до того, как его поместили во внешнее магнитное поле.

Значение коэрцитивной силы для различных материалов может быть существенно разным, поэтому ферромагнитные материалы разделяют на «мягкие» с малым значением  $H_c$  (рис. 1.30, а), и «жесткие» с большим значением  $H_c$  (рис. 1.30, б).

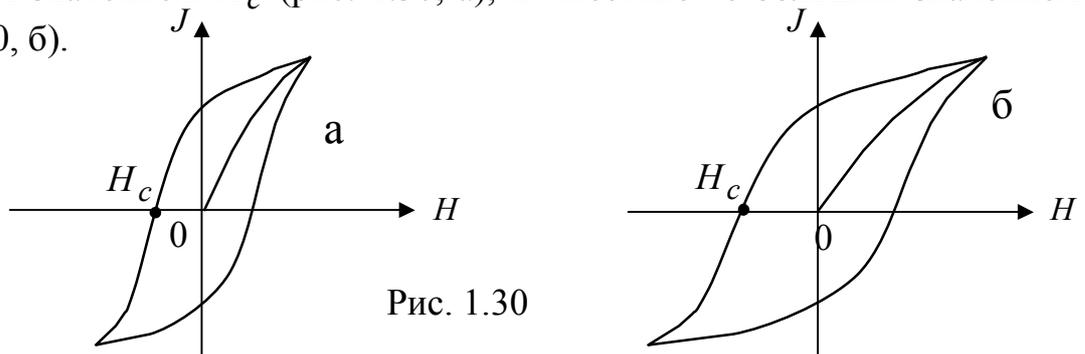


Рис. 1.30

Теория, объясняющая необычные свойства ферромагнетиков, базируется на квантовых представлениях и была разработана Я. И. Френкелем и В. Гейзенбергом.

Ферромагнитные свойства объясняются существованием внутри ферромагнетика особых микроскопических областей самопроизвольного намагничивания, называемых доменами.

Домены имеют такие размеры, что их можно различить под микроскопом. Внутри каждого домена вектор намагниченности имеет строго определенное направление, но в отсутствие внешнего поля домены ориентированы хаотично и намагниченность всего образца в целом оказывается равной нулю.

Под действием приложенного к образцу внешнего поля те домены, вектор намагниченности которых составляет наименьший угол с направлением вектора индукции внешнего магнитного поля  $\vec{B}$  (и которые энергетически более выгодны), начинают изменять свои границы, захватывая соседние домены (рис. 1.31, а). Процесс изменения границ доменов продолжается до тех пор, пока наиболее энергетически выгодные домены не поглотят все остальные, т. е. пока не образуется монодоменный образец (рис. 1.31, б).

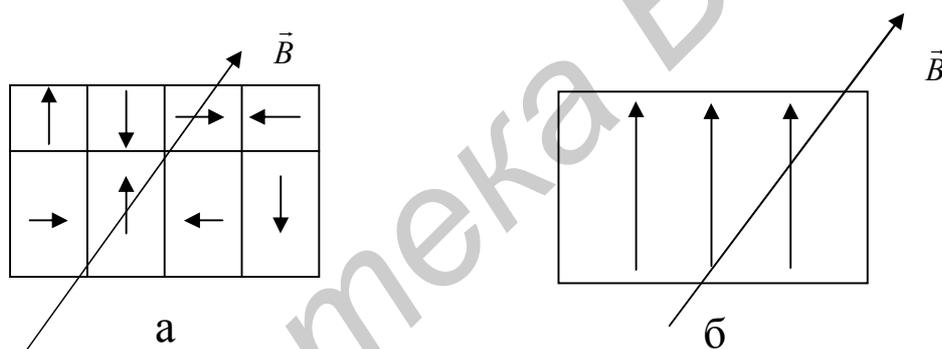


Рис. 1.31

Процесс изменения границ доменов является необратимым, поэтому после снятия внешнего поля образец не может вернуться в исходное состояние.

Если же внешнее поле продолжает увеличиваться, то вектор намагниченности внутри образца начинает изменять свою ориентацию (рис. 1.32, а) до тех пор, пока его направление не совпадет с направлением внешнего поля (рис. 1.32, б).

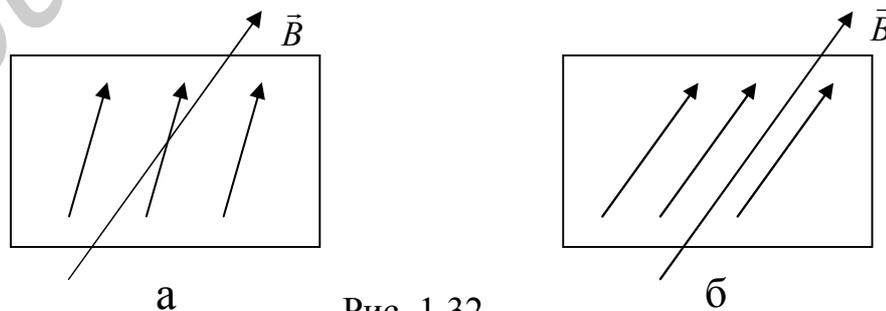


Рис. 1.32

После того как вектор намагниченности окажется ориентирован по внешнему полю, наступает состояние насыщения и никакое увеличение внешнего поля намагниченность ферромагнетика увеличить не в состоянии.

Некоторые внешние воздействия способны нарушить доменную структуру ферромагнетика. Так, например, сотрясение образца способствует размагничиванию. Еще более сильное воздействие оказывает нагревание выше точки Кюри, что приводит к потере у образца всех ферромагнитных свойств.

При намагничивании ферромагнетики изменяют свои размеры и форму. Это явление носит название магнитострикции. Наблюдается также и влияние внешних механических воздействий на вид петли гистерезиса для данного образца.

Ферромагнетики играют огромную роль в самых разных областях современной техники: магнитомягкие материалы используются в электротехнике (трансформаторы, электромоторы, генераторы и т. д.), в слаботочной технике связи и радиотехнике; магнитожесткие материалы применяются для изготовления постоянных магнитов. На использовании магнитных свойств веществ основаны целые разделы техники, такие, как магнитная запись звука и изображения, магнитная дефектоскопия, магнитная разведка полезных ископаемых.

## 2. ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

### Лабораторная работа 2.1. ИЗУЧЕНИЕ СТРОЕНИЯ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

*Цель работы:*

- ознакомиться с методом моделирования электростатических полей;
- изучить строение электростатических полей.

*Методическое обоснование работы*

Экспериментальное изучение электростатических полей сопровождается целым рядом технических трудностей, главной из которых является изменение расположения создающих поле зарядов при внесении в него индикатора, регистрирующего поле. Любой, даже самый малый по размерам и величине пробный заряд, внесенный в изучаемое поле, непременно окажет силовое действие на заряды, создающие поле, и, следовательно, исказит первоначальную картину поля. Кроме того, изучение полей, локализованных в микрообластях, становится экспериментально невозможным, поскольку крайне сложно на практике перемещать индикатор поля на микроскопические расстояния.

Именно поэтому электростатические поля изучают, применяя метод моделирования.

Методика моделирования заключается в том, что электростатическое поле  $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r})$  неподвижных зарядов, для которого  $\operatorname{rot}\vec{E} = \vec{0}$  и в области вне зарядов  $\operatorname{div}\vec{E} = 0$ , заменяется полем стационарных токов  $\vec{j} = \vec{j}(\vec{r})$  ( $\vec{j}$  – вектор плотности тока), для которого также всюду вне электродов  $\operatorname{div}\vec{j} = 0$  и  $\operatorname{rot}\vec{j} = \vec{0}$ .

Аналогия между полем неподвижных зарядов и стационарных токов состоит в том, что вектор напряженности  $\vec{E}$  перпендикулярен как поверхности заряженного проводника, так и поверхности электродов соответствующей формы, между которыми протекает электрический ток. Необходимо только, чтобы удельная электропроводность окружающей среды была значительно меньше удельной электропроводности вещества электрода, а форма и расположение электродов на модели повторяли форму и расположение изучаемых заряженных тел. Одинаковым в обоих случаях является и распределение потенциалов. Модель обычно выполняют в увеличенном масштабе, что позволяет избежать значительных искажений при проведении измерений.

Электроды определенной формы изготавливаются из металла, а пространство между ними заполняется слабопроводящей однородной средой (электропроводной бумагой, влажным песком и др.). Измерение потенциала производится с помощью зонда. Особенно удобно исследовать с помощью зонда плоские поля, т. е. такие, для которых векторы  $\vec{E}$  лежат в параллельных плоскостях, а потенциал и напряженность зависят всего от двух координат. В этом случае требуется измерение потенциала и напряженности только в одной из плоскостей.

В лабораторной работе моделируются поле линейного диполя и радиальное поле в вакууме (на рис. 2.1 макеты I, II). Макеты представляют собой лист электропроводной бумаги (бумаги с добавлением графита или сажи), на которой закреплены металлические электроды, подсоединенные к источнику постоянного тока.

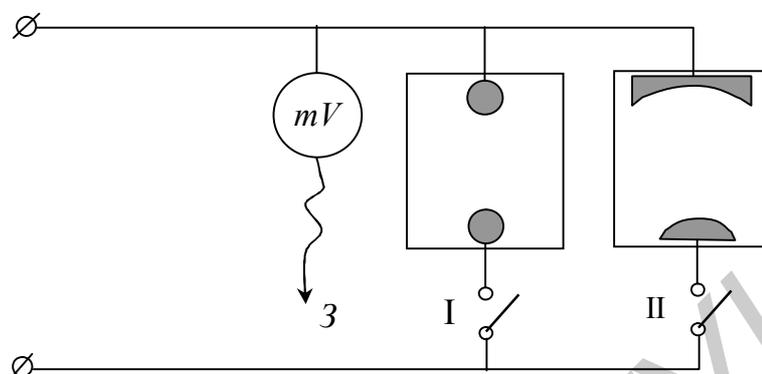


Рис. 2.1

Потенциал точек, находящихся на границе электропроводной бумаги с отрицательным электродом, принимается равным 0, и все потенциалы изучаемых точек отсчитываются от этого условного нулевого уровня. Потенциал произвольной точки поля относительно выбранного нулевого уровня измеряется с помощью зонда (З), соединенного с вольтметром ( $mV$ ).

Поле стационарных токов в электропроводной бумаге аналогично полю вектора  $\vec{E}$ , что позволяет изобразить картину эквипотенциальных поверхностей и силовых линий электростатического поля.

#### *Задание*

1. Исследовать распределение потенциала между электродами изучаемых полей.
2. Получить картину эквипотенциальных поверхностей (линий) этих полей и изобразить их на миллиметровой бумаге.
3. Провести силовые линии полей.

### Лабораторная работа 2.2

#### ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНЫХ СВОЙСТВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

##### *Цель работы:*

- проверить теорему Гаусса для поля вектора  $\vec{E}$ ;
- проверить теорему о циркуляции вектора  $\vec{E}$ .

##### *Методическое обоснование работы*

Проверка теоремы о циркуляции и теоремы Гаусса проводится для плоского электрического поля, созданного на электропроводящей бумаге металлическими электродами, присоединенными к источнику постоянного тока.

Предлагаемая схема является плоским аналогом цилиндрического конденсатора, в котором силовые линии электрического поля представляют собой

радиальные прямые, исходящие из внутреннего электрода и заканчивающиеся на внешнем (либо наоборот). Можно легко показать, что на такой модели в теореме Гаусса достаточно использовать плоский аналог гауссовой поверхности.

Действительно, при рассмотрении поля объемного цилиндрического конденсатора бесконечной длины в качестве гауссовой поверхности целесообразно выбрать замкнутую цилиндрическую поверхность произвольных конечных размеров.

На рис. 2.2 сплошной линией показаны обкладки цилиндрического конденсатора, прерывистой – гауссова поверхность, проходящая через точку  $A$ , в которой определяется поле.

Поток вектора  $\vec{E}$  через замкнутую поверхность высотой  $h$  определяется следующим образом:

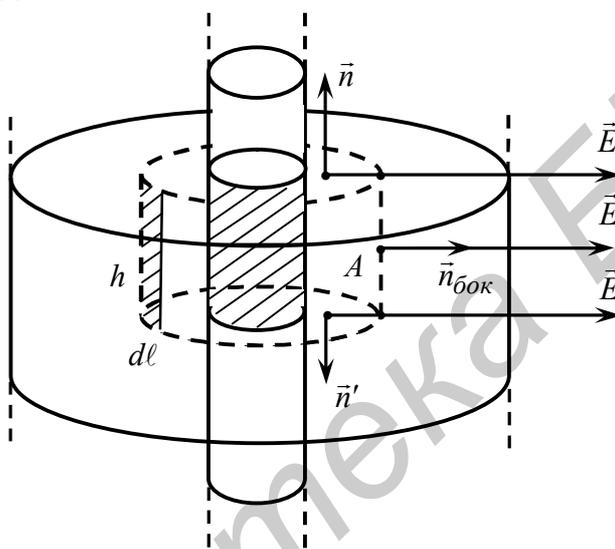


Рис. 2.2

$$\oint_{(S)} (\vec{E}, dS) = \int_{(S_{бок})} (\vec{E}, \vec{n}_{бок}) dS + \int_{(S_{осн})} (\vec{E}, \vec{n}') dS + \int_{(S_{осн})} (\vec{E}, \vec{n}) dS = \int_{(S_{бок})} E dS \cos 0^\circ + 2 \int_{(S_{осн})} E dS \cos \frac{\pi}{2} = \int_{(S_{бок})} E dS. \quad (2.1)$$

Согласно теореме Гаусса, поток вектора  $\vec{E}$  через любую замкнутую поверхность равен полному заряду, находящемуся внутри области, ограниченной этой поверхностью, деленному на  $\epsilon_0$ . В нашем случае это заряд  $q$ , обозначенный на рис. 2.2 штриховкой и сосредоточенный на внутренней обкладке конденсатора.

В соответствии с теоремой Гаусса получим

$$\oint_{(S)} E_n h dl = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \text{или} \quad \oint_{(L)} E_n dl = \frac{q}{\epsilon_0 h} = \frac{\lambda}{\epsilon_0}, \quad (2.2)$$

где введено обозначение  $\lambda = q/h$ .

Таким образом, интегрирование производится по замкнутому контуру, представляющему плоский аналог гауссовой поверхности.

Интеграл  $\oint E_n dl$  приближенно можно представить в виде суммы

$$\sum_{i=1}^k E_{ni} \Delta l_i. \quad (2.3)$$

Таким образом, в соответствии с теоремой Гаусса для поля вектора  $\vec{E}$  имеем

$$\sum E_{ni} \Delta l_i \approx \frac{\lambda}{\epsilon_0}. \quad (2.4)$$

В этом случае сумма является аналогом потока вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность, а  $\lambda$  – аналогом охватываемого ею заряда.

Используя предлагаемую модель, можно осуществить и проверку теоремы о циркуляции:

$$\oint_{(L)} E_\ell dl = 0 \quad (2.5)$$

И в этом случае интеграл можно приближенно представить в виде суммы

$$\sum_{i=1}^k E_{\ell i} \Delta l_i. \quad (2.6)$$

Если все участки  $\Delta l_i$  выбираются одинаковой длины, то

$$\begin{cases} \oint E_n dl \approx \Delta l \sum E_{ni}; \\ \oint E_\ell dl \approx \Delta l \sum E_{\ell i}, \end{cases} \quad (2.7)$$

а значит, равенство 0 циркуляции или потока вектора  $\vec{E}$  определяется только показаниями прибора и не зависит от длины  $\Delta l_i$ .

При выполнении работы выбираются два произвольных контура, один из которых (1) охватывает внутренний электрод, а другой (2) – не охватывает (рис. 2.3, а). Для каждого контура осуществляется проверка теоремы о циркуляции и теоремы Гаусса.

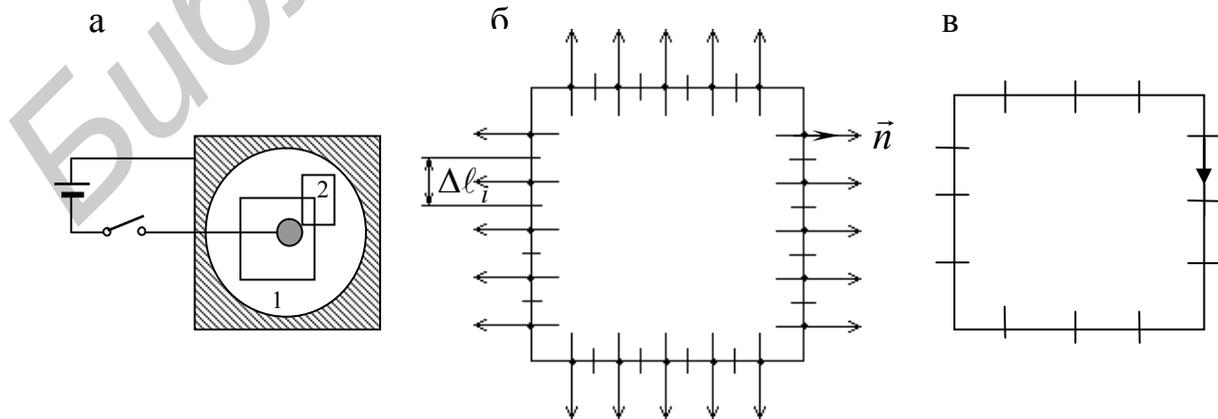


Рис.2.4

### Задание

1. Проверить теорему Гаусса для произвольных контуров, охватывающих внутренний электрод (контур 1) и не охватывающих (контур 2), ориентируя отрезок прямой, соединяющей электроды зонда, перпендикулярно контуру

(рис. 2.3, б). Для этого в каждом случае рассчитать сумму  $\sum_{i=1}^k E_{ni} \Delta \ell_i$  и проанализировать полученные результаты.

2. Проверить теорему о циркуляции для тех же контуров, ориентируя отрезок прямой, соединяющей электроды зонда параллельно контуру (рис. 2.3, в).

Для этого в каждом случае подсчитать сумму  $\sum_{i=1}^k E_{\ell_i} \Delta \ell_i$  и проанализировать полученные результаты.

## Лабораторная работа 2.3 ИЗУЧЕНИЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ГИСТЕРЕЗИСА СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКОВ

*Цель работы:*

– изучить нелинейные свойства сегнетоэлектриков.

*Методическое обоснование работы*

Нелинейная связь между поляризацией и напряженностью электрического поля есть одна из основных и определяющих характеристик сегнетоэлектрика (рис. 2.4). Ответственной за эту нелинейность, как указывалось выше, является доменная структура.

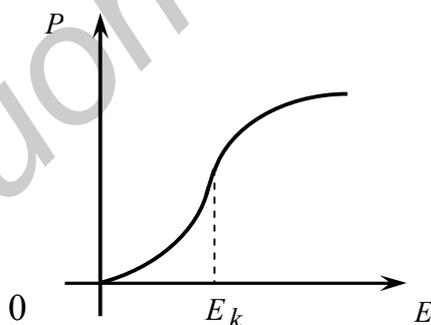


Рис.2.4

Так как для большинства сегнетоэлектриков значения  $\varepsilon \gg 1$ , получим

$$\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{P}{E}. \quad (2.8)$$

Учитывая справедливость (2.8), можем утверждать, что вид зависимости  $P = P(E)$  (см. рис. 2.4) определяет характер поведения диэлектрической проницаемости  $\varepsilon = \varepsilon(E)$ . При этом значение  $E_k$  соответствует точке на кривой, где диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon$  достигает своего максимального значения.

Схема лабораторной установки приведена на рис. 2.5.

На вход  $X$  осциллографа подается напряжение с сопротивления  $R_2$ , а на вход  $Y$  – с эталонного конденсатора  $C_{\text{эт}}$ . Для удобства измерений в схему введен переключатель  $S_2$ , позволяющий проектировать петлю гистерезиса на оси  $X$  и  $Y$ .

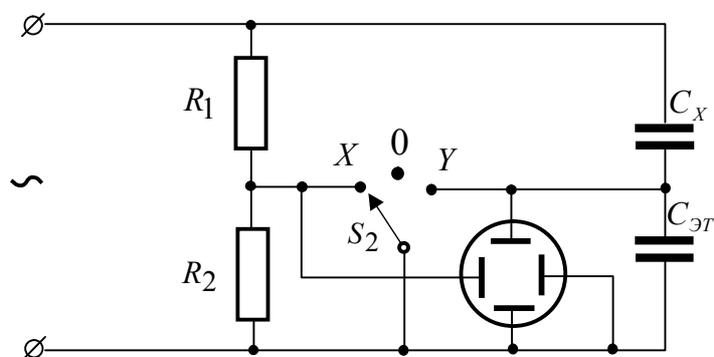


Рис. 2.5

При замыкании  $S_2$  на  $X$  закорачивается вход  $X$  осциллографа и петля на экране осциллографа вырождается в вертикальную прямую, а при замыкании на  $Y$  – в горизонтальную.

На горизонтально отклоняющие пластины осциллографа подается напряжение  $U_x$ , пропорциональное входному напряжению  $U$ :

$$U_x = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U. \quad (2.9)$$

Два последовательно соединенных конденсатора  $C_x$  и  $C_{\text{эт}}$  включены параллельно делителю напряжения  $R_1 R_2$ . Так как заряды на конденсаторах  $C_x$  и  $C_{\text{эт}}$  одинаковы, то

$$\frac{C_x}{C_{\text{эт}}} = \frac{U_y}{U_C}, \quad (2.10)$$

где  $U_y$  – напряжение на эталонном конденсаторе;  $U_C$  – напряжение на образце.

Выбирая  $C_{\text{эт}} \gg C_x$ , заключаем что  $U_C \gg U_y$ , и поскольку  $U_C + U_y = U$ , то  $U_C \approx U$ .

Учитывая равенство зарядов на конденсаторах, получим

$$U_y = \frac{q_x}{C_{\text{эт}}} = \frac{\sigma S_x}{C_{\text{эт}}}, \quad (2.11)$$

где  $S_x$  – площадь пластины конденсатора  $C_x$ .

Так как в данном случае  $P = |\sigma'| = \sigma \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \approx \sigma$ , где  $\sigma'$  и  $\sigma$  – поверхностные плотности связанных и сторонних зарядов, соответственно

$$P = \frac{C_{\text{эт}}}{S_x} U_y. \quad (2.12)$$

Используя формулу связи напряженности  $E$  с разностью потенциалов  $U$ , получим

$$E = \frac{U}{d} = \frac{U_x}{d} \frac{R_1 + R_2}{R_2}, \quad (2.13)$$

где  $d$  – расстояние между пластинами конденсатора  $C_x$ ;  $U_x$  – напряжение, подаваемое на вход  $X$  осциллографа.

Расчет  $E$ ,  $P$  и  $\varepsilon$  производится по рабочим формулам:

$$E = \frac{\delta x}{d} \frac{R_1 + R_2}{R_2} x; \quad (2.14)$$

$$P = \frac{C_{\text{эт}} \delta y}{y}; \quad (2.15)$$

$$\varepsilon = \frac{P S_x}{\varepsilon_0 E}, \quad (2.16)$$

где  $d$  и  $S_x$  – толщина и площадь исследуемого образца;  $\delta x$  и  $\delta y$  – чувствительность осциллографа соответственно по осям « $X$ » и « $Y$ »;  $x$  и  $y$  – координаты вершины петли гистерезиса.

*Задание*

Исследовать зависимости  $P = P(E)$ ,  $\varepsilon = \varepsilon(E)$  и построить графики.

#### Лабораторная работа 2.4

### ИЗУЧЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКОВ ВБЛИЗИ ТЕМПЕРАТУРЫ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА

*Цель работы:*

- изучить поведение диэлектрической проницаемости сегнетоэлектриков вблизи фазового перехода;
- определить постоянную Кюри–Вейсса.

*Методическое обоснование работы*

Сегнетоэлектрики – кристаллические вещества, у которых спонтанная поляризация может изменять свое направление под действием внешнего электрического поля. Характерной особенностью сегнетоэлектрических кристаллов является возникновение спонтанной поляризации  $P_S$  при некоторой температуре  $T_C$ . Эта температура называется точкой Кюри. В точке Кюри спонтанная поляризация  $P$  еще равна 0, однако сколь угодно малое понижение температуры приводит к переходу кристалла в новую сегнетоэлектрическую фазу с другим порядком расположения атомов в узлах кристаллической решетки и возникновением доменной структуры. Точка Кюри – это температура фазового перехода.

Значения диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрических кристаллов велики, особенно при приближении кристалла к температуре фазового перехода. Большие значения традиционно связывают с подвижностью доменной структуры их во внешнем электрическом поле. Температурная зависимость диэлектрической проницаемости в окрестностях точки Кюри  $T_C$  описывается законом Кюри – Вейсса:

$$\varepsilon = \frac{C}{|T - T_c|}, \quad (2.17)$$

где  $C$  – постоянная Кюри;  $T$  – температура, при которой происходит фазовый переход, связанный с возникновением или исчезновением спонтанной поляризации.

Название этой температуры температурой Кюри дано по аналогии с ферромагнетиками. Фазовое состояние при  $T < T_c$  называется сегнетоэлектрической фазой, а при  $T > T_c$  – параэлектрической. В параэлектрической фазе кристалл ведет себя как обычный линейный диэлектрик, а значения диэлектрической проницаемости выше точки Кюри становятся малыми ( $\varepsilon = 5 \dots 30$ ). Из выражения (2.17) видно, что при  $T \rightarrow T_c$   $\varepsilon \rightarrow \infty$ . Экспериментальные значения  $\varepsilon$  при  $T = T_c$ , полученные в слабых электрических полях, являются конечными (для триглицинсульфата такие значения  $\varepsilon \sim 6 \cdot 10^4$ ). Одним из важнейших параметров сегнетоэлектрика является постоянная Кюри–Вейсса  $C$ , характеризующая как тип, так и особенности фазового перехода. Если эта величина  $C \sim 10^3 K$ , то фазовый переход в таком кристалле происходит с упорядочением некоторых структурных элементов: ионов, протонов и даже групп атомов. Такой фазовый переход называют переходом типа порядок – беспорядок. Если же постоянная  $C \sim 10^5 K$ , то фазовый переход является переходом типа смещения, который происходит в результате смещения одного или нескольких атомов относительно первоначального положения равновесия (положения равновесия в параэлектрической фазе).

Для определения постоянной Кюри–Вейсса удобно пользоваться графиком зависимости (рис. 2.6, б):

$$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{|T - T_c|}{C}. \quad (2.18)$$

В пределах  $\Delta T = T - T_c \sim 15 K$  ( $T$  – температура параэлектрической фазы) зависимость (2.18) носит линейный характер.

В настоящей работе диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon$  определяется для образца кристалла триглицинсульфата (ТГС) косвенно, на основании измерения емкости конденсатора, между обкладками которого находится исследуемый образец. Образцы для измерения изготавливались в форме прямоугольных параллелепипедов, толщина которых  $d$  была намного меньше их длины.

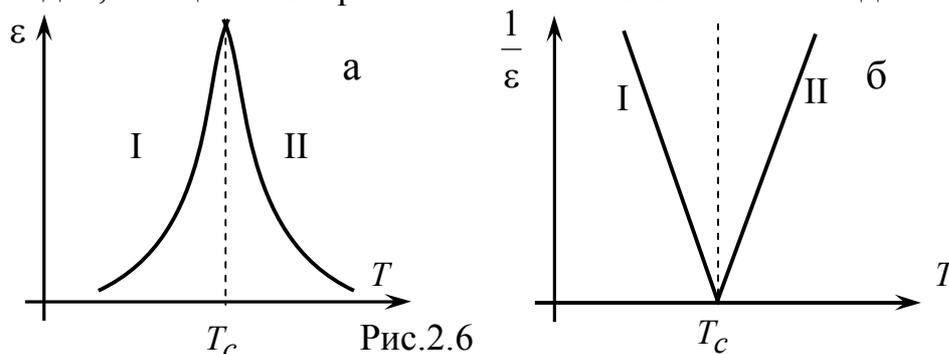


Рис.2.6

На рис. 2.6

I – сегнетоэлектрическая фаза ( $T < T_c$ );

II – параэлектрическая фаза ( $T > T_c$ ).

Измеряя емкость такого плоского конденсатора, можно определить значения диэлектрической проницаемости из выражения

$$\varepsilon = \frac{d(C_{\text{изм}} - C_{\text{м}})}{\varepsilon_0 S},$$

где  $C_{\text{изм}}$  – измеряемая емкость;  $C_{\text{м}}$  – емкость монтажа;  $S$  – площадь образца;  $d$  – его толщина.

Изменяя температуру образца и измеряя значения емкости при этом, можно получить температурную зависимость  $\varepsilon$  в любом температурном интервале, включая  $T_c$  (рис. 2.6, а).

*Задание*

Исследовать зависимости  $\varepsilon = \varepsilon(T)$ ;  $1/\varepsilon = 1/\varepsilon(T)$ . Построить графики этих зависимостей. По зависимости  $1/\varepsilon = 1/\varepsilon(T)$  определить значение постоянной Кюри - Вейсса.

### Лабораторная работа № 2.5

#### ИЗУЧЕНИЕ РЕЗОНАНСА НАПРЯЖЕНИЙ И ТОКОВ

*Цель работы:*

– изучить явление резонанса в цепях переменного тока. Определить резонансные частоты и параметры цепей для различных типов соединений.

*Методическое обоснование работы*

В работе исследуются резонанс напряжений и резонанс токов в цепях переменного тока.

##### 2.5.1. Изучение резонанса напряжений в цепях переменного тока

Резонанс напряжений возникает при определенных условиях в цепи переменного тока с последовательно соединенным активным сопротивлением  $R$ , катушкой индуктивности  $L$  и конденсатором емкостью  $C$  (рис. 2.7).

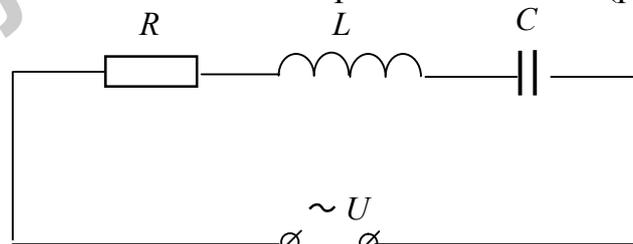


Рис. 2.7

Пусть цепь подключена к источнику синусоидального напряжения  $U$  с циклической частотой  $\omega$ . По закону Ома для данной цепи

$$U_R + U_C = U + \varepsilon_L, \quad (2.19)$$

где  $U_R = IR$ ,  $U_C = q/C$ ,  $\varepsilon_L = -LdI/dt$ .

Таким образом,

$$IR + q/C + Ldi/dt = U. \quad (2.20)$$

Уравнение (2.20) позволяет найти  $I = I(t)$ . Используем для этого метод векторных диаграмм.

Этот метод основан на том, что синусоидально изменяющуюся со временем величину (например  $a = A_0 \sin(\omega t + \varphi)$ ) графически можно представить в виде проекции на вертикальную ось вращающегося вектора, длина которого равна максимальному (амплитудному) значению  $A_0$ . Угловая скорость вращения вектора равна циклической частоте  $\omega$ , а угол, образованный вектором с горизонтальной осью в начальный момент времени, равен начальной фазе  $\varphi$  синусоидальной величины (рис. 2.8).

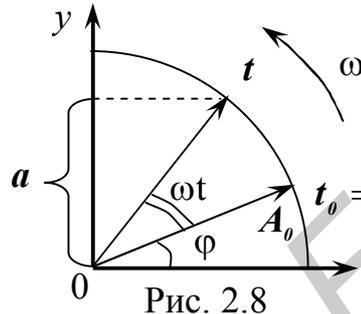


Рис. 2.8

Пользуясь методом векторных диаграмм, можно алгебраическое сложение мгновенных значений синусоидально изменяющихся со временем величин одинаковой частоты заменить геометрическим сложением векторов их представляющих. Тогда длина результирующего вектора даст амплитуду результирующей синусоиды, а угол, образованный им с горизонтальной осью – ее начальную фазу.

Построим векторную диаграмму напряжений нашей цепи. Для этого заметим, что если источник в цепи создает синусоидальное напряжение  $U$ , изменяющееся с частотой  $\omega$ , то установившийся ток в цепи будет также синусоидальным с той же частотой. Для простоты удобно принять начальную фазу тока равной нулю, т. е.  $I = I_0 \sin \omega t$ , где  $I_0$  – амплитуда тока, и напряжения на участках цепи рассчитать при этом условии.

Тогда мгновенное значение напряжения на активном сопротивлении:

$$U_R = RI = RI_0 \sin \omega t = U_{0R} \sin \omega t, \quad (2.21)$$

т.е. совпадает по фазе с силой тока, где  $U_{0R} = RI_0$  – амплитуда напряжения на активном сопротивлении  $R$ .

Мгновенное значение напряжения на индуктивности

$$U_L = L \frac{dI}{dt} = I_0 L \omega \cos \omega t = I_0 L \omega \sin(\omega t + \pi/2) = U_{0L} \sin(\omega t + \pi/2), \quad (2.22)$$

т. е. опережает по фазе силу тока на  $\pi/2$ , где  $U_{0L} = I_0 L \omega$  – амплитуда напряжения на катушке индуктивности  $L$ .

Мгновенное значение напряжения на емкости в предположении, что при  $t = 0$  заряд на конденсаторе максимален:

$$\begin{aligned}
 U_C &= \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int Idt = \frac{1}{C} \int I_0 \sin \omega t dt = -\frac{I_0}{C\omega} \cos \omega t = \\
 &= \frac{I_0}{C\omega} \sin(\omega t - \pi/2) = U_{0C} \sin(\omega t - \pi/2),
 \end{aligned}
 \tag{2.23}$$

т. е. отстает по фазе от силы тока на  $\pi/2$ , где  $U_{0C} = I_0/C\omega$  – амплитуда напряжения на емкости  $C$ .

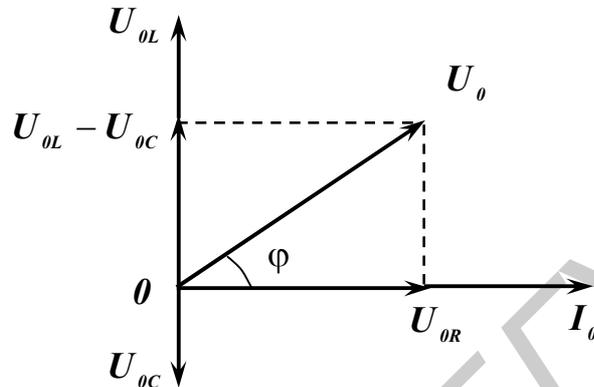


Рис. 2.9

При построении векторной диаграммы вектор тока откладывается горизонтально. Векторы, соответствующие напряжениям, откладываются с учетом соответствующего сдвига фаз относительно тока (рис. 2.9), где

$$U_{0R} = I_0 R, \quad U_{0L} = I_0 L\omega \quad \text{и} \quad U_{0C} = I_0 / C\omega \tag{2.24}$$

Первый из них совпадает с направлением вектора, соответствующего току, а второй и третий повернуты на углы  $+\pi/2$  и  $-\pi/2$  относительно тока. При сложении этих векторов получается результирующий вектор, модуль которого дает амплитуду приложенного напряжения  $U_0$ , а угол  $\varphi$  – разность фаз напряжения и тока:

$$U_0 = \sqrt{U_{0R}^2 + (U_{0L} - U_{0C})^2} = I_0 \sqrt{R^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2}. \tag{2.25}$$

Отсюда получим выражение для силы тока:

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} = \frac{U_0}{Z}. \tag{2.26}$$

Величина  $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$  называется *полным сопротивлением (импедансом)* цепи,  $X_L = L\omega$  – *индуктивным сопротивлением*,  $X_C = 1/C\omega$  – *емкостным сопротивлением*, а  $X = L\omega - 1/C\omega$  – *реактивным сопротивлением* цепи. Это выражение представляет собой закон Ома для данной цепи.

Сдвиг фаз между током и напряжением также определяется из векторной диаграммы:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{1}{R}(L\omega - 1/C\omega) = \frac{X}{R}. \quad (2.27)$$

Выражение (2.26) показывает, что частоту  $\omega$  (при постоянных значениях  $L$  и  $C$ ) можно подобрать так, чтобы индуктивное и емкостное сопротивления были одинаковыми:

$$L\omega = 1/C\omega. \quad (2.28)$$

При этом реактивное сопротивление  $X$  цепи обращается в нуль, полное сопротивление  $Z$  минимально и равно только активному сопротивлению ( $Z = R$ ), сила тока и напряжение совпадают по фазе ( $\varphi = 0$ ), амплитуда силы тока  $I_0$  достигает максимальной величины:

$$I_{0\max} = U_0/R. \quad (2.29)$$

При этих условиях амплитудные значения напряжений на емкости и индуктивности равны по величине:

$$U_{0L} = U_{0C} = I_0 L\omega = I_0 \frac{1}{C\omega} = \frac{L\omega}{R} U_0 = \frac{1}{RC\omega} U_0. \quad (2.30)$$

При малом активном сопротивлении в цепи эти напряжения могут во много раз превысить  $U_0$ . Это явление в электротехнике называется резонансом напряжений, а частота  $\omega_{\text{рез}}$ , при которой достигается резонанс – резонансной частотой. Она находится из соотношения (2.30):

$$\omega_{\text{рез}} = 1/\sqrt{LC}. \quad (2.31)$$

Период колебаний тока и напряжений при резонансе  $T_{\text{рез}} = 2\pi\sqrt{LC}$ .

Поскольку напряжения на индуктивности и емкости изменяются в противоположных фазах, то суммарное напряжение на участке индуктивность – емкость равно нулю, хотя напряжения на индуктивности и емкости по отдельности могут быть весьма значительными и даже большими, чем напряжение на концах всей цепи.

Действительно, если  $L\omega = 1/C\omega > R$ , то, как следует из выражения (2.30),  $U_{0L} = U_{0C} > U_0$ , что может быть опасным для цепи.

Условие резонанса может быть достигнуто разными способами:

- 1) подбором частоты  $\omega$  при постоянных значениях  $L$  и  $C$ ;
- 2) подбором индуктивности  $L$  при постоянных значениях  $\omega$  и  $C$ ;
- 3) подбором емкости  $C$  при постоянных значениях  $\omega$  и  $L$ .

Зависимость амплитуды силы тока  $I_0$  от частоты  $\omega$  в соответствии с (2.26) графически изображена на рис. 2.10. Представленные кривые называются резонансными.

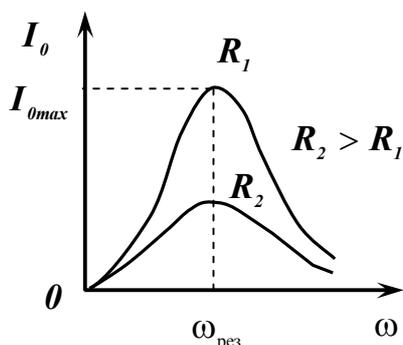


Рис.2.10

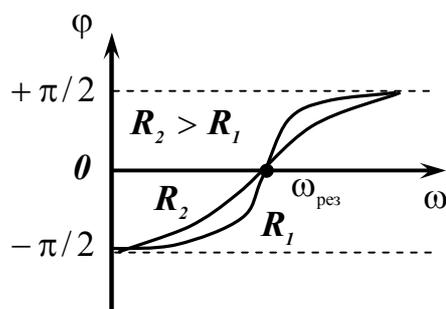


Рис.2.11

Зависимость сдвига фаз  $\varphi$  от частоты  $\omega$  графически изображена на рисунке 2.11, где приведены две кривые для разных значений активного сопротивления  $R$ . При частотах  $\omega < \omega_{рез}$  сдвиг фаз  $\varphi < 0$ , т. е. в цепи преобладает емкостное сопротивление. При  $\omega > \omega_{рез}$  сдвиг фаз  $\varphi > 0$ , и в цепи преобладает индуктивное сопротивление. При резонансе ( $\omega = \omega_{рез}$ ) величина  $\varphi = 0$ .

Все рассмотренные соотношения справедливы и для действующих значений  $I$  и  $U$ , т. к. последние отличаются от амплитудных только постоянным множителем. Например, для гармонически изменяющихся величин  $I = I_0/\sqrt{2}$  и  $U = U_0/\sqrt{2}$ .

### 2.5.2. Изучение резонанса токов в цепях переменного тока

Резонанс токов возникает в электрических цепях при параллельном соединении нагрузок  $R$ ,  $L$  и  $C$  (рис. 2.12). Обычно в катушках индуктивности активное сопротивление намного меньше индуктивного ( $R_L \ll L\omega$ ). Поэтому в первом приближении величиной  $R_L$  можно пренебречь.

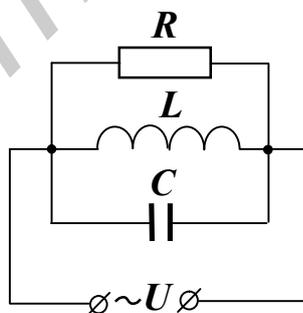


Рис. 2.12

Для определения силы тока  $I$  построим диаграмму токов (рис.2.13), учитывая, что он равен сумме токов в отдельных ветвях, т. е. в очевидных обозначениях

$$I = I_R + I_L + I_C. \quad (2.32)$$

Поскольку в данном случае общим для всех ветвей является общее напряжение  $U = U_0 \sin \omega t$ , подведенное к цепи, то за основу при построении векторной диаграммы берется амплитуда напряжения  $U_0$ .

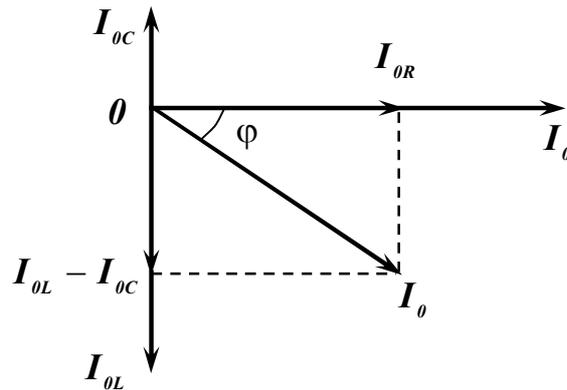


Рис. 2.13

Амплитудные значения силы токов в ветвях на диаграмме представляются соответствующими векторами с модулями, определяемыми из (2.26):

$$I_{0R} = U_0 / R, \quad I_{0L} = U_0 / L\omega \quad \text{и} \quad I_{0C} = U_0 C\omega. \quad (2.33)$$

Первый из них совпадает с осью напряжения  $U_0$  (горизонтальной осью), а второй и третий повернуты на углы  $-\pi/2$  и  $+\pi/2$  соответственно (в ветви  $L$  сила тока отстает от напряжения на  $\pi/2$ , а ветви  $C$  опережает на  $\pi/2$ ).

Из векторной диаграммы найдем амплитуду полного тока  $I_0$  (тока в магистрали) и разность фаз  $\varphi$  между силой тока и напряжением:

$$I_0 = U_0 \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{L\omega} - C\omega\right)^2} = U_0 Y = \frac{U_0}{Z}; \quad \text{tg} \varphi = R \left(\frac{1}{L\omega} - C\omega\right). \quad (2.34)$$

Величина  $Y = \frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{L\omega} - C\omega\right)^2}$  называется полной проводимостью цепи.

Если частоту  $\omega_{\text{рез}}$  подобрать так (при постоянных величинах  $L$  и  $C$ ), чтобы реактивные проводимости ветвей  $L$  и  $C$  были одинаковыми:

$$\frac{1}{L\omega_{\text{рез}}} = C\omega_{\text{рез}}, \quad \omega_{\text{рез}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (2.35)$$

то амплитуда силы тока в цепи достигнет минимального значения (рис. 2.14)

$$I_{0\text{min}} = \frac{U_0}{R}, \quad (2.36)$$

а сдвиг фаз станет равным нулю ( $\varphi = 0$ ).

Участок цепи в этом случае эквивалентен «чисто активному» сопротивлению  $R$ . При этом возможно возникновение больших сил токов в ветвях  $L$  и  $C$ , даже превышающих силу тока в магистрали  $I_0$ . Из выражения (2.32) следует, что при этих условиях колебания тока на катушке индуктивности и конденсаторе имеют одинаковые амплитуды:

$$I_{0L} = I_{0C} = \frac{U_0}{L\omega} = U_0 C\omega = \frac{RI_0}{L\omega} = RI_0 C\omega \quad (2.37)$$

Если активное сопротивление  $R > L\omega = 1/C\omega$ , то  $I_{0L} = I_{0C} > I_0$ .

В частном случае, когда ветвь  $R$  отсутствует ( $R \rightarrow \infty$ ), сила тока в магистрали станет равной нулю (рис. 2.14). Силы токов в ветвях  $L$  и  $C$  равны по величине, но различаются по фазе на  $\pi$ . Поэтому ток циркулирует только в контуре  $LC$  и отсутствует в магистральной цепи (рис. 2.15). В электротехнике такое явление называется *резонансом токов* (в ветвях  $L$  и  $C$ ).

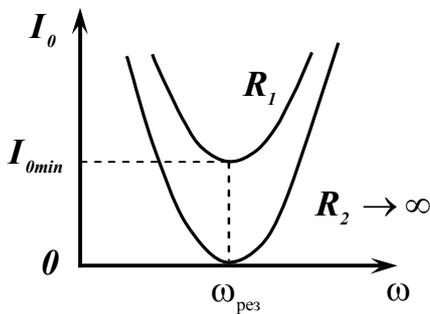


Рис. 4.14

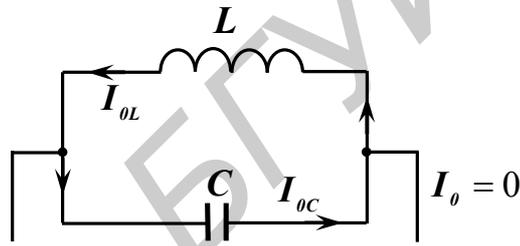


Рис. 4.15

Для реальных катушек индуктивности их активное сопротивление  $R_L \neq 0$ . Его учет несколько изменит величины  $\varphi$  и  $U_0$ , но суть физического явления останется прежней.

Резонанс токов может быть достигнут не только подбором частоты  $\omega$ , но и подбором величин  $L$  и  $C$ .

Все соотношения, установленные для амплитудных напряжений и сил токов, будут справедливы и для их действующих значений.

Явление резонанса токов используется в фильтрах, резонансных усилителях, нагревательных печах и т. д.

Лабораторная установка представляет собой микропроцессорную систему. Измерения действующих и мгновенных значений напряжения и тока производится с помощью аналого-цифрового преобразователя. Экран графического дисплея имеет разрешение  $320 \times 240$  точек.

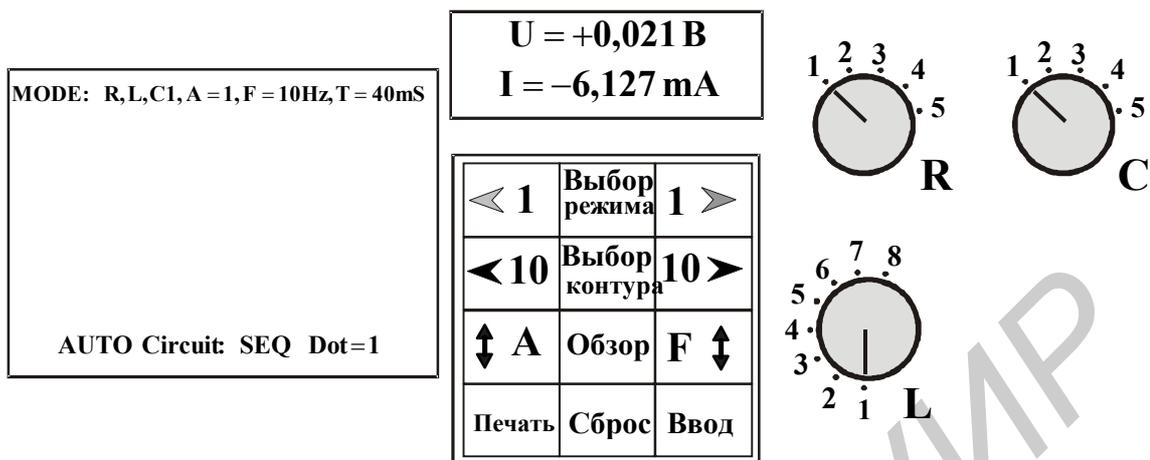


Рис. 2.16

В автоматическом режиме для выбранной нагрузки на экран графического дисплея выводятся мгновенные значения напряжения и силы тока для частот в интервале от  $10$  до  $645$  Гц с шагом  $2$  Гц. После перебора всех частот на экран выводится график зависимости действующего значения силы тока от частоты  $I = I(f)$ . На цифровом дисплее высвечиваются действующие значения напряжения, силы тока и частота в выбранной точке. Передняя панель установки представлена на рис. 2.16. На передней панели прибора расположены элементы управления и информации. Круглые галетные переключатели вводят нагрузки  $R$ ,  $L$  и  $C$ . Значения индуктивностей:  $L_1 = 0,3$  Гн,  $L_2 = 0,4$  Гн,  $L_3 = 0,5$  Гн,  $L_4 = 0,6$  Гн,  $L_5 = 0,7$  Гн,  $L_6 = 0,8$  Гн,  $L_7 = 0,9$  Гн,  $L_8 = 1,0$  Гн. Активная составляющая индуктивностей равна  $R_{L1} = R_{L2} = R_{L3} = R_{L4} = R_{L5} = R_{L6} = R_{L7} = R_{L8} = 68$  Ом.

Кнопкой **A** устанавливается амплитуда исследуемого сигнала в относительных единицах от  $0,2$  до  $1,0$ . Кнопка **Ввод** запускает процесс исследования электрического резонанса. После вывода на экран графика зависимости действующего значения силы тока от частоты кнопками **1**, **<1**, **10** и **<10** вертикальная курсорная линия (в дальнейшем курсор) перемещается вдоль горизонтальной оси соответственно на  $2$  или  $20$  Гц. Кнопка **Выбор режима** переключает установку в автоматический или ручной режим. С помощью кнопки **Печать** можно вывести информацию на печать. Ручной режим и кнопка **F** в данной работе не используются. Кнопка **Выбор контура** устанавливает режим резонанса напряжения или тока.

На цифровом дисплее отображаются частота и действующее значение напряжения и силы тока (сила тока в мА, напряжение в В) в выбранной точке.

### Задание

1. Изучить явление резонанса напряжений в соответствии с планшеткой для лабораторной установки (наблюдая на экране графического дисплея изменения с увеличением частоты сигнала, графики мгновенных значений напряжения  $U = U(t)$ , силы тока  $I = I(t)$ , амплитуда силы тока  $I_0$ , а также разность фаз  $\varphi$  между силой тока и напряжением).

2. Изучить явление резонанса токов в соответствии с планшеткой для лабораторной установки (наблюдая на экране графического дисплея изменения с увеличением частоты сигнала графики мгновенных значений напряжения  $U = U(t)$ , силы тока  $I = I(t)$ , амплитуда силы тока  $I_0$ , а также разность фаз  $\varphi$  между силой тока и напряжением).

## Лабораторная работа 2.6 ИЗУЧЕНИЕ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

*Цель работы:*

– проверить справедливость принципа суперпозиции магнитных полей.

*Методическое обоснование работы*

В работе исследуются магнитные поля двух соосных катушек  $L_1$  и  $L_2$ , расположенных на некотором расстоянии  $l$  друг от друга, по виткам которых идут токи одного направления (рис. 2.17).

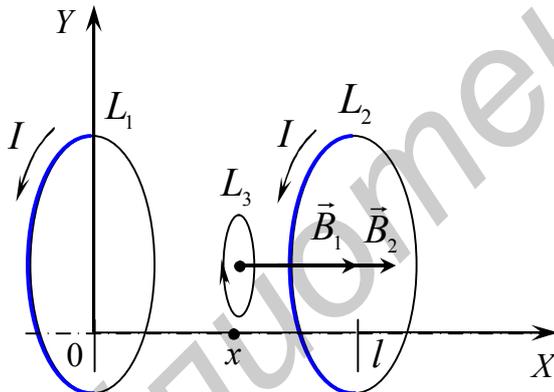


Рис. 2.17

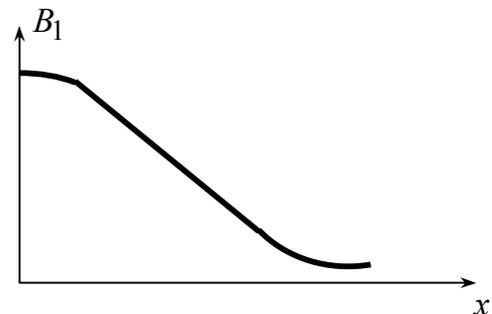


Рис. 2.18

Индукция магнитного поля, создаваемого кольцевым проводником  $L_1$  с током  $I$  в произвольной точке, лежащей на оси на расстоянии  $x$  от его плоскости, равна

$$B_1(x) = \frac{\mu_0 \mu I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (2.38)$$

Зависимость  $B_1(x)$  изображена на рис. 2.18.

Согласно принципу суперпозиции, индукция магнитного поля, созданного двумя катушками, равна:

$$\vec{B}(x) = \vec{B}_1(x) + \vec{B}_2(x), \quad (2.39)$$

где  $\vec{B}_1(x)$  – индукция магнитного поля, созданного первой катушкой в некоторой точке с координатой  $x$  (см. рис. 2.17);  $\vec{B}_2(x)$  – индукция магнитного поля, созданного второй катушкой в этой же точке.

Метод измерения величины магнитной индукции, используемый в работе, основан на явлении электромагнитной индукции – возникновении ЭДС индукции в измерительной катушке  $L_3$  при изменении магнитного потока  $\Phi$  через поверхность, ограниченную ее витками.

При установлении или исчезновении тока в катушках  $L_1, L_2$  в пространстве возникает переменное магнитное поле, которое наводит в катушке  $L_3$  индукционный ток  $i$  (см. рис. 2.17). Пренебрегая самоиндукцией, в соответствии с законом Ома запишем

$$i = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt}, \quad (2.40)$$

где  $R$  – полное сопротивление цепи.

При выключении тока в исследуемых катушках за время его исчезновения  $t$  через измерительную катушку  $L_3$ , которая соединена с баллистическим гальванометром, пройдет заряд

$$q = \int_0^t i dt = -\frac{1}{R} \int_{\Phi}^0 d\Phi = \frac{\Phi}{R}. \quad (2.41)$$

В результате чего «зайчик» гальванометра сместится на  $K$  делений:

$$K = \frac{q}{C_r}, \quad (2.42)$$

где  $C_r$  – цена деления баллистического гальванометра.

Так как полный магнитный поток через катушку равен

$$\Phi = NBS, \quad (2.43)$$

где  $S$  – площадь витка, в пределах которого поле можно считать однородным,  $N$  – число витков катушки, то, согласно формуле (4.41), по цепи пройдет заряд

$$q = \frac{NBS}{R}. \quad (2.44)$$

Измеряя максимальное отклонение «зайчика» гальванометра и зная постоянную прибора  $C_r$ , можно вычислить индукцию магнитного поля катушек  $L_1$  и  $L_2$ , включаемых по отдельности и вместе:

$$B = \frac{C_r R}{NS} K. \quad (2.45)$$

#### Задание

1. Исследовать зависимость  $B_1(x)$  магнитного поля катушки  $L_1$ . Построить график.

2. Исследовать зависимость  $B_2(x)$  магнитного поля катушки  $L_2$ . Построить график.

3. Исследовать зависимость  $B(x)$  магнитного поля катушек  $L_1$  и  $L_2$ , включенных одновременно. Построить график. Все три графика выполнить на одном листе.

4. Просуммировать значения  $B_1(x)$  и  $B_2(x)$ , найденные в пп.1 и пп.2. Убедиться, что полученный график в пределах погрешности совпадает с графиком, полученным в пп.3.

### Лабораторная работа 2.7 ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

*Цель работы:*

- проверить теорему Гаусса для поля вектора  $\vec{B}$ ;
- изучить теорему о циркуляции вектора  $\vec{B}$ .

*Методическое обоснование работы*

В работе экспериментально изучаются теорема Гаусса для магнитного поля и закон полного тока.

Для измерения величины вектора магнитной индукции в работе применяется метод, основанный на явлении электромагнитной индукции.

Установка состоит из кольцевого проволочного проводника  $L_1$ , укрепленного на подставке, и небольшой проволочной катушки  $L_2$ , помещенной в зонд и соединенной с измерительной системой (рис. 2.19).

Кольцевой проводник  $L_1$  питается от сети через понижающий трансформатор. Индукция магнитного поля, созданного этим проводником, меняется со временем по закону

$$B = B_0 \cos \omega t. \quad (2.46)$$

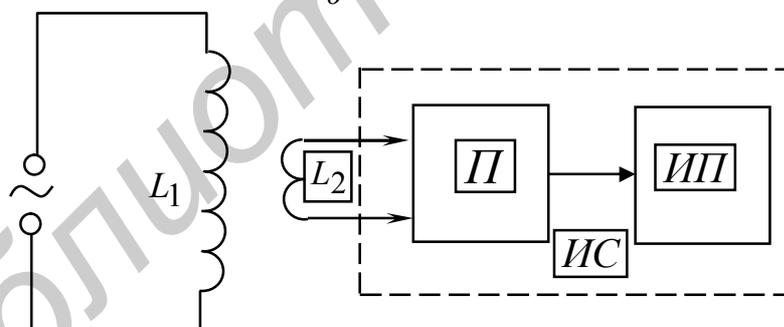


Рис. 2.19

В зонде при этом наводится ЭДС и возникает индукционный ток, который идет в измерительную систему. Величина выходного напряжения  $U$  пропорциональна значению величины  $B$  и определяется по отсчетному устройству измерительного прибора:

$$U = kB, \quad (2.47)$$

где  $k$  – калибровочный коэффициент, учитывающий геометрию датчика, частоту тока и характеристики измерительного преобразователя.

Для проверки теорем выбираются контуры произвольной длины и формы, лежащие в плоскости, перпендикулярной плоскости кольцевого проводни-

ка и проходящей через его диаметр (рис. 2.21).

Выбранный контур делится точками на одинаковые участки  $\Delta\ell$  (рис. 2.20). Измерения величины магнитной индукции производятся в середине каждого участка. При проверке теоремы Гаусса зонд ориентируется таким образом, чтобы направление стрелки на нем совпало с направлением нормали к участку контура, а при изучении теоремы о циркуляции вектора  $\vec{B}$  – с направлением касательной к контуру в направлении его обхода, которое выбирается произвольно.

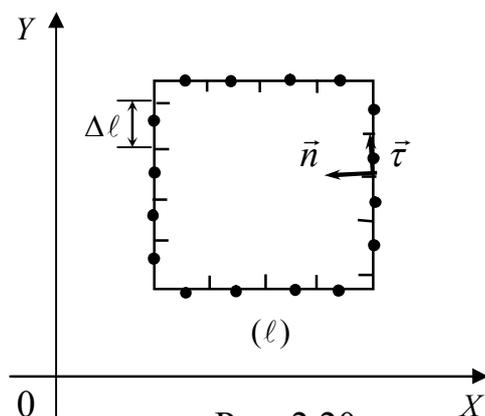


Рис. 2.20

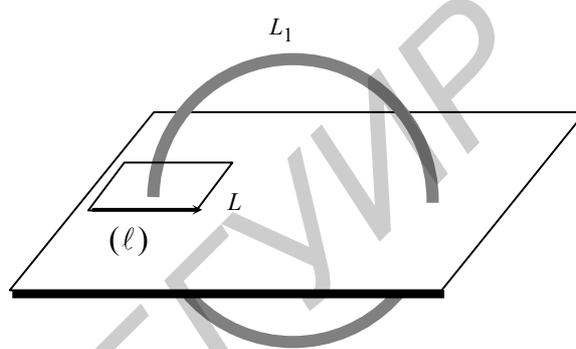


Рис.2.21

#### Задание

1. Проверить теорему Гаусса для произвольных контуров, охватывающих токи и неохватывающих токи. Для этого в каждом случае вычислить сумму

$$\sum_{i=1}^k B_{ni} \Delta\ell_i$$

и проанализировать полученные результаты.

2. Проверить теорему о циркуляции для тех же контуров. Для этого в каждом случае подсчитать сумму  $\sum_{i=1}^k B_{ni} \Delta\ell_i$  и проанализировать полученные результаты.

#### Лабораторная работа 2.8

#### ИЗУЧЕНИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ ПОСТОЯННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И МАГНИТНОГО ПОЛЕЙ НА ЗАРЯЖЕННЫЕ ЧАСТИЦЫ

##### Цель работы:

- изучить движение электронов в поперечных электрическом и магнитном полях;
- определить удельный заряд и скорость электронов;
- определить зависимость скорости электронов от величины электрического поля.

##### Методическое обоснование работы

Согласно современным представлениям, взаимодействие между частицами осуществляется посредством особой формы материи – физических полей.

Примеры физических полей: гравитационное, электромагнитное, поле ядерных сил. Каждый вид взаимодействия связывается с определенной характеристикой частицы (массой, зарядом и др.).

Поле, посредством которого осуществляется взаимодействие между электрически заряженными частицами, называется *электромагнитным полем*. Частными формами проявления электромагнитного поля являются электрическое и магнитное поля.

Представление об электрическом поле было введено Фарадеем. Согласно Фарадею, каждый заряд  $q$  изменяет определенным образом свойства окружающего его пространства: создает в окружающем пространстве электрическое поле. Это поле проявляет себя в том, что помещенный в любую точку пространства  $\vec{r}$  точечный заряд  $q'$  испытывает действие силы  $\vec{F}(q', \vec{r})$ , пропорциональной величине этого заряда:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}(q', \vec{r})}{q'}. \quad (2.48)$$

Величина  $\vec{E}(\vec{r})$  не зависит от  $q'$ , является его силовой характеристикой и называется *напряженностью* электрического поля.

Напряженность электрического поля в СИ измеряется в вольтах на метр (В/м).

Термин *магнитное поле* введен также Фарадеем. Источниками магнитных полей являются проводники с током, движущиеся электрические заряды и намагниченные тела. Природа этих источников едина: магнитное поле создается движущимися электрическими зарядами.

Силовой характеристикой магнитного поля является *магнитная индукция*  $\vec{B}$ . Единица измерения магнитной индукции в системе СИ – тесла (Тл).

На заряд  $q$ , движущийся в магнитном поле  $\vec{B}(\vec{r})$  со скоростью  $\vec{v}$ , действует сила, зависящая от  $\vec{r}$  и  $\vec{v}$ :

$$\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}(\vec{r})]. \quad (2.49)$$

Направление силы  $\vec{F}$  определяется по правилу правого винта (с учетом знака заряда  $q$ ): если винт вращать от вектора  $\vec{v}$  к вектору  $\vec{B}(\vec{r})$  кратчайшим путем, то поступательное движение винта совпадает с направлением действия силы  $\vec{F}$  для  $q > 0$  (рис. 2.22, а), и наоборот для  $q < 0$  (рис. 2.22, б).



Рис. 2.22

Модуль этой силы равен  $F_M = |q|vB\sin\alpha$ , где  $\alpha$  – угол между вектором индукции  $\vec{B}(\vec{r})$  и вектором скорости  $\vec{v}$ .

Если заряженная частица движется одновременно в электрическом и магнитном полях, то полная электромагнитная сила (сила Лоренца), действующая на частицу,

$$\vec{F}_L = \vec{F}_Э + \vec{F}_M = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}] \quad (2.50)$$

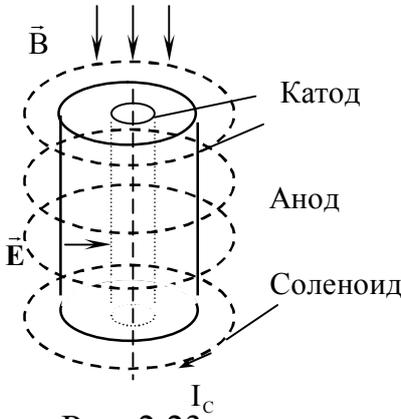


Рис. 2.23

Для достижения поставленной цели работы используется двухэлектродная лампа (диод) с цилиндрическими коаксиальными электродами: катод располагается вдоль оси цилиндрического анода. Лампа помещается внутрь цилиндрического соленоида (рис. 2.23). Вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  направлен параллельно оси электродов, а величина  $B$  определяется током соленоида  $I_c$ . Подобная конфигурация поля применяется в таких приборах, как магнетроны, в связи с чем описываемый метод определения удельного заряда носит название метода магнетрона.

При отсутствии магнитного поля ( $I_c = 0$ ) электроны движутся по радиусу от катода к аноду, создавая анодный ток  $I_a$  (рис. 2.24, а). При включении магнитного поля на движущиеся электроны действует магнитная составляющая силы Лоренца  $\vec{F}_M$ , которая искривляет траектории электронов (рис. 2.24, б). Если скорости испускаемых катодом электронов одинаковы, то при некотором значении магнитной индукции  $B = B_{кр}$  траектория электронов лишь касается поверхности анода (рис. 2.24, в). При дальнейшем увеличении индукции  $B > B_{кр}$  электроны не долетают до анода (рис. 2.24, г) и анодный ток прекращается. В этом случае зависимость анодного тока  $I_a$  от тока соленоида  $I_c$  представлена на рис. 2.25, а (кривая 1). Однако реальная зависимость анодного тока от тока соленоида имеет вид, изображенный на рис. 2.25, а (кривая 2). Постепенный спад анодного тока объясняется несовершенством вакуумных диодов и условий опыта, а также тем, что электроны покидают катод с различными начальными скоростями. Поэтому критические условия, при которых электроны лишь касаются анода, возникают для разных электронов при разных значениях индукции  $B$ . Максимальное изменение анодного тока наблюдается в том случае,

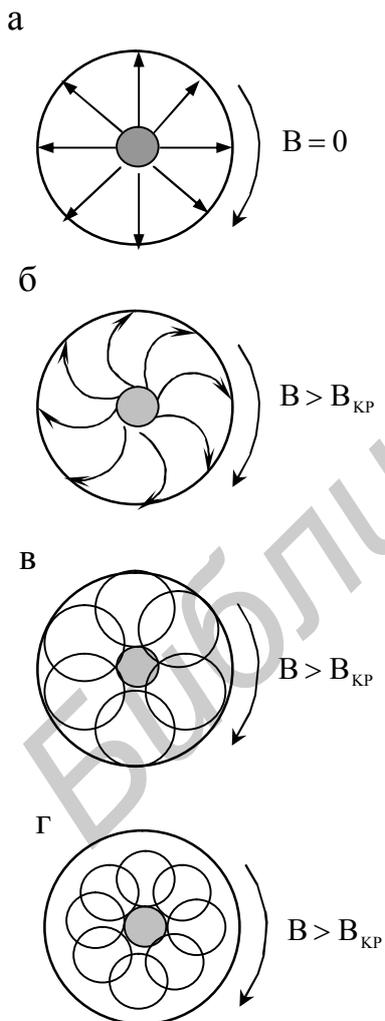


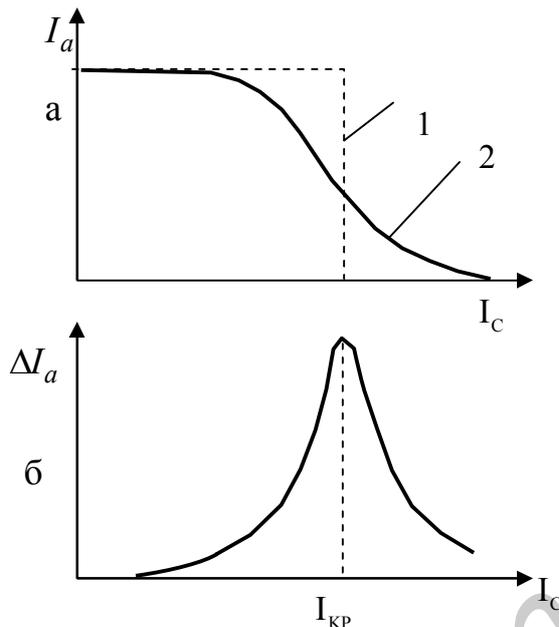
Рис. 2.24

когда до анода не долетают электроны, обладающие наиболее вероятной скоростью. Магнитная индукция в этом случае считается критической  $B_{кр}$ , а значение тока соленоида – критическим током  $I_{c(кр)}$ .

Критический ток соленоида  $I_{c(кр)}$  можно определить по графику зависимости модуля изменения анодного тока  $\Delta I_a$  от тока соленоида  $I_c$  (рис. 2.25, б):

$$\Delta I_a = I_{ai} - I_{a(i-1)},$$

где  $I_{ai}$  и  $I_{a(i-1)}$  – соответственно последующее и предыдущее значения анодного тока.



Удельный заряд электрона  $e/m$ , где  $e$  – элементарный заряд,  $m$  – масса электрона, и скорость  $v$  электрона определяются из следующих соображений.

Пусть  $v_0$  – наиболее вероятная скорость вылета электрона с поверхности катода;  $v$  – конечная скорость электрона при достижении им анода. Изменение кинетической энергии электрона обусловлено только действием электрического поля:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = eU, \quad (2.51)$$

Рис. 2.25

где  $U$  – напряжение между катодом и анодом.

Учитывая, что  $v \gg v_0$ , скорость электрона у анода

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}. \quad (2.52)$$

Для простоты будем считать, что электроны движутся в магнитном поле с постоянной скоростью  $v$ . Тогда их траектории представляют собой окружности радиусом  $r$ , а уравнение движения для каждого электрона имеет вид

$$m \frac{v^2}{r} = e v B_{кр}, \quad (2.53)$$

где  $v^2/r$  – центростремительное ускорение, обусловленное действием магнитной составляющей силы Лоренца ( $\vec{v} \perp \vec{B}$ ).

Так как радиус катода много меньше радиуса анода ( $r_k \ll r_A$ ), будем считать, что в случае  $B = B_{кр}$  электроны движутся по окружности, радиус которой  $r = r_A/2$ . Используя выражения (2.52) и (2.53), найдем удельный заряд электрона:

$$\frac{e}{m} = \frac{8U}{r_A^2 B_{кр}^2} \quad (2.54)$$

и наиболее вероятную скорость электронов, движущихся внутри диода:

$$v = \frac{4U}{r_A B_{кр}}. \quad (2.55)$$

Реально в диоде, помещенном в магнитном поле, электроны движутся от катода к аноду не с постоянной скоростью  $v$ , а с постепенно возрастающей от  $v_0$  до  $v = \sqrt{2Ue/m}$ . Однако более строгий расчет также приводит к выражению (4.55).

Критическое значение индукции магнитного поля рассчитывается по формуле

$$B_{кр} = \frac{I_{c(кр)} N}{2l} \mu \mu_0 (\cos \beta_1 - \cos \beta_2), \quad (2.56)$$

где  $I_{c(кр)}$  – критический ток соленоида (определяется по графику),  $l$  – длина соленоида;  $\mu$  – относительная магнитная проницаемость среды;  $\mu_0$  – магнитная постоянная;  $\beta_1, \beta_2$  – углы, показанные на рис. 2.26;  $N$  – число витков соленоида.

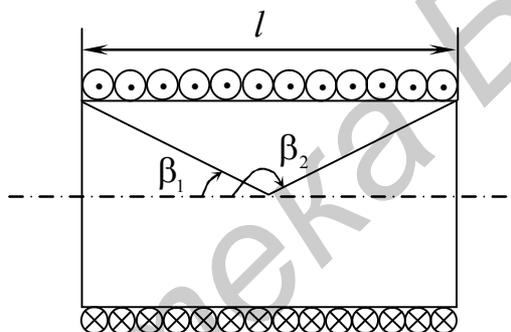


Рис. 2.26

Функциональная схема установки изображена на рис. 2.27. Установка состоит из диода (D) типа 2Ц2С, находящегося внутри соленоида (L), создающего магнитное поле, и источников питания диода и соленоида.

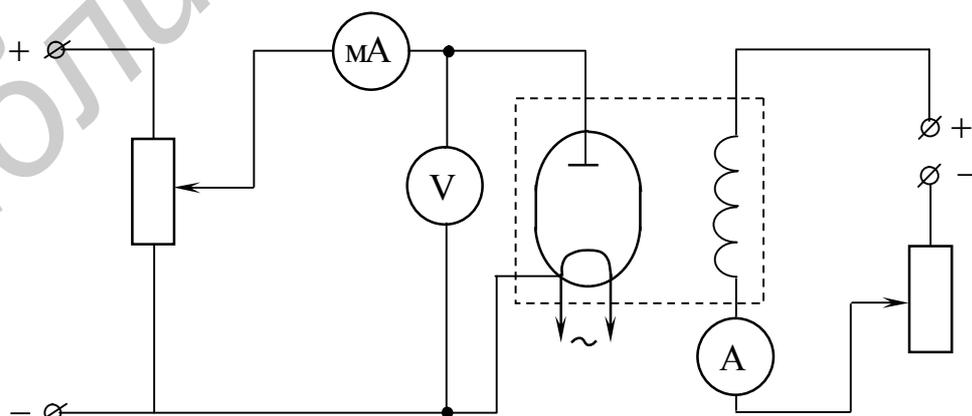


Рис. 2.27

Микроамперметр ( $\mu A$ ) служит для измерения анодного тока  $I_a$ . Ток соленоида  $I_c$  регулируется потенциометром и измеряется миллиамперметром (mA).

### Задание

1. Получить зависимость анодного тока  $I_a$  от тока соленоида  $I_c$  для трех значений напряжения на аноде  $U$ .
2. Построить зависимости  $\Delta I_a = f(I_c)$  для каждого значения  $U$ .
3. Из графиков  $\Delta I_a = f(I_c)$  определить значения  $I_{c(\text{кр})}$ .
4. Рассчитать по формуле (2.56)  $B_{\text{кр}}$  для каждого из трех случаев.
5. Рассчитать наиболее вероятную скорость электронов  $v$  для каждого значения  $U$  по формуле (2.55).
6. Построить кривую зависимости скорости электронов от анодного напряжения  $v = f(U)$ .
7. Рассчитать по формуле (2.54) удельный заряд электрона  $e/m$  и сравнить полученные значения с табличными.

### Лабораторная работа 2.9 ЭФФЕКТ ХОЛЛА

#### Цель работы:

– определить ЭДС Холла, удельную проводимость, концентрацию и подвижность носителей тока в полупроводниках при комнатной температуре.

#### Методическое обоснование работы

Физические явления, возникающие в веществе, находящемся в магнитном поле, при прохождении тока называются гальваномагнитными эффектами.

На заряженные частицы в электрическом и магнитном полях действует сила Лоренца:

$$\vec{F}_\text{л} = \vec{F}_\text{э} + \vec{F}_\text{м} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}] \quad (2.57)$$

Рассмотрим качественное действие магнитного поля на полупроводник  $n$ -типа, по которому течет электрический ток. Пусть образец имеет вид параллелепипеда размерами  $a$ ,  $b$ ,  $d$  (рис.2.28) и находится во внешнем магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$ , направленном против оси  $OZ$ .

При включении электрического поля напряженностью  $\vec{E}$  в образце возникает электрический ток с плотностью  $\vec{j} = \sigma\vec{E}$  (где  $\sigma$  – удельная электропроводность).

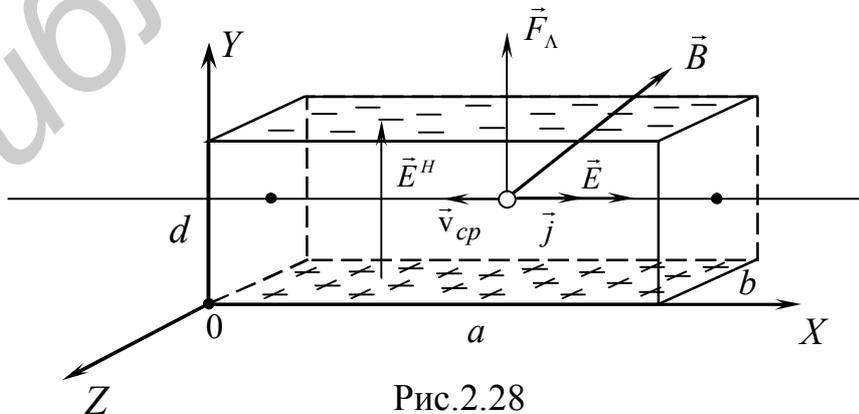


Рис.2.28

Носители тока под действием силы  $\vec{F}_\text{э} = q\vec{E}$ , где  $q$  – заряд носителя, приобретают дрейфовую скорость  $\vec{v}_\text{др}$ , направленную против напряженности

электрического поля. При включении магнитного поля на носители начинает действовать магнитная компонента силы Лоренца, перпендикулярная  $\vec{v}_{\text{ср}}$  и  $\vec{B}$ :

$$\vec{F}_M = e[\vec{v}_{\text{ср}} \vec{B}]. \quad (2.58)$$

Так как в полупроводнике существует статистический разброс носителей по скоростям, то  $\vec{v}_{\text{ср}}$  является средней скоростью движения в поле  $\vec{E}$ :

$$\vec{v} = \vec{a}t = \frac{\vec{F}}{m^*}t = \frac{e\vec{E}}{m^*}t, \quad (2.59)$$

где  $m^*$  – эффективная масса носителя, учитывающая взаимодействие его с внутрикристаллическим полем;  $t$  – время свободного пробега (время между двумя последовательными столкновениями носителя с ионами кристаллической решетки).

Время  $t$  принимает разные значения и распределено по определенному статистическому закону с плотностью вероятности  $\omega(t)$ :

$$\omega(t) = \frac{1}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \quad (2.60)$$

где  $\tau$  – среднее время свободного пробега.

Средняя скорость движения носителя  $\vec{v}_{\text{ср}}$  в таком случае определяется соотношением

$$\vec{v}_{\text{ср}} = \int_0^{\infty} \vec{v}(t)\omega(t)dt. \quad (2.61)$$

Подставляя (2.59) и (2.60) в (2.61), получим:

$$\vec{v}_{\text{ср}} = \frac{e\tau}{m^*} \vec{E} = u\vec{E}, \quad (2.62)$$

где  $u = \frac{e\tau}{m^*}$  – подвижность носителей заряда.

С учетом (2.62) сила Лоренца (будем в дальнейшем так называть ее магнитную составляющую  $\vec{F}_M$ ) переписывается следующим образом:

$$\vec{F}_L = \frac{e^2\tau}{m^*} [\vec{E}, \vec{B}] \quad (2.63)$$

Из (2.63) следует, что направление силы Лоренца не зависит от знака носителей заряда, а определяется только направлением электрического и магнитного полей  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$ . Носители заряда – электроны или дырки (для полупроводника  $p$ -типа) отклоняются в одну и ту же сторону.

Для металлического образца (или полупроводника  $n$ -типа) конечных размеров в результате этого происходит накопление отрицательного заряда на верхней (см. рис. 2.28) стороне образца. На противоположной стороне формируется положительный заряд. Для полупроводника  $p$ -типа (носителями заряда

являются положительно заряженные дырки) знаки заряда на этих плоскостях противоположны: на верхней плоскости положительный, а на нижней – отрицательный.

В результате этого в направлении оси  $Y$  возникает поперечное электрическое поле  $\vec{E}^H$ . Это поле носит название поля Холла, а явление возникновения поля  $\vec{E}^H$  в образце с током под действием магнитного поля называется эффектом Холла. Направление поля  $\vec{E}^H$  зависит от знака носителей заряда.

Величина  $\vec{E}^H$  будет расти до тех пор, пока электрическая сила, действующая на заряд со стороны этого поля, не компенсирует силу Лоренца. После этого носители тока будут двигаться как бы под действием поля  $\vec{E}$  вдоль оси  $X$ , т. е. вектор плотности тока  $\vec{j}$  будет направлен (как и при отсутствии поля  $\vec{B}$ ) вдоль  $\vec{E}$ . Однако суммарное электрическое поле  $\vec{E}' = \vec{E} + \vec{E}^H$  будет повернуто относительно оси  $X$  на угол  $\varphi$  (угол Холла) (рис.2.29).

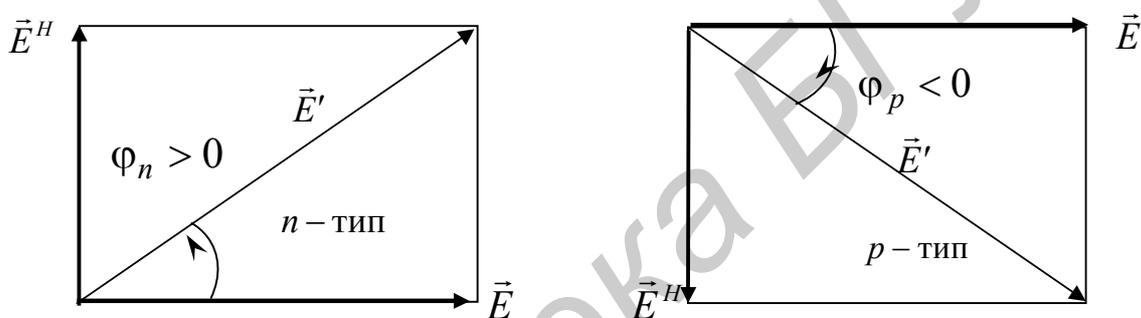


Рис.2.29

Разность потенциалов между верхней и нижней плоскостями  $U^H$  носит название холловой разности потенциалов (ЭДС Холла).

Эмпирически Холл установил, что

$$\vec{E}^H = -R[\vec{j}\vec{B}], \quad (2.64)$$

где  $R$  – постоянная Холла.

Из условия, что действие холлова поля должно компенсировать силу Лоренца, можно найти величину  $R$ .

Так как  $q\vec{E}^H + \vec{F}_{\text{Л}} = \vec{0}$ , (2.65)

то

$$\vec{E}^H = -[\vec{v}_{\text{ср}}\vec{B}] = -u[\vec{E}\vec{B}]. \quad (2.66)$$

Учитывая, что  $\vec{j} = \sigma\vec{E}$ , из выражения (2.64) получим

$$\vec{E}^H = -R\sigma[\vec{E}\vec{B}]. \quad (2.67)$$

Сравнивая (2.66) и (2.67), для нашего конкретного случая можно записать

$$R = \frac{u}{\sigma} = \frac{1}{qn}. \quad (2.68)$$

При выводе (2.68) было учтено, что  $\sigma = qni$ . Для дырок знак заряда будет противоположным. Таким образом, знак  $R$  пределяется знаком носителей заряда. Определив  $R$ , можно определить знак носителей заряда, а следовательно, и тип проводимости. Зная  $R$ , можно также оценить концентрацию носителей заряда и их подвижность. Поле Холла при заданных  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  определяется только подвижностью носителей заряда.

Угол Холла можно вычислить по формуле

$$\operatorname{tg}\varphi = -RB\sigma = -uB. \quad (2.69)$$

В данной работе используется метод измерения ЭДС Холла в постоянном электрическом и магнитном полях.

Функциональная схема установки приведена на рис. 2.30.

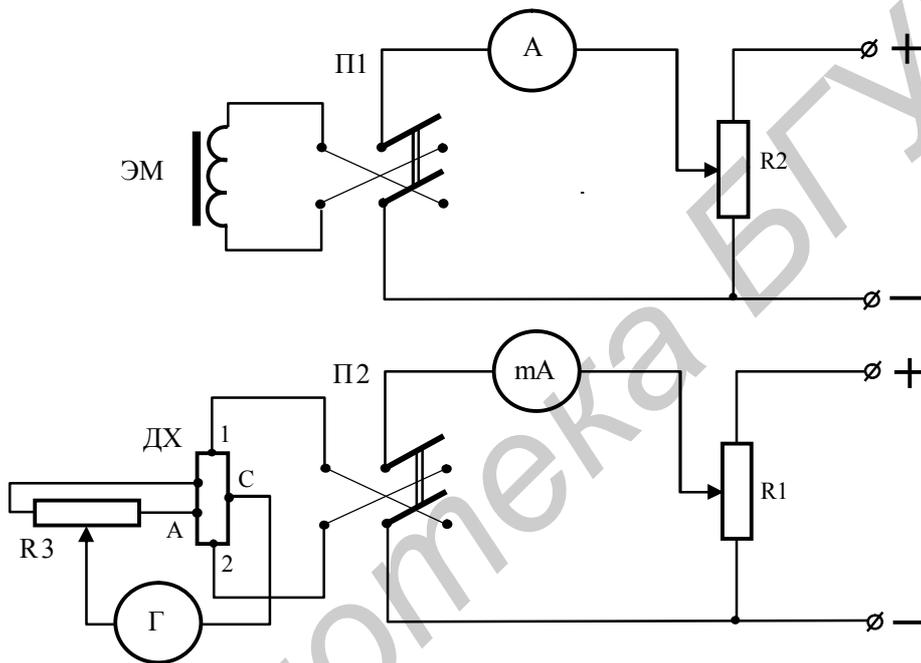


Рис. 2.34

К полупроводниковому образцу или датчику Холла (ДХ) через электроды 1 и 2 подводится ток, электроды А и С являются зондами для измерений ЭДС Холла.

Держатель с полупроводниковым образцом устанавливается между полюсными наконечниками электромагнита, подключенного к источнику постоянного тока.

Величина тока, идущего через образец, регулируется потенциометром  $R_1$  и измеряется миллиамперметром ( $mA$ ).

Изменение величины индукции магнитного поля в воздушном зазоре между полюсными наконечниками электромагнита осуществляется реостатом  $R_2$ , а измерение значения тока  $I_{\text{ЭМ}}$  производится амперметром ( $A$ ). Индукция магнитного поля определяется из выражения

$$B = \mu\mu_0 H = k\mu\mu_0 I_{\text{ЭМ}}, \quad (2.70)$$

где  $\mu$  – относительная магнитная проницаемость сердечника электромагнита;  $k$  – коэффициент, учитывающий конструктивные особенности электромагнита.

Модуль ЭДС Холла  $\varepsilon_x = |U^H|$  вычисляется по формуле

$$\varepsilon_x = I_r R_r, \quad (2.71)$$

где  $I_r$  – ток, идущий через гальванометр;  $R_r$  – внутреннее сопротивление гальванометра.

Если бы холловские электроды на образце были расположены строго симметрично, то при прохождении тока через образец в отсутствие магнитного поля между электродами не обнаруживалось бы никакой разности потенциалов. Однако расположить их строго симметрично невозможно, и между холловскими электродами возникает разность потенциалов  $U_R$ . Потенциометром  $R_3$  выравняются потенциалы на клеммах гальванометра  $\Gamma$ , который при выключенном магнитном поле должен показывать 0.

При определении величины ЭДС Холла для исключения напряжений, обусловленных побочными эффектами, измерения тока  $I_r$  необходимо проводить два раза при противоположных направлениях магнитного поля

$$\langle I_r \rangle = \frac{I_{r1} + I_{r2}}{2}. \quad (2.72)$$

По найденным значениям  $I_r$ , величине тока через образец  $I$  и через электромагнит  $I_{эм}$  определяется модуль постоянной Холла

$$|R| = A \frac{\varepsilon_x d}{IB} = c \frac{I_r}{I_{эм} I}, \quad (2.73)$$

где  $c = \frac{1,17 R_r d}{\mu_0 k}$  – калибровочный коэффициент.

Значения  $A, \mu, k, d$  и допустимые значения величин  $I$  и  $I_{эм}$  указаны на рабочем месте.

*Задание*

1. Исследовать зависимость ЭДС Холла от индукции магнитного поля при постоянном значении тока через образец.

2. Исследовать зависимость ЭДС Холла от силы тока, протекающего через образец при постоянном значении индукции магнитного поля.

## Лабораторная работа 2.10 ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

*Цель работы:*

–экспериментально изучить частные случаи электромагнитной индукции.

*Методическое обоснование работы*

В работе предлагается проверить на опыте некоторые частные случаи явления электромагнитной индукции. Схема установки приведена на рис. 2.30.

Изменяющееся магнитное поле в длинном соленоиде  $L_0$  возбуждает вихревое электрическое поле, под действием которого в катушках  $L_1 - L_5$  возникает ЭДС индукции. Амплитудное значение ЭДС измеряется электронным осциллографом.

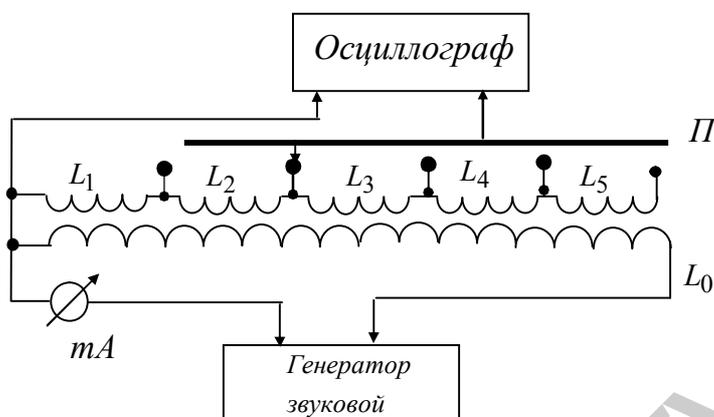


Рис. 2.31

Кнопочный переключатель  $\Pi$  дает возможность подключить к осциллографу каждую из катушек  $L_1 - L_5$  поочередно.

Согласно закону электромагнитной индукции

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_1}{dt}, \quad (2.74)$$

где  $\varepsilon_2$  – ЭДС индукции, возникшая во вторичной катушке;  $\Phi_{12}$  – магнитный поток через вторичную катушку, создаваемый током  $I_1$ , текущим в первичной катушке.

Так как в катушке  $L_0$  течет переменный ток  $I_1$ , изменяющийся по закону

$$I_1 = I_{10} \sin \omega t, \quad (2.75)$$

то

$$\varepsilon_2 = -L_{12} I_{10} \omega \cos \omega t = -\varepsilon_m \cos \omega t. \quad (2.76)$$

Амплитудное значение тока во вторичной цепи

$$I_{20} = \frac{\varepsilon_m}{R} = \frac{L_{12} I_{10} \omega}{R} \quad (2.77)$$

где  $R$  – сопротивление вторичной цепи.

Следовательно,

$$L_{12} = \frac{\varepsilon_m}{\omega I_{10}} = \frac{\varepsilon_m}{2\pi\nu I_{10}}, \quad (2.78)$$

где  $\varepsilon_m$  – ЭДС, снимаемая с осциллографа.

Наличие переключателя  $\Pi$  дает возможность катушкам поменяться ролями (рис. 2.32). Сначала генератор подключается к одной из катушек  $L_1 - L_5$ , а осциллограф – к соленоиду  $L_0$ , затем наоборот.

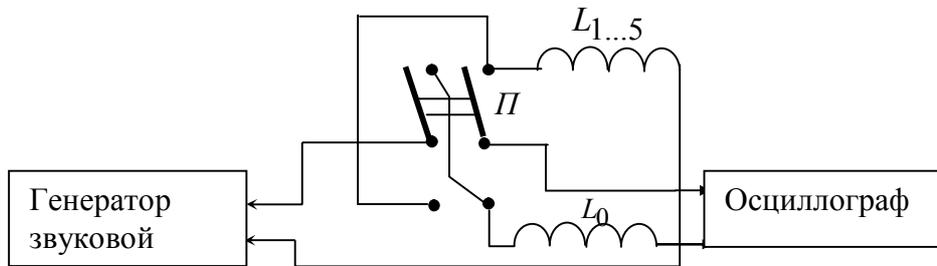


Рис. 2.32

Рассчитав коэффициенты взаимной индукции, легко убедиться в справедливости формулы

$$\frac{L_{12}}{L_{21}} = 1. \quad (2.79)$$

*Задание*

1. Изучить зависимость ЭДС индукции от числа витков  $n$  во вторичной цепи. Построить график  $\varepsilon = \varepsilon(n)$ .
2. Изучить зависимость ЭДС индукции от частоты переменного тока  $\nu$  на одной из катушек вторичной обмотки соленоида  $L_1 - L_5$  (наилучшее наблюдение на катушке  $L_4$ ). Построить график  $\varepsilon = \varepsilon(\nu)$ .
3. Проверить независимость коэффициента взаимной индукции от частоты и напряжения генератора  $L_{12}/L_{21} = 1$ .

Лабораторная работа 2.11  
ИЗУЧЕНИЕ МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ  
ФЕРРОМАГНЕТИКОВ

*Цель работы:*

– ознакомиться с основными магнитными свойствами ферромагнетиков.

*Методическое обоснование работы*

Важнейшим характерным для ферромагнетиков свойством является магнитный гистерезис, то есть запаздывание изменений магнитных состояний в зависимости от изменений напряженности внешнего магнитного поля. Магнитный гистерезис наблюдается до достижения ферромагнетиком состояния магнитного насыщения и проявляется в неоднозначной зависимости намагниченности и магнитной индукции от напряженности магнитного поля (рис.2.33).

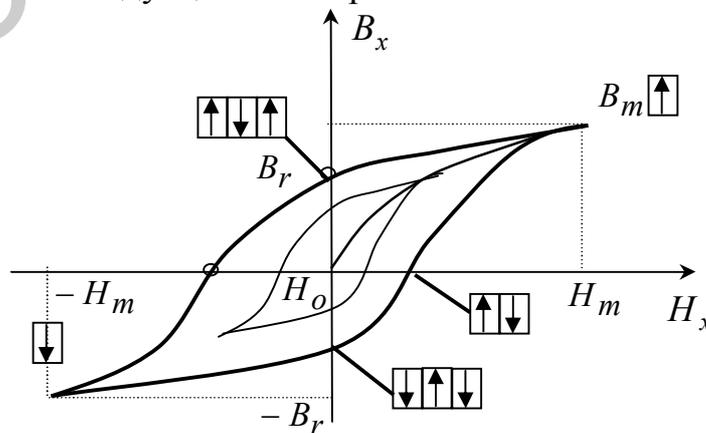


Рис. 2.33

Если после достижения значения намагниченности  $J_{\text{насыщ}}$  (см. рис. 1.28) при  $H = H_m$  начать уменьшать значения напряженности внешнего магнитного поля  $H$ , в которое внесен образец, то кривая обратного хода пойдет выше основной преимущественно за счет возникновения и роста доменов с магнитным моментом, направленным против поля. При уменьшении  $H$  до 0 у образца сохраняется остаточная индукция  $B_r$ . Образец полностью размагничивается лишь в достаточно сильном поле противоположного направления, называемом коэрцитивным полем (коэрцитивной силой)  $H_c$ . При дальнейшем увеличении магнитного поля обратного направления образец вновь намагничивается вдоль поля до насыщения. Последующему изменению проекции напряженности на исследуемое направление от  $-H_m$  до  $H_m$  соответствует изменение магнитной индукции по кривой, проходящей ниже основной. Полученную кривую называют предельной петлей гистерезиса. По ней определяют остаточную индукцию  $B_r$  и коэрцитивную силу  $H_c$  исследуемого ферромагнетика. Если  $H$  не доводить до значения  $H_m$ , то будут получаться петли гистерезиса меньших размеров (частные петли), вершины которых будут лежать на основной кривой намагничивания.

По полученной для исследуемого ферромагнетика основной кривой намагничивания можно определить значение его магнитной проницаемости  $\mu = B/(\mu_0 H)$  и построить график зависимости  $\mu = \mu(H)$ . Так как магнитная восприимчивость  $\chi = \mu - 1$  и  $J = \frac{B}{\mu_0} - H$ , то можно так же построить графики  $\chi = \chi(H)$  и  $J = J(H)$ .

В настоящей работе магнитные характеристики ферромагнитных материалов определяются посредством рассмотрения петель гистерезиса в намагничивающем поле частотой 50 Гц с помощью электронно-лучевого осциллографа. Образец из исследуемого ферромагнетика в форме тороида  $T$  со средним радиусом  $r_{\text{ср}}$  снабжен намагничивающей и измерительной обмотками, число витков которых соответственно  $n_1$  и  $n_2$  (рис. 2.34).

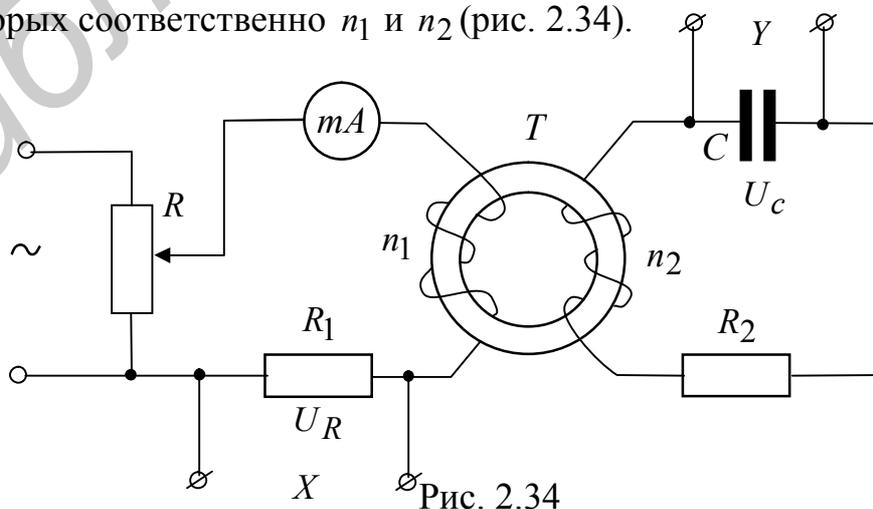


Рис. 2.34

Напряжение, подаваемое с  $R_1$  на вход  $X$  осциллографа, пропорционально силе тока  $I_1$  в намагничивающей обмотке. Учитывая, что напряженность поля внутри тороида  $H = \frac{N}{2\pi r_{cp}}$ , где  $r_{cp}$  - средний радиус тороида, для  $U_R$  получаем

$$U_R = I_1 R_1 = \frac{2\pi r_{cp}}{n_1} R_1 H. \quad (2.80)$$

В измерительной обмотке возникает ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{n_2 d\Phi}{dt} = -n_2 S \frac{dB}{dt}, \quad (2.81)$$

где  $\Phi$  – поток вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  через поверхность, охватываемую витком вторичной обмотки;  $S$  – площадь сечения тороида.

Если мгновенное значение силы тока в цепи измерительной обмотки обозначить через  $I_2$ , то в соответствии с законом Ом

$$I_2 R_2 = \varepsilon_i + \varepsilon_s + U_c, \quad (2.82)$$

где  $\varepsilon_s$  – ЭДС самоиндукции.

Следовательно, если подобрать сопротивление  $R_2$  и емкость  $C$  такими, чтобы напряжение на конденсаторе  $U_c$  было значительно меньше напряжения  $U_R$  на резисторе  $R_2$ , и пренебречь величиной  $\varepsilon_s$ , то  $I_2 R_2 = \varepsilon_i$ . Используя (2.81), получим, что сила тока во вторичной обмотке

$$I_2 = -\frac{n_2 S}{R_2} \frac{dB}{dt} \quad (2.83)$$

Тогда напряжение  $U_c$ , которое подается с конденсатора на вход  $Y$  осциллографа, равно

$$U_c = \frac{\int I_2 dt}{C} = -\frac{n_2 S}{CR_2} \int dB = -\frac{n_2 SB}{CR_2}. \quad (2.84)$$

Итак, отклонение луча осциллографа по оси  $X$  пропорционально напряженности магнитного поля  $H$ , а по оси  $Y$  – магнитной индукции в тороидальном образце. За один период синусоидального изменения тока электронный луч на экране осциллографа опишет полную петлю гистерезиса, а за каждый последующий период в точности ее повторит. В результате на экране будет видна стабильная петля гистерезиса.

Вычисление значения величин  $H, j, B, \mu$  производится по формулам:

$$H = hx; \quad (2.85)$$

$$J = \frac{B}{\mu_0} - H; \quad (2.86)$$

$$B = by; \quad (2.87)$$

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}. \quad (2.88)$$

Координаты  $x$  и  $y$  петель гистерезиса снимаются с осциллограмм. Зная чувствительность осциллографа  $x(\delta x)$  и  $y(\delta y)$  по осям  $X$  и  $Y$ , калибровочные постоянные  $h$  и  $b$  определяются в соответствии с формулами (2.80) и (2.84) следующим образом:

$$h = \frac{n_1}{2\pi r_{\text{cp}} R_1} \delta x; \quad (2.89)$$

$$b = \frac{CR_2}{n_2 S} \delta y. \quad (2.90)$$

Значение величин  $n_1$ ,  $r_{\text{cp}}$ ,  $R_1$ ,  $C$ ,  $R_2$ ,  $n_2$  и  $S$  указаны на рабочем месте.

#### Задание

1. По полученной петле гистерезиса определить коэрцитивную силу и остаточную индукцию исследуемого ферромагнитного материала.
2. Построить графики зависимости магнитной индукции, магнитной проницаемости и намагниченности ферромагнетика от напряженности магнитного поля:  $B=B(H)$ ,  $\mu = \mu(H)$ ,  $J=J(H)$ .

### Лабораторная работа 2.12

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЧКИ КЮРИ ФЕРРОМАГНЕТИКА С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРОННОГО ОСЦИЛЛОГРАФА

##### Цель работы:

– определение температуры Кюри ферромагнитного тороида с помощью электронного осциллографа.

##### Методическое обоснование работы

Метод определения точки Кюри ферромагнетиков основан на резком падении намагниченности исследуемого образца при температуре Кюри. Используя электронный осциллограф (ЭО), можно наблюдать магнитный гистерезис при перемагничивании ферромагнитного образца (рис.2.35).

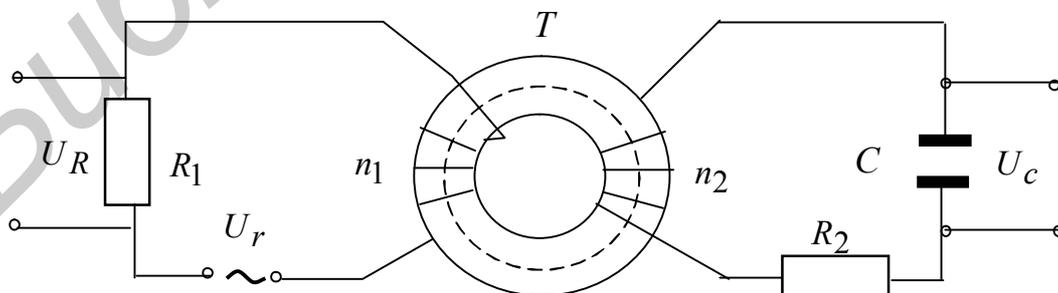


Рис. 2.35

В качестве исследуемого образца используется ферритовый тороид  $T$ , первичная обмотка которого содержит  $n_1$ , а вторичная –  $n_2$  витков. На первич-

ную обмотку тороида подается напряжение со звукового генератора. В цепь вторичной обмотки последовательно включаются сопротивление  $R_2$  и емкость  $C$ . Электрические напряжения  $U_R$  и  $U_C$ , снимаемые с сопротивления  $R_1$  и конденсатора  $C$ , подаются соответственно на горизонтальный ( $X$ -вход) и вертикальный ( $Y$ -вход) усилители электронного осциллографа. На экране осциллографа наблюдается петля гистерезиса, т. к. напряжение  $U_R$  пропорционально напряженности  $H$  магнитного поля в образце, а напряжение  $U_C$  пропорционально магнитной индукции  $B$ .

Пусть ток в первичной цепи тороида создает магнитное поле напряженностью  $H$ . Линии индукции этого поля являются окружностями, центр которых совпадает с центром тороида. Согласно теореме о циркуляции вектора  $\vec{H}$ ,

$$\oint_{(\ell)} \vec{H} d\vec{\ell} = n_1 I_1, \quad (2.91)$$

где  $d\vec{\ell}$  – элемент контура  $(\ell)$ , указанного в тороиде штриховой линией;  $n_1 I_1$  – сумма токов, охватываемых контуром  $(\ell)$ .

Величина напряженности  $H$  в соответствии с (2.91):

$$H = \frac{n_1 I_1}{2\pi r_{\text{ср}}}. \quad (2.92)$$

Тогда напряжение

$$U_R = I_1 R_1 = \frac{2\pi r_{\text{ср}}}{n_1} H R_1, \quad (2.93)$$

т. е. оно пропорционально  $H$ .

Во вторичной обмотке, согласно явлению электромагнитной индукции,

наводится ЭДС: 
$$\varepsilon_i = -n_2 S \frac{dB}{dt}, \quad (2.94)$$

где  $S$  – поперечное сечение тороида.

В соответствии с законом Ома

$$I_2 R_2 = \varepsilon_i + \varepsilon_s + q/C, \quad (2.95)$$

где  $q/C$  – напряжение на конденсаторе;  $\varepsilon_s = -L \frac{dI_2}{dt}$  – ЭДС самоиндукции.

Если активное сопротивление  $R_2$  и емкость  $C$  достаточно велики, то величинами  $\varepsilon_s$  и  $U_C$  можно пренебречь. В силу этого индукционный ток во второй обмотке  $I_2 = \frac{\varepsilon_i}{R}$ . Следовательно, напряжение на конденсаторе

$$U_C = \frac{\int I_2 dt}{C} = -\frac{n_2 S}{CR_2} \int dB = -\frac{n_2 SB}{CR_2}, \quad (2.96)$$

т. е. оно пропорционально  $B$ .

Значение величины  $B$  определяется из соотношения

$$B = \frac{CR_2}{n_2 S} \delta_y y, \quad (2.97)$$

где  $\delta_y$  – чувствительность осциллографа по оси  $Y$ ;  $y$  – ордината точки петли.

Электронный луч будет вычерчивать кривую зависимости  $B = B(H)$ . За один период синусоидального изменения тока пятно на экране от электронного луча опишет полную петлю гистерезиса, а за каждый последующий период полностью повторит ее. Поэтому петля гистерезиса на экране осциллографа будет казаться неподвижной. При температуре Кюри тороид (ферритовое кольцо) теряет ферромагнитные свойства и на экране вместо петли гистерезиса будет видна прямая линия.

Ферритовый тороид помещается в устройстве, представляющем собой емкость, заполненную силиконовым маслом. В боковых стенках емкости установлены нагреватели. Емкость закрывается крышкой, на которую выведены клеммы первичной и вторичной обмоток тороида.

Температура ферритового тороида изменяется и поддерживается на необходимом уровне с помощью регулятора напряжения и измеряется термопарой, подключенной к милливольтметру, проградуированному в градусах Цельсия.

#### *Задание*

1. Построить зависимость магнитной индукции  $B$  от температуры  $T$ ,  $B = B(T)$ .

2. Определить температуру Кюри по графику методом экстраполяции. Для этого провести через последнюю экспериментальную точку касательную к кривой до пересечения с осью температур. Считать, что точка пересечения соответствует температуре Кюри.

## Содержание

1. Электромагнетизм.....	3
1.1. Электростатика .....	3
1.1.1. Электрическое поле .....	3
1.1.2. Взаимодействие зарядов .....	4
1.1.3. Напряженность поля. Силовые линии.....	4
1.1.3. Потенциал. Эквипотенциальные поверхности .....	6
1.1.4. Связь между напряженностью и потенциалом .....	7
1.1.5. Примеры электростатических полей.....	7
1.1.6. Поток вектора напряженности электрического поля .....	9
1.1.8. Циркуляция вектора $\vec{E}$ .....	10
1.2. Магнитное поле.....	10
1.2.1. Сила Ампера.....	12
1.2.2. Закон Био–Савара–Лапласа .....	13
1.2.3. Теорема Гаусса и теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$ .....	14
1.2.4. Действие электромагнитного поля на заряженные частицы.....	15
1.2.5. Явление электромагнитной индукции.....	17
1.2.6. Явление самоиндукции .....	18
1.2.7. Явление взаимной индукции .....	19
1.3. Электромагнитное поле в веществе .....	19
1.3.1. Диэлектрики во внешнем электрическом поле.....	20
1.3.2. Сегнетоэлектрики.....	23
1.3.3. Магнетики во внешнем магнитном поле.....	25
1.3.4. Магнетики. Ферромагнетики .....	25
2. Лабораторный практикум.....	30
Лабораторная работа 2.1. Изучение строения электростатических полей .....	30
Лабораторная работа 2.2. Изучение основных свойств электрических полей.....	31
Лабораторная работа 2.3. Изучение диэлектрического гистерезиса сегнетоэлектриков .....	34
Лабораторная работа 2.4. Изучение температурной зависимости диэлектрической проницаемости сегнетоэлектриков вблизи температуры фазового перехода .....	36
Лабораторная работа № 2.5. Изучение резонанса напряжений и токов.....	38
Лабораторная работа 2.6. Изучение магнитных полей.....	46
Лабораторная работа 2.7. Изучение законов магнитного поля.....	48
Лабораторная работа 2.8. Изучение воздействия постоянных электрического и магнитного полей на заряженные частицы.....	49
Лабораторная работа 2.9. Эффект Холла.....	54
Лабораторная работа 2.10. Изучение явления электромагнитной индукции .....	58
Лабораторная работа 2.11. Изучение магнитных свойств ферромагнетиков.....	60
Лабораторная работа 2.12. Определение точки кюри ферромагнетика с помощью электронного осциллографа .....	63

*Учебное издание*

Авторы :

**Сергеева-Некрасова Марина Сергеевна (разделы 1-4)**

**Смирнова Галина Федоровна (разделы 1-4)**

**Родин Сергей Васильевич (раздел 4)**

**Ранцевич Валерий Бронеславович (раздел 4)**

## **ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ**

Лабораторный практикум  
по курсу «Физика»

Редактор Н. В. Гриневич

---

Подписано в печать	Формат 60x84 1/16.	Бумага офсетная.
Гарнитура «Гаймс».	Печать ризографическая.	Усл.печ.л.
Уч.-изд. л. 0,7	Тираж 200 экз.	Заказ 762

---

Издатель и полиграфическое исполнение: Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»  
Лицензия на осуществление издательской деятельности №02330/0056964 от 01.04.  
04.

Лицензия на осуществление полиграфической деятельности №02330/0133108 от  
30.04.04

220013, Минск, П.Бровки, 6