

ПОСТРОЕНИЕ КАСАТЕЛЬНЫХ ПЛОСКОСТЕЙ К ПОВЕРХНОСТЯМ ВРАЩЕНИЯ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Зайцева Г. В.

Амельченко Н.П. – к. т. н., доцент

Построение касательных плоскостей в практическом отношении имеет важное значение, так как наличие их позволяет определить направление нормали к поверхности в точке касания. В теоретическом плане плоскости, касательные к поверхности, используются в дифференциальной геометрии при изучении свойств поверхности в точке касания.

При построении касательной плоскости к нелинейчатой поверхности необходимо через заданную точку провести по поверхности две кривые. Касательные к ним и определяют искомую плоскость.

В данной работе рассмотрены 3 примера построения касательных плоскостей.

Пример 1. Построить касательную плоскость к поверхности вращения в данной на ней точке А (рис 1).

Если задана одна проекция точки, например A_2 , вторую определяем с помощью проведенной через заданную точку параллели — окружности радиуса r .

В качестве кривых, проходящих через точку А, целесообразно взять уже построенную параллель и меридиан. Касательная к первой — прямая АВ, находясь в одной горизонтальной плоскости с рассматриваемой параллелью, спроецируется на Π_2 в прямую, параллельную оси X, а на Π_1 — в виде касательной к окружности радиуса r . Для построения второй прямой (касательной к меридиану) повернем меридиан вокруг оси I до совмещения с главным меридианом. Точка А займет при этом положение A_1' . Проведем через точку A_1' касательную к главному меридиану и продолжим ее до пересечения с осью I в точке С или до M_1' на плоскости γ (одна из этих точек всегда может быть найдена в пределах чертежа). Теперь остается привести меридиан и построенную касательную в первоначальное положение. Соединяя точку А с С или с М, получим вторую прямую, которая, пересекаясь с АВ, определяет искомую касательную плоскость.

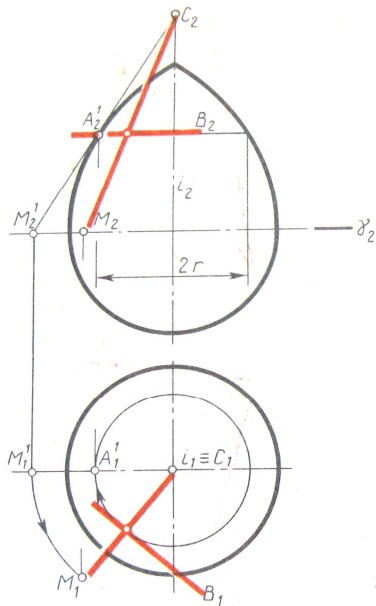
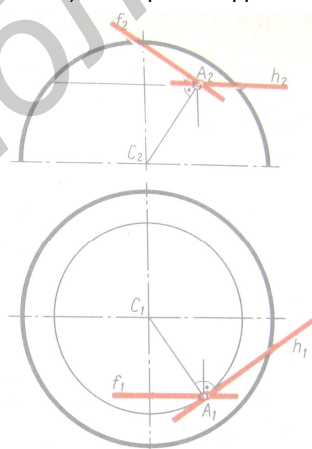


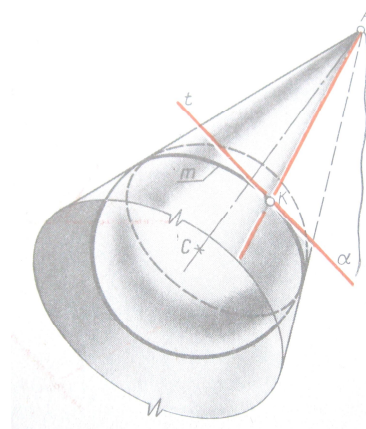
Рис.1. Построение касательной плоскости к поверхности вращения

Пример 2. Построить плоскость, касающуюся сферы в точке А на ее поверхности (рис 2,а).

Так как радиус сферы, проведенный в точку касания, является нормалью сферической поверхности, то задача построения касательной плоскости сводится к построению плоскости, перпендикулярной радиусу СА. Эта плоскость может быть определена прямыми h и f , первая из которых горизонталь ($h_1 \perp C_1A_1$), а вторая — фронталь ($f_2 \perp C_2A_2$).



а



б

Рис. 2 Построение касательной плоскости к поверхности сферы через точку А
а) точка А -принадлежит сфере, б) точка А – не принадлежит сфере

Пример 3. Построить плоскость, касательную к сфере и проходящую через точку A , не принадлежащую поверхности сферы (рис 2, б).

Через такую точку можно провести множество прямых, касательных к сфере. Это множество представляет собой коническую поверхность с вершиной в заданной точке A . Такая коническая поверхность, описанная вокруг сферы, касается ее по окружности m . Вместе с тем любая плоскость α , касательная к конусу, касается и сферы. Действительно, у плоскости α ($AK \cap t$) и сферы имеется только одна общая точка K — точка касания. Задача, таким образом, допускает множество решений.

Искомые плоскости легко построить, если прямая соединяющая точку A и центр сферы C , перпендикулярна одной из плоскостей проекций. В случае, когда AC — прямая общего положения, необходимо преобразовать эюр с таким с таким расчетом, чтобы одна из проекций прямой AC оказалась точкой. Решение завершается построением плоскости, касательной к вспомогательному прямому круговому конусу.

Список использованных источников:

1. Фролов С.А. Начертательная геометрия: Учебник.— 3-е изд., перераб. и доп. — М.: ИНФРА-М, 2007. — (Высшее образование)
2. Гордон, В.О. Курс начертательной геометрии: Учебник /В.О. Гордон, М. А., Семенцов-Огиевский. — М.: Высш. шк., 2003. — 272 с.