ОСОБЫЕ СЛУЧАИ СЕЧЕНИЯ КОНУСА ПЛОСКОСТЬЮ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Варламова Т. А., Кухлевская В. С., Подрез А. А.

Резанко А. А. – старший преподаватель

Как известно, все конические сечения подразделяются на пять типов: а) окружность; б) треугольник; в) эллипс; в) гипербола и г) парабола. В принципе, все они достаточно широко изучены геометрической наукой и сомнений не вызывают. Но в проективной или начертательной геометрии, встречаются особые случаи сечения, когда сложные линии среза на чертеже выглядят упрощённо.

В работе исследованы две частные ситуации, складывающиеся при пересечении прямого кругового конуса фронтально-проецирующей плоскостью.

Вариант А. Конус с диаметром основания *D* и высотой *H* пересекается плоскостью γ таким образом, что пересечёнными оказываются все образующие конуса (см. рис.1). Пространственной линией пересечения в этом случае является эллипс, конфигурация которого определяется соотношением его осей. В общем случае на горизонтальной и профильной проекциях этот эллипс также выглядит как эллипс.

В работе исследованы геометрические условия, при которых этот эллипс на проекции может превратиться в правильную окружность. Иными словами, требовалось определить, при каком угле α наклона плоскости γ к основанию для конуса с заданными параметрами (*D* и *H*) горизонтальная или профильная проекция превращается в окружность.

Графические эксперименты и расчёты показали, что на горизонтальной проекции окружность появляется лишь в случае, когда α = 0, то есть когда секущая плоскость оказывается параллельной основанию. А вот для профильной проекции для данного конуса существует единственный угол α, при котором обе оси эллипса становятся одинаковой длины и эллипс проецируется в виде окружности.

Была выведена формула для определения угла наклона секущей плоскости, при котором в сечении образуется эллипс, проецирующийся на профильную плоскость в виде правильной окружности. Величина этого угла зависит от соотношения размеров *D* и *H* конуса. Правильность этой формулы проверена экспериментально.

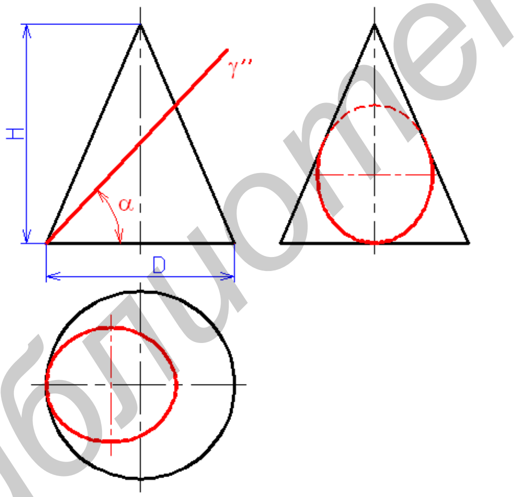

Рис.1.

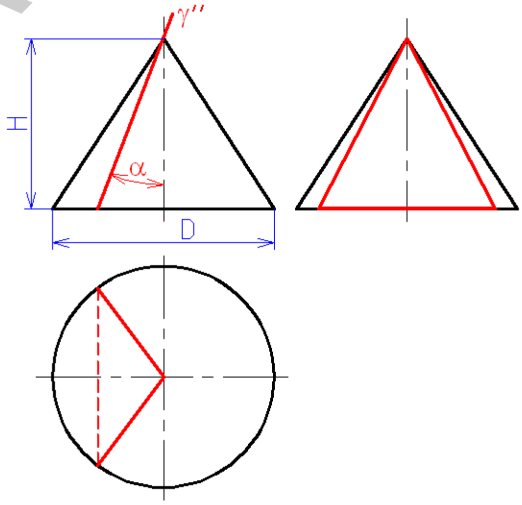

Рис.2.

Вариант В. Такой же прямой круговой конус, что и в предыдущей задаче, пересекается плоскостью γ, проходящей через вершину конуса. В этом случае в сечении должен образоваться равнобедренный треугольник (см. рис.2).

В работе был проведен комплекс исследований параметров образующегося треугольника и его проекций. В частности, изучены ситуации, при которых:

а) образующийся в сечении треугольник будет равносторонним в пространстве;

б) треугольник будет равносторонним на горизонтальной проекции;

в) треугольник будет равносторонним на профильной проекции.

При проведении исследований было установлено, что каждая из задач решается только в определённом диапазоне размерных соотношений конуса. Так, для задачи а) две боковые стороны треугольника изначально известны – они равны длине образующей конуса, а основание треугольника равно длине хорды, по которой секущая плоскость □ пересекает основание конуса. Значит, чтобы треугольник был равносторонним, длина этой хорды должна быть равной длине образующей, а это возможно, если диаметр основания конуса будет равен или больше длины образующей.

Для решения задачи на проекциях диапазон допустимых соотношений в размерах конуса вычисляется несколько сложнее, так как там длина образующей также искажается. Причем на профильной проекции это искажение отражается по-разному.

В результате исследований были определены диапазоны допустимых значений параметров D и H конуса, а также выведены формулы для вычисления величины угла α (угол наклона секущей плоскости к оси вращения конуса), при котором выполняется то или иное условие задачи.

Проведенные исследования позволили их авторам глубже изучить соответствующие темы учебного курса, а их выводы и результаты могут быть использованы при решении прикладных технических задач, связанных с коническими сечениями.

Список использованных источников:

1. Гордон, В.О. Курс начертательной геометрии: Учебник /В.О. Гордон, М. А., Семенцов-Огиевский. – М.: Высш. шк., 2003. – 272 с.
2. Фролов С.А.Начертательная геометрия: Учебник.– 3-е изд., перераб. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2007.