

## НЕКОТОРЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРОЕКЦИРОВАНИЯ ПРЯМЫХ УГЛОВ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
г. Минск, Республика Беларусь

Арабей П. С., Кухлевская В. С.

Резанко А. А. – старший преподаватель

При проектировании углов на плоскость методом Монжа, как известно, происходит определённое их искажение. Причем, в отличие от отрезков прямой, где проекция не может быть больше реальной длины отрезка, углы могут искажаться как в большую, так и в меньшую сторону. Любой угол в зависимости от его положения в пространстве может на проекции изменяться от  $0^\circ$  до  $180^\circ$ . Теорией отмечено также, что для прямых углов существует одна частная ситуация, когда прямой угол и на проекции остаётся прямым. Это происходит, если хотя бы одна из сторон прямого угла в пространстве параллельна какой-либо плоскости проекций. Тогда на эту плоскость угол проектируется без искажений (хотя сами лучи, образующие угол, могут искажаться).

Тему исследования этого вопроса подсказала одна из карт тестирования (см. рис.1), где по заданным проекциям угла требуется определить, является ли угол прямым и в пространстве? В связи с этим возникает два вопроса:

- существует ли такая ситуация, при которой прямой пространственный угол на обеих проекциях одновременно остаётся прямым?
- может ли любой иной угол на обеих проекциях одновременно стать прямым?

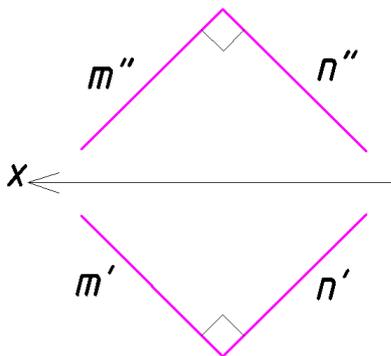


Рис.1.

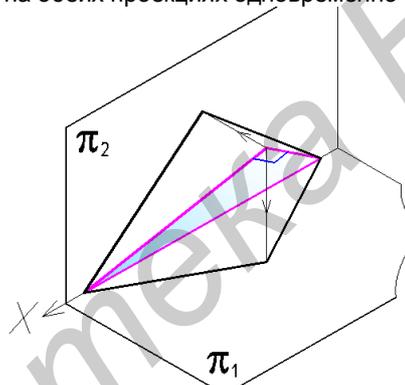


Рис.2.

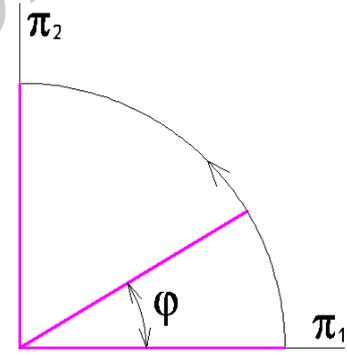


Рис.3.

Для удобства математического расчёта несколько видоизменим чертёж (см. рис.2), удлинив лучи до пересечения с осью и дополнив его до прямоугольного треугольника. Для лучшей наглядности повернём систему плоскостей проекции (см. рис.3) так, чтобы ось x была направлена к наблюдателю, тогда исследуемый треугольник станет в линию.

Для исследования треугольник вращали вокруг оси x от совмещения с плоскостью  $\pi_1$  до совмещения с плоскостью  $\pi_2$ , через каждые 15° анализируя получаемые проекции. Построения и измерения показали, что прямой пространственный угол на горизонтальной проекции при повороте увеличивается от  $90^\circ$  до  $180^\circ$ , а на фронтальной проекции – уменьшается от  $180^\circ$  до  $90^\circ$ . Особое положение треугольник занимает при  $\alpha = 45^\circ$ . В этом случае обе проекции искажаются в одинаковой степени, но прямой угол на обеих проекциях проектируется в  $109^\circ$ .

Дополнительные исследования (вращение угла вокруг проектирующих осей) показали, что всё-таки существует единственный вариант расположения, когда пространственный прямой угол на обеих проекциях также остаётся прямым. Это случается, когда одна из сторон угла в пространстве параллельна оси x, а стало быть, она параллельна и обеим плоскостям проекций. Но это – частный случай проектирования, известный в теории.

Вторая часть исследований была направлена на то, чтобы определить, какой всё-таки должен быть пространственный угол, чтобы на обеих проекциях он проектировался в  $90^\circ$ . Геометрические построения и тригонометрический расчёт позволил найти величину этого угла. Оказалось, что для того, чтобы угол, расположенный в биссектральной плоскости первого октанта на обеих проекциях был равен  $90^\circ$ , в пространстве он должен быть равным  $71^\circ$  градусу.

Выполненные исследования позволили сделать вывод, что при обеих проекциях, равных  $90^\circ$ , пространственный угол не может быть прямым, за исключением одного-единственного частного случая, когда одна из сторон угла в пространстве параллельна оси x.

Список использованных источников:

Гордон, В.О. Курс начертательной геометрии: Учебник / В.О. Гордон, М. А., Семенцов-Огиевский. – М.: Высш. шк., 2003. – 272 с.